This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

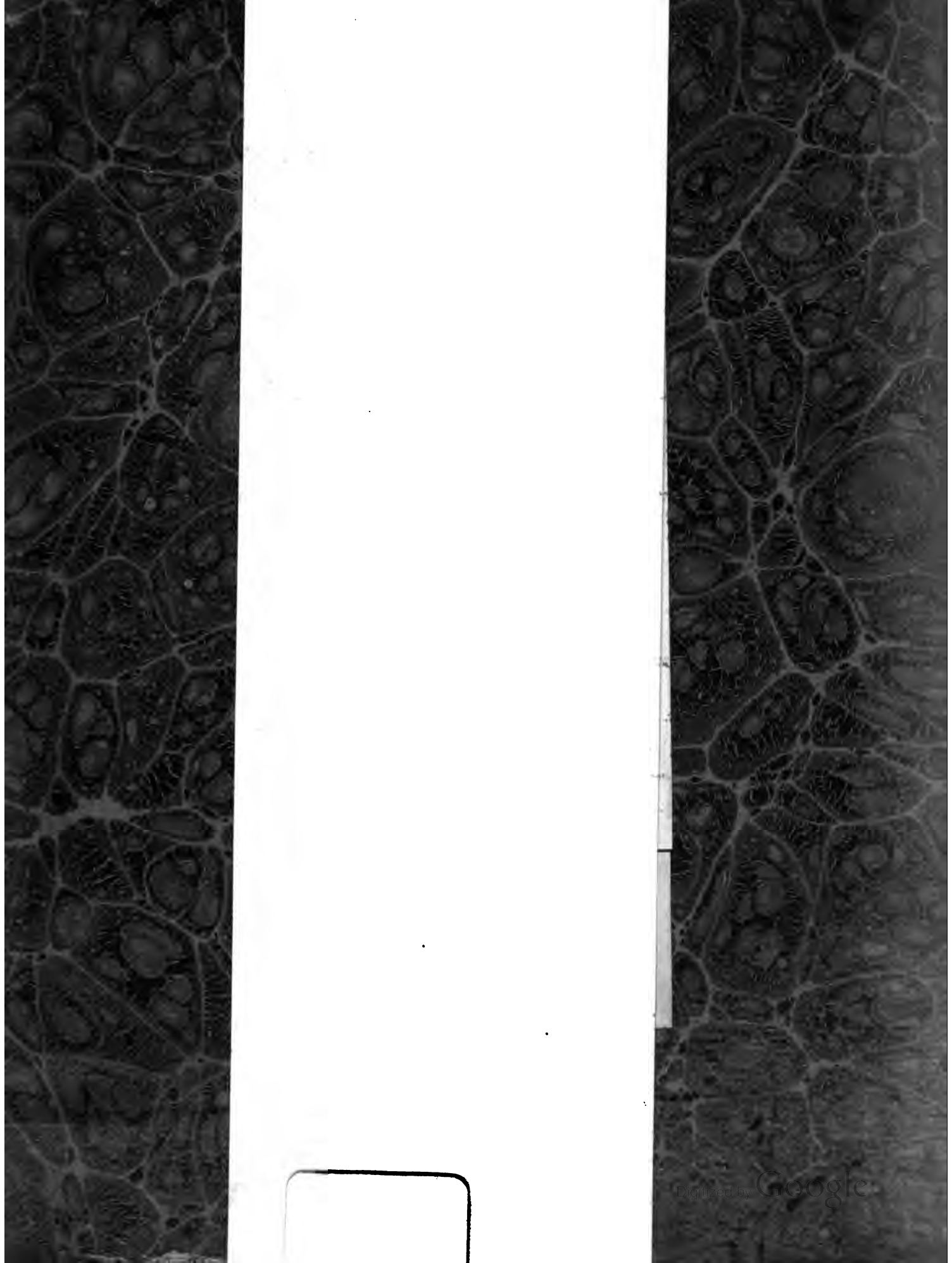
En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

GODFREY LOWELL CABOT SCIENCE LIBRARY
of the Harvard College Library

This book is
FRAGILE
and circulates only with permission.
Please handle with care
and consult a staff member
before photocopying.

Thanks for your help in preserving
Harvard's library collections.

Digitized by Google


Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

TRAITÉ

EXPÉRIMENTAL,

ANALYTIQUE ET PRATIQUE

DE LA

POUSSÉE DES TERRES

ET DES MURS DE REVÊTEMENT.

Digitized by Google

CET OUVRAGE SE TROUVE AUSSI :

A Angers, chez *Fourier-Mame.*
Anvers, chez *Ancelle.*
Bordeaux, chez *Bergeret.*
Bourges, chez *Gilles.*
Brest, chez *Lefournier.*
Bruxelles, chez { *Lecharlier.* / *Stapleaux.*
Caen, chez Mlle *Hélène Lebaron.*
Cherbourg, chez *Le Coquiere.*
Dijon, chez *Coquet.*
Florence et Venise, chez *Molini* et Compagnie.
Genève, chez.... { *Paschoud.* / *Manget* et *Cherburliez.*
Lyon, chez les frères *Perisse.*
Limoges, chez *Bargeas.*
Lille, chez *Vanackère.*
Metz, chez..... { *Collignon.* / *Devilly.*
Marseille, chez *Mossy.*
Mayence, chez *Leroux.*
Nanci, chez Mme *Bontoux.*
Nantes, chez *Forest.*
Orléans, chez *Huet Perdoux.*
Rouen, chez..... { *Vallée.* / *Frère.* / *Renaud.*
Strasbourg, chez *Treuttel* et *Wurtz.*
Turin, chez..... { *Bocca.* / *Pic.*

De l'Imprimerie de D. COLAS, rue du Vieux-Colombier, N° 26, faubourg Saint-Germain.

Digitized by Google

TRAITÉ

EXPÉRIMENTAL,

ANALYTIQUE ET PRATIQUE

DE LA

POUSSÉE DES TERRES

ET DES MURS DE REVÊTEMENT,

CONTENANT

I. L'exposition et la discussion des expériences anciennes et nouvelles sur la poussée des terres.

II. L'exposition et la discussion des diverses théories sur la poussée des terres.

III. La comparaison des nouvelles expériences de la théorie de M. Coulomb généralisée, et applications de cette théorie.

IV. Traité pratique sur la poussée des terres et des murs de revêtement;

SUIVI

D'UN APPENDICE SUR LE FROTTEMENT DES VANNES DANS LEURS COULISSES.

PAR M. MAYNIEL,

Chef de bataillon au Corps impérial du génie, sous-directeur des fortifications.

A PARIS,

CHEZ BACHELIER, LIBRAIRE, QUAI DES AUGUSTINS, N° 55.

1808.

Digitized by Google

Eng 616.08

MAR 6 1912

JUN 20 1917
TRANSFERRED T
HARVARD COLLEGE LIBRARY

Nota. Les Mémoires de COULOMB et COUPLET, cités par M. MAYNIEL dans son Ouvrage, se vendent séparement chez le même Libraire.

Digitized by Google

EXTRAIT DES REGISTRES

DU COMITÉ CENTRAL

DES FORTIFICATIONS.

Séance du 8 Septembre 1807.

Le Comité des Fortifications examine un manuscrit de M. Mayniel, intitulé :

« Mémoire sur la Poussée des Terres, d'après la Théorie » donnée en 1773 par M. Coulomb, officier du génie et » membre de l'Académie des Sciences, et d'après des expé- » riences exécutées à Juliers, en novembre et décembre 1806, » et en janvier 1807. »

M. Mayniel, dans ce Mémoire, expose la théorie de M. Coulomb, décrit les expériences de Juliers, en montre l'accord et en fait l'application à diverses espèces de revêtemens.

Un Appendice renferme quelques expériences sur le frottement des vannes dans leurs coulisses, et le projet d'un barrage applicable au cas où la manœuvre des poutrelles devient très-difficile ; celui où il s'agit de retenir et d'écouler à volonté une grande hauteur d'eau.

Digitized by Google

Le Comité pense que le Mémoire de M. Mayniel est digne d'être imprimé et distribué dans les places; mais que cet ouvrage acquerrait un nouveau degré d'intérêt et d'utilité;

1°. Si l'on ajoutait aux expériences de Juliers faites, avec des terres végétales, quelques expériences sur la poussée des sables.

2°. Si M. Mayniel exposait et discutait dans son ouvrage, toutes les expériences et toutes les théories connues sur la poussée des terres.

Il résulterait de ces additions, au lieu d'un simple Mémoire, un Traité expérimental et analytique de la Poussée des Terres contre les murs de revêtement, utile et tel qu'on peut l'attendre du zèle et des talens de l'Auteur.

Séance du 27 Février 1808.

Monsieur le chef de bataillon du génie Mayniel adresse au Comité des Fortifications, un nouveau manuscrit intitulé :

« Traité Expérimental et Analytique de la Poussée des » Terres contre les murs de revêtement;

Conformément au vœu exprimé par le Comité des Fortifications, dans son avis du 8 septembre dernier, de nouvelles expériences ont été faites à Juliers sur la poussée des sables, et M. Mayniel a développé, dans ce Traité, tous les faits d'expérience ou d'observation et toutes les théories qu'il a pu recueillir sur la poussée des terres en général.

L'ouvrage est divisé en trois livres, et subdivisé en chapitres.

Digitized by Google

Le premier livre est tout expérimental. L'Auteur y passe en revue les expériences ou les observations de MM. Gadroi, d'Antony, Gauthey et Rondelet. Un dernier chapitre renferme des tableaux synoptiques, récapitule les circonstances et les résultats des premières et des nouvelles expériences de Juliers. Dans l'exposition de ces diverses épreuves, l'Auteur décrit les faits, les discute, détermine le degré de confiance qui leur est dû, et déduit de cette discussion les règles de théorie ou de pratique qu'établissent les faits seuls et sans le secours de l'analyse.

Le second livre est tout analytique, et l'Auteur y développe dans une série de chapitres, les théories connues ou inédites des géomètres et des ingénieurs sur la poussée des terres. L'Auteur discute ces diverses théories, d'après les principes de la mécanique rationnelle et physique, en compare les formules aux résultats de l'expérience, prouve que celles de M. Coulomb s'accordent avec les épreuves de Juliers, et fait voir que toutes celles qui en diffèrent sont inexactes ou empyriques. Dans le pénultième chapitre, l'Auteur substitue les quantités angulaires au quantités linéaires, et montre que cette substitution ne simplifie pas les formules, lorsqu'on ne néglige aucune des condiditions essentielles du problême. Enfin, dans le dernier chapitre, M. Mayniel suppose que la force antagoniste de la poussée, au lieu d'être horizontale, forme un angle quelconque avec le fil à plomb; et cette condition nouvelle introduite dans les équations, le conduit à des formules dont la généralité satisfait à des cas du problême qui résistaient à la formule originale.

Digitized by Google

Le troisième livre est tout en applications. Les formules de M. Coulomb généralisées et vérifiées par les expériences de Juliers, y servent à calculer les dimensions des diverses espèces de revêtemens pleins ou casematés, verticaux ou inclinés sur l'une ou sur chacune de leurs faces, fortifiés ou non par des contre-forts, soutenant des sables ou des terres, et surchargés ou non par des massifs additionnels, tels que les parapets. Pour rendre les résultats de ces applications comparables, généraux et utiles à tous les travaux publics ou particuliers, l'Auteur y fait abstraction de la résistance que les murs des fortifications doivent opposer, d'après l'expérience des siéges, aux chocs extérieurs et aux commotions internes des forces telles que l'artillerie, les mines ou les manœuvres d'eau, que déploient l'assiégeant contre ces murs, l'assiégé pour et sous leur protection. L'Auteur suppose que la poussée des terres est la seule force à laquelle les revêtemens doivent résister. Il discute, sous ce rapport, les formes diverses qu'on a proposé de leur donner, détermine sous chacune de ces formes, leur équilibre, et signale celles qui satisfont ou qui peuvent, avec les modifications qu'il propose, satisfaire aux deux conditions essentielles et indivisibles de toute construction, l'économie et la solidité.

L'équilibre des murs de terrasse est le sujet principal de ces trois livres. Mais la solution des problêmes conduit l'Auteur à développer plusieurs règles et plusieurs maximes importantes de la science-pratique des constructions. Telle est celle-ci, par exemple : que les applications des formules doivent varier, non seulement comme la nature, la forme et l'assemblage des

Digitized by Google

matériaux ; mais aussi comme l'époque et le mode des remblais d'où dépend sur-tout la cohésion des terrassemens et des maçonneries ; cohésion qui peut varier elle-même entre deux termes, dans l'un desquels la poussée est un maximum et la résistance un minimum ; tandis que dans l'autre, ces forces sont aux limites opposées.

Tout l'ouvrage peut être considéré comme l'assemblage de deux Traités : l'un expérimental et propre à guider les constructeurs à qui l'analyse n'est point familière ; l'autre analytique et digne d'intéresser, non-seulement les ingénieurs des divers services publics, mais aussi les savans à qui, par leurs fonctions ou par le sujet de leurs recherches, la science de l'ingénieur n'est point étrangère.

Le Comité des Fortifications est d'avis,

1°. Que Son Excellence le Ministre de la Guerre veuille bien accorder à M. le chef de bataillon du Génie Mayniel, les éloges et les encouragemens dûs à l'ouvrage important qu'il vient de rédiger et aux expériences qui en sont la base.

2°. Que Son Excellence veuille bien aussi adresser à MM. Laulanier, major ; Derché et Fortin, capitaines du génie, les témoignages de satisfaction dûs au zèle et au talent avec lesquels ils ont secondé M. Mayniel dans les premières expériences de Juliers, et dirigé celles qui leur ont été demandées depuis par cet officier et par le Comité des fortifications.

3°. Que M. Mayniel soit invité à faire imprimer ce Traité, en y joignant comme Appendice, les expériences sur le frotte-

Digitized by Google

ment des vânnes contre leurs coulisses, qui terminent son premier Mémoire.

4°. Que Son Excellence le Ministre de la Guerre soit prié d'autoriser l'acquisition, sur les fonds de chaque place de guerre, d'un exemplaire de cet Ouvrage qui fera partie du dépôt des plans et papiers de la place.

Pour copie conforme,

Le Général-Président,

Signé, SANSON.

Le Lieutenant-Colonel du Génie, Secrétaire,

ALEX. ALLENT.

Vu, le premier Inspecteur-général du Génie,

Signé, MARESCOT.

Pour ampliation,

Le Lieutenant-Colonel du Génie, Secrétaire,

ALEX. ALLENT.

Digitized by Google

INTRODUCTION.

Le problème de la poussée des terres a été depuis un siècle un des objets auxquels les savans et les constructeurs ont le plus appliqué de recherches. Souvent on attribuait la chûte des murs à la faiblesse des dimensions, quand elle ne provenait que des défauts de construction dans leur fondation. Souvent, au lieu de remblayer les murs à fur et à mesure de leur construction en damant les terres avec soin, ou en ne faisant le remblai que lorsque les mortiers avaient pris une forte cohésion, on jetait de suite après leur construction les terres derrière; de manière, que pour résister à l'action de leur tassement, il fallait que ces murs eussent des épaisseurs considérables. Souvent enfin, et le plus généralement, pour prévenir toutes sortes d'accidens, on donnait des épaisseurs considérables, que l'on ne déterminait que par une espèce de routine, ou par la comparaison des constructions des murs qui avaient résisté aux efforts des remblais.

Cette incertitude et l'usage continuel des murs de revêtement, détermina enfin les constructeurs et les savans, à faire des recherches sur la loi que devaient suivre leurs dimensions d'épaisseur, quelle que fût la nature du remblai. Le plus grand

Digitized by Google

nombre de ceux qui s'en sont occupés ont posé pour base que les épaisseurs devaient varier en raison de la pesanteur spécifique des terres, de celle des maçonneries et de la hauteur des murs. Quelques-uns ont senti que ces élémens étaient insuffisans, et que le frottement qu'éprouveraient les terres dans leur éboulement devait détruire une partie de l'effet de leur action. Ceux-ci ont fait des suppositions arbitraires sur la valeur de cette résistance ; mais comme ce frottement doit varier dans son intensité en raison de l'inclinaison du plan à l'horizon sur lequel il a lieu, ils ont supposé que le plan d'inclinaison était constamment de 45°.

M. de Querlonde, dans son Mémoire de 1742, reconnaissant la fausseté de cette supposition détermine, le talus naturel que prennent les terres, et supposant qu'elles s'éboulent suivant ce talus, il évalue leur effet à la moitié de la pesanteur spécifique de l'éboulement; mais cette supposition ne l'empêche point encore de tomber dans l'arbitraire.

Les opinions flottaient sur ces données; et pour obtenir d'après elles la solution que l'on cherchait, les uns considéraient l'éboulement comme un corps rond dont toutes les parties seraient rassemblées autour de son centre de gravité, comme si elles y fussent adhérentes, en vertu d'une force attractive résidante dans ce centre, et agissant en vertu de sa pesanteur contre deux plans : celui de l'inclinaison, formé par l'éboulement,

Digitized by Google

l'éboulement, et celui de l'obstacle qui s'opposait à son mouvement.

D'autres supposaient que cet éboulement agissait par parties divisées en petites tranches, dont les bases étaient parallèles au plan de l'éboulement.

D'autres enfin, le considéraient comme un corps solide placé sur un plan incliné, et sollicité à se mouvoir le long de ce plan, en vertu de sa pesanteur.

Pour connaître l'effet de cet éboulement contre l'obstacle, d'après ces différentes considérations, on décomposait la pesanteur de cet éboulement en deux forces; l'une totalement anéantie par la résistance du plan incliné; l'autre, agissant contre l'obstacle et égale à la partie de la pesanteur qui le faisait mouvoir le long de ce plan.

Cette dernière force était considérée avoir plusieurs directions, suivant la nature des suppositions : lorsque l'éboulement était considéré comme un corps rond dont la masse était réunie à son centre de gravité, alors le point d'application se trouvait aux deux tiers de la hauteur de l'obstacle, parce que l'obstacle était considéré comme tangent à ce corps.

Lorsqu'au contraire l'éboulement était considéré comme un corps solide, alors le mouvement ayant lieu sur le plan incliné en vertu de la pesanteur, la force agissant contre l'obstacle, devait prendre naturellement la direction de ce plan en passant

Digitized by Google

par le centre de gravité du corps où elle se trouve réunie, et son point d'application devait se trouver au tiers de la hauteur de l'obstacle. Dans ce cas-là, on la décomposait encore en deux autres, l'une verticale, l'autre horizontale; la plupart ne tenant aucun compte de cette première.

D'après ces différentes conditions, l'on déterminait la force agissante contre l'obstacle; mais cet obstacle résistant en vertu de son inertie, quel est le mouvement qu'il devait recevoir, en supposant que son effet fût moindre que celui de l'action ?

Voilà encore une nouvelle question qui se présentait à résoudre. La majorité des effets prouvait que les murs se renversaient en tournant autour de l'arête extérieure de leur fondation. Quelques événemens ont fait voir qu'il est des cas où ils prennent un mouvement de translation, c'est-à-dire, qu'ils glissent sur leur base.

On a vu à Juliers une constrescarpe construite depuis un tems immémorial, glisser, l'année dernière, sur sa base. Ce n'est certainement que par des vices de construction dans ses fondations, que ce mouvement a eu lieu. Le tems le plus favorable aux terres pour exercer cet effet, était à l'époque de la construction du mur, et la première année de son remblai, à cause du tassement qui s'opère lorsque les terres ne sont point damées; ou à cause du peu d'adhérence des parties du mur.

Il est démontré par l'expérience, que les murs se renversent

Digitized by Google

et ne glissent point sur leur base, lorsqu'ils sont bien fondés. On a vu à Parme une contrescarpe de cinq mètres de hauteur, faible en épaisseur, et dont les paremens étaient également inclinés vers les terres, construction favorable pour glisser sur sa base, se relever au contraire et sortir de son aplomb.

Tous les murs des expériences que l'on citera dans ce Traité ont été renversés, même un mur en brique sèche. Ce qui prouve encore que les terres n'agissent point par tranches; car si elles agissaient ainsi, les tas supérieurs des briques auraient dû glisser sur leur inférieur, ou être renversés.

L'on ne doit point être étonné que les murs soient plutôt renversés, que poussés en avant; parce qu'une force qui agit à l'extrémité d'un levier, agit avec plus d'efficacité que lorsqu'elle est immédiatement appliquée contre le point de résistance. Aussi la théorie exposée dans ce Traité, démontre qu'il faut une plus grande force pour faire glisser un mur sur sa base, que pour le renverser au niveau de la partie supérieure de sa fondation.

Cette double question de la résistance des murs introduisit dans les théories au moyen desquelles on cherchait à les résoudre, différentes hypothèses. Lorsqu'on considérait les murs comme devant être renversés, l'action des terres agissait à l'extrémité d'un levier déterminé d'après la nature de la supposition de l'éboulement; tandis que la résistance du mur produisait son effet d'inertie, en agissant à l'extrémité d'un levier représenté

Digitized by Google

par la distance horizontale du centre de gravité à l'arête extérieure de l'obstacle.

Lorsque le mur était considéré comme devant glisser, l'action du remblai n'avait à vaincre que le frottement exercé par la pesanteur du mur sur sa base.

Tels étaient les résultats obtenus jusqu'en 1773, époque à laquelle M. Coulomb a publié (1) un mémoire qui avait pour titre : *Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problémes de statique relatifs à l'architecture.*

Dans ce Mémoire, le problême est considéré avec toutes les circonstances physiques qu'il comporte. L'action du frottement n'a plus une valeur arbitraire ; elle dépend de la pesanteur et du plan incliné sur lequel elle agit. L'inclinaison de ce plan est sujette à des lois qui dérivent de la nature des terres. Les terres peuvent prendre une cohésion instantanée, ou ne la doivent qu'à un laps de temps considérable : abandonnées à elles-mêmes, elles prennent un talus ; ce talus cesse d'être aussi incliné à l'horison, si les terres ont été soutenues quelques momens par un obstacle, lors même que l'obstacle est enlevé, que les terres soient susceptibles d'une cohésion instantanée ou non. Si l'obstacle cède, il ne se forme à la surface des terres qui ne

(1) Tome VII du Recueil des Ouvrages présentés à l'académie des Sciences de Paris, par les Savans étrangers.

Digitized by Google

sont point damées, c'est-à-dire, dont les parties constituantes sont parfaitement désunies, il ne se forme, dis-je, qu'une ligne de séparation, de manière que jusqu'à l'éboulement entier, on n'aperçoit que deux corps solides, l'un fixe, l'autre solide qui se meut et ne se divise, comme dans son principe, qu'à l'instant de son entier éboulement.

Lorsque les terres sont soutenues par un obstacle, humectées et damées, elles acquièrent une cohésion factice, instantanée, à l'exception des sables. Peu avant l'éboulement, il se forme une lézarde, puis au moment où il a lieu, il s'en forme une seconde suivant laquelle il se détache sans entraîner la partie des terres qui menaçaient de le suivre. Celle-ci reste stable en vertu de son adhérence, et l'éboulement a toutes les apparences d'un corps solide qui, à l'instant de sa chute, ne se divise qu'en parties agglomérées.

J'ai observé ces circonstances physiques sur toutes les expériences qui se trouvent relatées dans ce Traité. Si dans la solution que M. Coulomb donne du problême, il ne les a point relatées, elles s'y trouvent sous-entendues.

Il suppose que la masse des terres qui tend à se détacher est un prisme triangulaire rectangle solide, sollicité, par sa pesanteur, à descendre le long du talus des terres formé par la lézarde; mais qui s'y trouve retenu par l'obstacle, par le frottement et par la cohésion avant que la lézarde soit formée.

Digitized by Google

Il a pu considérer le prisme d'éboulement des terres comme un corps solide, attendu que l'expérience a prouvé que, soit qu'il fût formé en sable nouvellement remblayé, soit qu'il le fût en terres végétales sèches et émiétées, soit qu'il le fût en terres végétales humectées et damées, il conservait la forme solide jusqu'à son entier éboulement.

Il a introduit la considération de la cohésion, parce que l'expérience a prouvé que l'éboulement était bien moins considérable lorsque les terres étaient damées, que lorsqu'elles étaient jetées à la pelle sans cette précaution.

M. Coulomb observe ensuite que les terres étant homogènes peuvent se séparer, dans le cas de rupture, suivant une ligne courbe quelconque, comme suivant une ligne droite, cette séparation dépendant de la pression du frottement et de la cohésion. Il cherche dans la masse des terres le prisme qui doit exercer la plus grande action contre l'obstacle; ce prisme déterminé, est évidemment celui qui doit se détacher de la masse. Voilà donc le talus de l'éboulement connu, et la base fondamentale d'après laquelle on doit déterminer le frottement par l'expérience.

Sa supposition du prisme de plus grande poussée est confirmée par la nature. Dès que l'obstacle a retenu quelques instans la masse de terre ou de sable, l'obstacle enlevé, les terres ne sauraient reprendre leur talus naturel qu'après un certain laps

Digitized by Google

de tems : une partie reste attachée en surabondance, en vertu d'un engrénage opéré par la pesanteur de la masse qui reposait sur ce talus naturel; la pesanteur de la partie qui reste adhérente, ne peut en vaincre le frottement sans une cause étrangère, et ne doit, par conséquent, avoir aucune action contre l'obstacle.

Ainsi, toutes les circonstances physiques du problême de la poussée des terres, agissant contre un obstacle vertical, ont été saisies par M. Coulomb; il ne restait plus qu'à y appliquer les faits déduits de l'expérience, ce qui a été le principal but de mon travail. C'est donc à lui que l'on doit la solution de ce problême si utile à l'architecture civile et militaire. Je ne rapporterai point tous les avantages qu'ont retirés les savans et les ingénieurs des découvertes particulières qu'il a faites; ce serait une tâche trop longue et trop difficile à remplir.

Dans ce problême, M. Coulomb s'était restreint à l'action d'un prisme rectangulaire; mais si l'obstacle n'était point vertical, ce prisme pourrait être acutangle ou obtusangle; l'effort du remblai n'en serait pas moins normal à l'obstacle, et la direction de la force, dans ces deux derniers cas, ne serait plus horizontale comme il l'a supposé.

C'est ce qui m'a engagé à considérer ce problême sous la plus grande généralité, sans m'écarter de la marche qui m'a été

Digitized by Google

tracée par lui. Je fais marcher la théorie de front avec l'expérience, et je démontre que tous les faits de celle-ci sont renfermés dans la première.

Avant d'établir, d'après les principes de M. Coulomb, sa formule et celle que je présente, je rapporte les expériences qui ont été faites et dont j'ai eu connaissance, ainsi que celles que j'ai exécutées avec mes camarades. J'expose toutes les théories que j'ai pu connaître, et j'en fais sentir les défectuosités; enfin, je fais des applications à la théorie générale; et je termine l'ouvrage par un traité pratique déduit de la théorie générale confirmée par l'expérience.

J'ai cru que ce traité pratique pourrait être de quelqu'utilité pour l'architecture civile; c'est ce qui m'a engagé à le rédiger pendant l'impression de la première partie de mon travail.

On n'a pu joindre à cet ouvrage un tableau synoptique de toutes les expériences, rédigé par MM. Allent, lieutenant-colonel, et Bayard, capitaine du génie. La clarté et l'ordre qui règnent dans ce tableau, font regretter que les difficultés de l'impression et son étendue n'aient pas permis de le publier; il eût dispensé du travail que le lecteur sera obligé de faire pour se rendre compte des expériences; et leur comparaison se serait trouvée toute faite. Ces Messieurs l'ont exécuté de la manière la plus propre à soulager la mémoire et à faire disparaître la longueur d'une lecture qui finit par être rebutante.

J'observerai

Digitized by Google

J'observerai qu'en 1783, M. Chauvelot, ancien officier du génie, présenta à l'Académie des sciences un mémoire sur la poussée des terres, et que cette société, dans son avis, en rappelant que cette question avait déjà été traitée par M. Coulomb, laisse entendre qu'elle n'a pas été encore complètement résolue. Elle ne l'était certainement pas par M. Chauvelot, quoique son mémoire ne soit pas sans mérite, mais elle était résolue en grande partie théoriquement par M. Coulomb. Car, en supposant comme lui, que l'obstacle opposé aux terres fût vertical, il répond parfaitement, dans ce cas, théoriquement à l'avis de l'Académie sur le mémoire de M. Chauvelot, portant que la solution de cette question dépend de la détermination de la cohésion et du frottement. Or, M. Coulomb, en ayant égard à ces deux circonstances physiques, a déterminé, dans sa solution, le plan sur lequel elles devaient avoir lieu sans supposition arbitraire. Donc la question était résolue par lui pour le savant; il est vrai qu'elle ne l'était pas pour le constructeur, qui ne pouvait tirer aucun parti de ses formules, tant que les quantités qui représentaient la cohésion et le frottement n'étaient point déterminées. Les expériences rapportées dans cet ouvrage, ont rempli ce but, et par leur moyen, il n'y a plus rien d'inconnu dans le problême de la poussée des terres.

L'Académie, dans son avis, a prétendu qu'il fallait déterminer la cohésion que les terres contractent sous différentes pressions. Cette considération, en satisfaisant l'esprit d'analyse

Digitized by Google

du savant, ne répondrait nullement à l'effet physique et momentané recherché par le constructeur. Ce qu'il importait à celui-ci de connaître, n'était point les divers degrés de cohésion que peuvent prendre les terres, mais le *maximum* qu'elles peuvent en acquérir au moment de la construction des murs; c'est-à-dire, la quantité d'effet de leur action qu'on pouvait leur faire perdre par une cohésion instantanée.

Par la succession des tems, cette cohésion acquiert de l'intensité; mais une mesure de son inertie, déterminée après un certain laps de temps, ne peut entrer comme élément, parce qu'elle entraînerait à des dimensions trop faibles, quoique, par le fait, propres à résister aux terres au moment de la construction du mur, si elles avaient alors la cohésion qu'on leur a supposée au tems pour lequel on a déterminé la force de leur ténacité. Ainsi, par exemple, au moment d'un remblai, les sables ne peuvent acquérir de cohésion, ce n'est qu'après plusieurs années; et elle devient telle, qu'ils se maintiennent verticalement. Si, lors de la construction des murs, on leur en supposait une, on leur supposerait une action moindre que celle qu'ils exerceraient contre les murs.

De même, des terres savonneuses acquièrent instantanément une forte cohésion, et quelquefois, par des circonstances physiques, elles prennent un état de fluidité. Dans ce cas, le constructeur ne peut avoir égard à la cohésion qu'il peut faire

Digitized by Google

acquérir aux terres momentanément, si des sources ou des pluies continues peuvent parvenir à les dissoudre.

Ainsi, c'est à l'ingénieur à juger des circonstances physiques qui doivent déterminer à appliquer une formule plutôt qu'une autre. C'est à lui de distinguer le cas où il faut avoir égard à la cohésion des terres, et celui où on ne doit en tenir aucun compte. De même, si des circonstances favorables permettent d'avoir égard à la ténacité des mortiers, pourquoi négligerait-on cet élément de la résistance? Par exemple, si, dans un pays chaud, on pouvait construire un mur de terrasse un an avant son remblai, il résulterait une très-grande économie sur l'épaisseur qu'on devrait lui donner; attendu qu'après ce laps de tems, la ténacité des mortiers est considérable. Tous les cas sont résolus dans le corps de l'ouvrage; mais, on le répète, c'est à l'ingénieur à en faire l'application.

Au surplus, on a traité les problêmes particuliers à ces espèces de terres, d'après ces considérations; et, dans les observations sur la théorie de M. Coulomb et la théorie générale, l'on fait une distinction entre la cohésion et le tassement; considération importante pour la détermination du prisme de terres de plus grande poussée, qui a lieu, et varie suivant la nature des terres et leur compression.

J'ai également inséré, en appendice, des expériences que j'ai faites à Mantoue en Italie, sur le frottement exercé par les

Digitized by Google

vannes dans leurs coulisses, en vertu de la pression d'un fluide. Quoiqu'elles soient étrangères au sujet, dont je viens de m'occuper, et qu'elles dussent faire partie d'un traité sur l'hydraulique, supplémentaire à ceux publiés jusqu'à ce jour, ouvrage de longue haleine et qui exigerait beaucoup d'expériences pour répondre à toutes les objections des constructeurs, j'ai présumé qu'elles pourraient trouver leur application avant l'exécution d'une pareille entreprise.

Digitized by Google

TABLE.

EXTRAIT DES REGISTRES. . . . . Page j

INTRODUCTION. . . . . vij

LIVRE PREMIER. Exposition et discussion des expériences anciennes sur la poussée des terres, et de celles qui ont été faites à Juliers en 1806 et 1807.

CHAPITRE PREMIER. *Expériences de M. Gadroy.* 1

Observations. 2

CHAPITRE II. *Expériences de M. d'Antony.* 3

Observations. 4

CHAPITRE III. *Expériences de M. Gauthey en* 1784 *et* 1785. . . . . *Idem*

Observations. 7

CHAPITRE IV. *Expériences de M. Rondelet.* 8

Observations. 9

CHAPITRE V. *Expériences exécutées à Alexandrie, en Piémont, en* 1805, *et à Juliers en* 1806 *et en* 1807. . . . . *idem*

Description de l'appareil. 10

Observations sur les expériences de Juliers. 36

LIVRE DEUXIÈME. Exposition et discussion des diverses théories sur la poussée des terres, et spécialement de celle donnée en 1773 par M. Coulomb.

CHAPITRE PREMIER. *Exposition des diverses théories de M. Gadroy.* 41

Observations. 43

Théorie de M. d'Antony. 50

Observations. 52

Théorie de M. Gauthey. 53

Observations. 54

Théorie de M. Rondelet. 55

Observations. 56

Théorie de divers ingénieurs. 57

Théorie de Bélidor. 58

Digitized by Google

Observations. . . . . . Page 60
Théorie particulière trouvée dans les cartons du dépôt des fortifications. 61
Observations. 63
Méthode pour régler l'épaisseur des murs de revêtement, présentée par M. Buchotte en 1716. 64
Observations. 66
Profils de mur de revêtement. 67
Observations. 68
Théorie de M. Querlonde. . . . . . *idem*
Observations. 72
Théorie de M. Bullet. 74
Observations. 75
Théorie de M. Couplet. . . . . . *idem*
Observations. 81
Méthode pour déterminer l'épaisseur des murs de revêtement, publiée en 1749, *par M. de Cormontaigne.* 83
Théorie de M. Sallonnyer, consignée dans un Mémoire de 1767, *trouvé au dépôt des fortifications.* 84
Théorie de M. Blaveau. 87
Théorie de M. Trincano. 89
Observations. 91
Théorie de M. Tersac de Montlong, exposée dans un Mémoire de 1774, *trouvé au dépôt des fortifications.* 92
Observations. 97
Théorie de M. Chauvelot, appliquée aux tables particulières de M. de Vauban. 100
Observations. 102
Théorie de M. Coulomb, exposée dans son Mémoire de 1773. . . 103
Théorie de M. Coulomb, en substituant aux quantités linéaires les quantités angulaires. 109
Théorie d'après laquelle on résout le problême d'une manière générale. 113
Comparaison de la formule linéaire et spéciale de M. Coulomb à la formule générale. 128

LIVRE TROISIÈME. Comparaison des expériences de Juliers et de la théorie de M. Coulomb généralisée, démontrée par l'analyse et l'expérience, être la seule vraie et la plus simple.

Digitized by Google

Page

CHAPITRE PREMIER. *Comparaison des expériences sur les terres, et de la théorie.* 129

CHAPITRE II. *Application de la théorie à différentes espèces de murs de terrasse.* 134

CHAPITRE III. *Comparaison des expériences sur le sable et de la théorie.* 137

CHAPITRE IV. *Application de la théorie aux souterrains engagés dans les terres et aux voûtes en décharge.* 172

CHAPITRE V. *Application de la théorie aux murs de revêtement armés de contre-forts.* 191

CHAPITRE VI. *Application en ayant égard à l'adhésion des maçonneries.* 200

CHAPITRE VII. *Application de la théorie à un profil de demi-revêtement avec contre-forts.* 201

CHAPITRE VIII. *Application de la théorie à un profil de demi-revêtement sans contre-forts.* 203

CHAPITRE IX. *Application à un profil d'arceaux en décharge, terminés au sommet du revêtement par une voûte en décharge.* 204

CHAPITRE X. *Sur l'adhésion des piliers des voûtes en décharge et des contre-forts avec les murs de revêtement.* 210

CHAPITRE XI. *Application à un profil à niches de M. Charpentier.* . . 217

CHAPITRE XII. *Analyse de la construction d'un bastion incliné, trouvé dans la démolition de Sédan.* 225

CHAPITRE XIII. *Application à la construction des arrondissemens des saillans des contrescarpes, proposée par M. Sénermont.* . . . 228

RÉSUMÉ. 234

LIVRE QUATRIÈME. Traité pratique de la poussée des terres et des murs de revêtement.

CHAPITRE PREMIER. *Récapitulation et comparaison du résultat des applications avec celui des expériences, d'après lequel on détermine facilement les épaisseurs des murs de revêtement.* 237

CHAPITRE II. *Détermination de l'effet de l'action des remblais.* 240

CHAPITRE III. *Détermination de l'effet de l'action des remblais qui supporteraient une surcharge.* 250

Applications particulières. 251

CHAPITRE IV. *Détermination de l'épaisseur du mur de revêtement à paremens verticaux, quelle que soit la nature de sa maçonnerie et de son remblai jusqu'au niveau de son couronnement.* 254

Observations générales. 265

Digitized by Google

Page

CHAPITRE V. *Détermination générale de l'épaisseur des murs de revêtement à talus extérieur, quelle que soit la nature de la maçonnerie et du remblai, sans avoir égard à la cohésion.* 266

CHAPITRE VI. *Détermination de l'épaisseur des murs de revêtement à talus extérieurs et contre-forts intérieurs, quelle que soit la nature de la maçonnerie et du remblai.* 276

Observation. 287

CHAPITRE VII. *Détermination de l'épaisseur des murs de revêtement à talus extérieur et contre-forts, quelle que soit la nature de la maçonnerie et du remblai, chargé avec des terres de la même nature ou de matières hétérogènes.* 289

CHAPITRE VIII. *Détermination de l'épaisseur à donner à des murs de revêtement construits avec des matériaux quelconques sans mortier, quelle que soit la nature du remblai.* 300

Observations. 305

CHAPITRE IX ET DERNIER. *Détermination de l'épaisseur à donner aux murs de revêtement construits avec des matériaux quelconques sans mortier, quelle que soit la nature du remblai supportant une charge quelconque.* 306

Observations. 312

APPENDICE. 313

FIN DE LA TABLE.

Digitized by Google

TRAITÉ

EXPÉRIMENTAL ET ANALYTIQUE

DE

LA POUSSÉE DES TERRES.

LIVRE PREMIER.

EXPOSITION ET DISCUSSION DES EXPÉRIENCES ANCIENNES SUR LA POUSSÉE DES TERRES, ET DE CELLES QUI ONT ÉTÉ FAITES A JULIERS EN 1806 ET 1807.

CHAPITRE PREMIER.

EXPERIENCES DE M. GADROY,

ANCIEN OFFICIER DU GÉNIE,

Consignées dans un Mémoire de 1746.

M. GADROY ayant observé que lorsque quelque partie de revêtement en maçonnerie, gazonnage, placage, etc., avait soufflé, l'on voyait toujours le sommet de terre-plein s'entr'ouvrir à la distance de la ligne intérieure du revêtement, d'environ la moitié de la hauteur, quand les remblais étaient faits avec des terres ordinaires; et quand cette crevasse s'ouvrait davantage et donnait la liberté d'examiner où elle aboutissait,

Digitized by Google

on apercevait qu'elle allait droit au pied de la ligne intérieure du revêtement; ce qui lui paraissait prouver évidemment que les terres poussent plus le haut des revêtemens que le bas.

Pour en être plus assuré, il fit faire une boite de 10 à 11 pouces de longueur, large et haute dans œuvre de 3 pouces. Cette boite, en carré-long, n'avait point de dessus; et des deux petits côtés verticaux, il y en avait un de mobile, afin de pouvoir le placer dans telle partie de la boite qu'on jugerait à propos. Il divisa en pouces les deux longs côtés. Cela fait, il mit le petit côté mobile à la division 3 pouces, ce qui lui donnait la capacité d'un cube parfait. Il la remplit de sable fin et bien sec, et lâcha ensuite le côté mobile qui fut renversé brusquement par son sommet, en tournant sur sa base, comme s'il y eût eu une charnière; et des divisions, il ne se détacha dans l'éboulement, que celles numérotées 2 et 3; c'est-à-dire, que la ligne de rupture s'est formée à une distance égale aux $\frac{2}{3}$ de la hauteur. Il répéta plusieurs fois son expérience, en avançant ou reculant le côté mobile dans la boite, et il obtint toujours le même résultat, avec un talus dont la base se trouva toujours d'un tiers de moins que le double de la hauteur, c'est-à-dire, de 5 pouces.

OBSERVATIONS

SUR LES EXPÉRIENCES DE M. GADROY.

Les expériences de M. Gadroy ont été faites si en petit, que quand elles eussent embrassé toutes les circonstances que comporte le problème de la poussée des terres, ou n'aurait pu qu'en tirer des inductions. Mais l'on voit que dans son expérience, la ligne de rupture ne s'est formée qu'à une distance égale aux deux tiers de la hauteur; tandis que les terres végétales prennent un talus de 45°. Son expérience était faite avec du sable, dont le talus naturel est plus considérable que celui des terres végétales; d'où l'on voit que le prisme de plus grande poussée est

Digitized by Google

beaucoup moindre que celui du prisme formé par l'éboulement naturel des sables.

Il conclut par exemple, de son expérience, que le plus grand effort des terres se fait par le haut, parce que son petit côté, au lieu d'avoir un mouvement de translation, a eu un mouvement de rotation. Son raisonnement se trouve démontré faux, par les expériences de M. Gauthey et par celles de Juliers; desquelles il résulte que le point d'application de la force horizontale, se trouve à la surface de l'obstacle à son point de rencontre avec la ligne parallèle au plan incliné, passant par le centre de gravité du prisme de terre qui glisse sur son hypothénuse.

Enfin, de ce que le prisme de plus grande poussée des sables n'a pour la longueur de sa base, que les deux tiers de sa hauteur, tandis que leur talus naturel est de cinq de base sur trois de hauteur; il conclut, par une règle de proportion, que pour des terres végétales, dont la base du talus est égale à la hauteur, le prisme de plus grande poussée aura, pour la longueur de sa base, un tiers et un cinquième du tiers de sa hauteur; ce qui n'est point conforme aux expériences de Juliers.

CHAPITRE II.

EXPERIENCES DE M. D'ANTONY.

Papacini d'Antony, dans ses recherches sur la poussée des terres, fit construire une caisse dont le devant était un tablier à charnières, surmonté de chaque côté d'une tringle en bois, percée à son extrémité et recevant une corde qui passait sur une poulie fixée derrière la caisse, et également sur chaque côté : à l'extrémité de chacune de ces cordes était suspendu un plateau que l'on chargeait de poids.

L'on n'a présent dans ce moment, qu'un extrait de l'appareil et de

Digitized by Google

la méthode dont les ingénieurs italiens se servent pour calculer la poussée des terres, dans lequel l'on trouve pour seul résultat des expériences de cet auteur italien, que d'après cet appareil, les terres prenant, dans leur actions un éboulement de 45°, le frottement réduisait le poids du prisme de terre agissant, au quart de sa pesanteur.

OBSERVATIONS

SUR LES EXPÉRIENCES DE M. D'ANTONY.

La théorie des Italiens ne peut satisfaire, puisqu'elle est fondée sur une infinité d'hypothèses, et qu'elle n'est relative qu'aux terres qui prennent un talus de 45° dans leur éboulement.

D'après l'appareil de cet auteur, on ne conçoit pas comment il a pu déduire que le prisme triangulaire des terres qui glissait sur un talus de 45°, était réduit au quart de sa pesanteur par son frottement sur son hypothénuse. L'on conçoit bien qu'il a pu peser les terres éboulées et les comparer aux poids qui lui ont fait équilibre; mais l'application de la résistance n'était pas au point de la résultante, puisqu'elle était au haut du tablier. Il avait donc une hypothèse à faire sur la détermination de ce point, et un bras de levier à faire entrer dans ces considérations. Alors, son expérience n'était point dégagée de tout ce qui tient à l'arbitraire.

CHAPITRE III.

EXPÉRIENCES DE M. GAUTHEY, 1784 ET 85.

M. Gauthey rapporte, N°. 24 de son Mémoire, qu'il fit faire une espèce de caisse de 30 pouces de longueur, sur autant de hauteur, et sur un pied de largeur, ouverte par le devant et par le dessus : qu'il mit

Digitized by Google

devant cette caisse un plan vertical d'un pied de largeur, sur 30 pouces de hauteur, mobile dans le bas sur une charnière ; et qu'il fixa au tiers de ce plan vertical, de chaque côté, une corde qui, après avoir passé sur une poulie, supportait chacune un plateau sur lequel on pouvait placer différens poids : qu'il fit remplir la caisse de sable, et qu'il trouva qu'un poids de 35 livres empêchait le plan vertical de se renverser, quoique le sable qui s'éboulait lorsque le plan était totalement renversé, pesât 320 livres : ce sable prenait un talus plus petit que l'angle de 45°.

M Gauthey s'étant aperçu que souvent le sable ne prenait que peu de talus ; qu'il s'échappait par les intervalles qui restaient entre l'intérieur de la caisse et le plan vertical ; ou que s'y arrêtant, il le retenait, changea son appareil, et réduisit la caisse à 7 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur sur autant de hauteur, et 3 pouces de largeur, et remplaça son plan vertical par des prismes verticaux creux, formés en petites planchettes. Dans la caisse, il substitua au sable, de la grenaille de fer fondu, appelée fonte à giboyer, et pour faire équilibre à leur poussée, il remplissait les petits prismes creux, de petit plomb et de fonte, dans une proportion telle que la pesanteur spécifique du prisme fût, avec la grenaille de fonte de la caisse, dans le même rapport que la maçonnerie avec la terre.

Pour varier les différens talus, ou l'action de différens prismes de grenaille, il substituait, dans la caisse, un plan incliné dont il faisait varier l'inclinaison.

Il voulut connaître si toutes les parties de la hauteur d'un mur étaient poussées avec des forces relatives aux différens trapèzes de terre qui s'appuyent contre ces parties. Pour cela, il divisa la hauteur de sa caisse en cinq parties égales, qu'il ferma au moyen de cinq plans verticaux d'un pouce et demi de hauteur, qui pouvaient tous glisser sans se toucher les uns les autres. Chacun de ces poids était tiré par deux cordes passant sur deux poulies (et il est vraisemblable, quoique M. Gauthey n'en parle pas, que ces cordes étaient fixées à la même hauteur de chacun de ces petits plans verticaux). Il trouva que pour que ces plans verticaux s'é-

Digitized by Google

cartassent également tous un peu de la caisse, en glissant horizontalement, il fallait un poids d'une once et demie pour le premier plan vertical; quatre onces pour le second; six onces pour le troisième; huit onces pour le quatrième; et dix onces pour le cinquième.

Enfin, il voulut s'assurer si la résultante de l'action de ces différens trapèzes passait au tiers; et pour cela, il ferma sa caisse au moyen d'un seul plan vertical, ayant de chaque côté deux tourillons au tiers de sa hauteur; et il trouva qu'elle restait fermée, après l'avoir remplie de grenaille. S'il faisait varier les tourillons, en les élevant ou les baissant, le plan vertical s'ouvrait par le bas ou par le haut.

Continuant ses expériences, il ferma sa caisse avec un plan vertical, qu'il retint de chaque côté, au moyen d'une corde fixée au tiers de sa hauteur, passant sur une poulie et supportant, comme il a été dit, un plateau. Il éprouva, qu'ayant rempli la caisse de grenaille dont le talus naturel était de 1 pouce de hauteur sur 2 pouces de base, il fallait placer sur le plateau, un poids de trois livres. Il plaça ensuite dans la caisse, un plan qu'il inclina de 45°, et après avoir rempli la caisse sur ce plan, il trouva que le poids qu'il fallait placer sur le plateau, n'était encore que de trois livres. Il varia le plan incliné, de manière à avoir un talus de 22° 30′, et un talus de 67° 30′ avec le plan vertical; il trouva qu'il fallait mettre le même poids sur le plateau, pour soutenir la surface verticale opposée à l'action de la grenaille; quoique sous l'angle de 45°, il y eut 13 livres de grenaille dans la caisse; que sous l'angle de 22° 30′ il n'y en eût que $6\frac{1}{2}$; et que sous l'angle de 67° 30′, il y en eût 26 livres. Voilà les principales expériences de M. Gauthey.

Digitized by Google

OBSERVATIONS
SUR LES EXPÉRIENCES DE M. GAUTHEY.

M. Gauthey abandonna ses expériences sur le sable, pour une cause qui est celle de la nature, et qui était la seule qu'il importe de rechercher dans le problême de la poussée des terres. Il s'aperçut que le sable ne prenait que peu de talus : c'est que le tassement déterminait le prisme de plus grande poussée ; celui qui seul agit avec la plus grande efficacité contre l'obstacle, et le seul qu'il importait de connaître.

A son appareil, qui n'était déjà pas trop grand, il substitua un très-petit appareil qui doit laisser des doutes dans ses résultats, comme en laissent les modèles des machines, qui donnent des résultats bien différens, lorsqu'elles sont exécutées en grand. En outre, il employa une matière qui étant totalement disparate à celle des terres, ne peut donner des résultats comparables. Aussi, trouva-t-il que quel que fût le prisme de grenaille exerçant son action contre le plan vertical, l'effet était le même. Ce seul résultat doit inspirer de la défiance sur la nature de ses expériences.

Celle pour déterminer la résultante, est on ne peut pas plus ingénieuse, mais on a toujours regret à la petitesse de l'appareil, et à la nature de la matière sur laquelle l'expérience a été faite.

En considérant, comme cela doit être, que le prisme des terres glisse sur l'hypothénuse formée par la séparation des terres lors de l'éboulement, on peut regarder chaque partie de l'obstacle, comme pressée par la surface du trapèze correspondant ; et d'après la théorie des figures semblables, ces surfaces sont dans le rapport 1, 3, 5, 7, 6, qui diffère de ceux trouvés dans l'expérience du N°. 27, de M. Gauthey ; puisque la surface du triangle est $\frac{1}{2}$; celle du trapèze qui le suit $\frac{1}{2}$; celle de second trapèze $\frac{1}{2}$, ainsi de suite ; tandis que les poids correspondans dans cette expérience, sont 1 once $\frac{1}{2}$, 4 onces, et 6 onces. De pareilles différences en petit, laissent croire qu'elles deviennent plus considérables en grand.

Digitized by Google

CHAPITRE IV.

EXPÉRIENCES DE M. RONDELET.

M. Rondelet, dans son art de bâtir, N°. 95, article VI, expose qu'il fit construire une caisse de 16 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur, 12 pouces de largeur et 17 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur, mesurés dans œuvre. Cette caisse avait un de ses côtés mobile qu'il enlevait à volonté, et par ce moyen, il mesurait l'angle que le talus de l'éboulement faisait avec l'horizon. Il résulte de ses expériences que l'espèce de terre la plus mobile est le sable fin, bien sec, ou le grès pulvérisé; et que l'un et l'autre, lorsqu'on lève le côté mobile, prennent un talus formant un angle de 55° 50′ avec un plan vertical, et de 34° 30′ avec un plan horizontal.

Au côté mobile, M. Rondelet substituait des dalles de pierre et faisait varier leur épaisseur jusqu'à ce que leur pesanteur spécifique faisait équilibre à l'action des terres. Les épaisseurs ainsi déterminées par l'expérience, M. Rondelet a cherché à les déterminer également par la théorie.

Il a considéré le triangle des terres qui s'éboule, comme agissant parallèlement au plan incliné sur lequel l'éboulement a lieu; et pour avoir son effet, il l'a multiplié par le bras de levier déterminé par la perpendiculaire abaissée du point de rotation à la parallèle au plan incliné passant par le centre de gravité.

L'application de ces principes pour le sable bien sec et le grès en poudre, lui ont donné des résultats conformes à l'expérience; mais ces résultats ont différé, lorsque la comparaison a été faite avec des terres végétales.

Enfin,

Digitized by Google

Enfin, il a établi sa théorie comme si une masse de terre agissait sur un plan incliné de 45°.

OBSERVATIONS

SUR LES EXPÉRIENCES DE M. RONDELET.

M. Rondelet, au moyen de son côté mobile ou de la dalle qu'il enlève, n'a pu déterminer le prisme de plus grande poussée, parce que dans cette opération, il est impossible de ne pas imprimer du mouvement à la masse des terres qu'il a employées, qui, se trouvant très-mobiles par leur nature, doivent entraîner un plus grand éboulement que celui de leur action sans cette cause.

Il n'a pas pu non plus déterminer l'angle formé par le talus ordinaire des terres, parce que le tassement de la masse retenue organise un engrenage, qui ne peut se former dans les terres roulantes.

Enfin la petitesse de l'appareil laisse des doutes pour les résultats en grand; et ses expériences ne développent pas toutes les circonstances physiques que l'on doit désirer de connaître dans la poussée des terres.

CHAPITRE V.

EXPÉRIENCES EXÉCUTÉES A ALEXANDRIE

en Piémont en 1805,

ET A JULIERS EN 1806 ET 1807.

Comme d'après la méthode des Italiens et celle de Papacini d'Antony, il paraissait que cet auteur avait considéré qu'en général le prisme triangulaire des terres de plus grande poussée, glissait sur une hypo-

Digitized by Google

thénuse formant un angle de 45°, je voulus m'assurer si c'était véritablement la loi que suivait la majorité des terres.

Je fis construire un coffre de deux mètres de largeur, d'un mètre et demi de profondeur, sur un mètre de hauteur : je le fis poser sur un échafaudage construit bien de niveau, afin que les terres s'éboulassent sur le sol de la cour ; et je me conformai pour tout le surplus au procédé italien. Il en résulta que l'inclinaison de l'hypothénuse sur laquelle glissa le triangle, fut de 62° 42′ avec l'horizon. Les terres se détachèrent avec une forte détonation, et brisèrent le tablier et les charnières.

Les circonstances ne m'ayant pas permis de continuer mes recherches, je n'y ai donné suite qu'à Juliers.

DESCRIPTION DE L'APPAREIL.

Avant beaucoup de terrassemens à faire dans la place de Juliers, je proposai à M. Laulanier, major au Corps impérial du génie, si avantageusement connu dans le Corps, et à M. Derché, lieutenant du génie, d'un mérite distingué, en résidence l'un et l'autre à Juliers, de faire une suite d'expériences sur la poussée des terres.

Fig. 1 et 2. M. Derché fit en conséquence construire un coffre A B C D, dont les parois et le fond étaient composés de planches assemblées à languette, et les angles en queue d'aronde : il avait dans œuvre trois mètres de longueur, un mètre et demi de largeur, et un mètre et demi de hauteur. Il était contenu par cinq bâtis ou châssis de charpente, espacés à peu près de $0^m,60^c$, pour empêcher que les terres ne fissent céder les côtés ; et en outre, pour le contenir, on avait cloué derrière des traverses et des croix de Saint-André, que l'on avait arcboutées par des pièces de bois enfoncées dans la terre N.

Fig. 3 et 4. Le devant ou tablier E F G H, était fixé dans le bas, par trois charnières R, dont les branches étaient noyées dans l'épaisseur du bois ;

Digitized by Google

de manière que l'axe du genou répondait parfaitement au milieu, et que le tablier renversé se trouvait de niveau avec le fond du coffre. Le tablier, armé à l'extérieur, comme on vient de le dire, de traverses et croix de Saint-André, était malgré cela contenu par quatre crochets en fer, dont un de chaque côté à la partie supérieure du tablier, et un de chaque côté au milieu de sa hauteur.

Le coffre fut ainsi établi dans un grand magasin couvert, dont les croisées fermaient avec des contrevents.

Le procédé italien me paraissant entraîner dans des considérations qui ramenaient à la théorie, et ne donnaient pas directement l'effet de l'expérience, je le changeai, et fis fixer à l'extérieur du milieu de ce tablier deux coulisses formant l'évasement d'une femelle de queue d'aronde X, dans laquelle il devait entrer un mâle I en fer, qui devait recevoir à son bout une tringle K de $0^m,80^c$ de longueur de même matière, ayant à chacun de ses deux bouts, deux lèvres arrondies, pour emboîter d'un côté l'extrémité de la queue d'aronde, et de l'autre une plaque carrée M, destinée à être fixée à une petite caisse L. Par sa construction, cette tringle conservait un mouvement de rotation à ses deux bouts, et la plaque faisait fonction d'une main qui agit contre un obstacle.

Je fis ensuite construire une grande caisse doublée en fer-blanc, et percée, vers le fond, d'un orifice auquel était adapté un robinet. Fig. 1 et 2. Les dimensions de cette caisse L dans sa base, étaient de $0^m,495$, sur $0^m,495$, et sa hauteur de $0^m,585$. Elle était destinée à recevoir la plaque de la tringle fixée sur elle avec des vis. On changeait ces vis selon que l'on voulait changer le point d'application de la force propre à résister à la pression des terres. On enfonça les pieds d'une grosse table de cazerne à $0^m,60^c$ en avant du coffre, pour supporter la petite caisse; et comme l'on craignit que le frottement produit sur le dessus de la table, ne fît céder ou casser les tenons de ses pieds, ou l'arcbouta avec un cric. On enfonçait les pieds ou la table, en changeant le point d'application.

Digitized by Google

Voici le but de cet appareil : le mâle de la queue d'aronde ne pouvant couler dans sa femelle librement, on était le maître de fixer le point d'application de la force résistante. Ce point déterminé, on posait la tringle avec un niveau à bulle d'air, et d'après ce niveau on fixait la plaque contre la caisse, vers son milieu, que l'on remplissait d'eau ; on la recouvrait et on la chargeait de poids, de manière à former un obstacle qui ne pût être vaincu par l'impulsion des terres. Dans cet état, on remplissait le coffre à terre roulante. Lorsqu'il était arasé, ou qu'on y avait formé au-dessus un parapet à 45°, on ouvrait le robinet de la caisse et on recevait l'eau qui s'en écoulait. Après un certain tems d'écoulement, la masse de la caisse ne pouvant résister à la pression des terres, elle glissait sur la table d'un mouvement spontané, et au même instant, on fermait le robinet.

Procédé pour connaître par expérience l'action des terres.

Pour connaître l'action des terres éboulées, on les faisait vider du coffre, on les mesurait, on pesait trois ou quatre de ces mesures pour avoir le poids moyen ; puis on refermait le tablier, et on le mettait dans la même position qu'il était avant le mouvement des terres, ainsi que la tringle et la caisse. On enveloppait la caisse d'une corde qui prenait la plaque de la tringle. Cette corde passait sur une poulie, horizontalement, et supportait à son bout un plateau de balance que l'on chargeait successivement de poids, jusqu'à ce que la caisse se mît en mouvement de la même manière qu'elle l'avait été par l'impulsion des terres.

Les poids et la pesanteur du plateau étaient évidemment la mesure de l'action des terres ; car les poids renversaient le tablier, attiraient la tringle et la caisse, et surmontaient le même frottement qu'éprouvait celle-ci, qui restait chargée des mêmes poids et remplie de la même quantité d'eau qu'à l'instant de l'impulsion des terres.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE, du 31 Octobre 1806.

Le coffre fut rempli d'un sable jaune humecté. Le tablier était fermé par quatre crochets. Avant de le décrocheter, on appliqua contre ce

Digitized by Google

tablier, deux madriers attachés à un bout par des cordes, et fixés dans la terre par l'autre bout. Quatre hommes tiraient fortement les cordes; néanmoins, au moment où l'on lâcha les crochets, malgré la résistance des hommes, les sables se lézardèrent à $0^{m},40^{c}$ du bord du coffre. On baissa le tablier par mouvement continu et lent; ces sables se lézardèrent de nouveau à $1^{m},23^{c}$, puis à $1^{m},40^{c}$; mais c'est à $1^{m},23^{c}$ qu'ils prirent leur talus.

Le poids d'une mesure de ce sable, dont la capacité, dans tous les sens, était de $0^{m},325^{mill}$, était de 49 kilogr.

On vida les sables éboulés, on referma le coffre; on les rejeta dedans après avoir arcbouté le tablier avec la caisse; on leva les crochets, et la caisse glissa instantanément.

On vida de nouveau les sables; on recrocheta le tablier du coffre que l'on remplit une seconde fois, et quoique l'on eût mis dans la caisse huit myriagrammes, et qu'elle fût pleine d'eau, elle n'en glissa pas moins d'une manière spontanée.

On fut donc encore obligé d'enlever les sables éboulés, de recrocheter le tablier, de l'arcbouter de nouveau avec la caisse pleine d'eau, mais recouverte de bouts de madriers surchargés de quartiers de pierre de taille, et de remplir le coffre comme à l'ordinaire. Cette opération terminée, on décrocheta le tablier qui s'entrouvrit d'un décimètre, en prenant une courbure en deux sens différens, sans que la caisse cédât: mais ce furent les tenons des pieds de la table qui jouèrent dans leurs mortaises; et c'est pour cette raison, qu'on arcbouta les pieds de cette table avec des crics.

On remédia également à la faiblesse du tablier, en le faisant redoubler: néanmoins, lorsqu'on eut arasé le coffre, le tablier se trouva entrebâillé dans la partie supérieure de $0^{m},05^{c}$, sans qu'il se manifestât à la surface des sables aucune lézarde.

Outre les pierres, on avait mis encore sur la caisse des poids qu'on enleva successivement, et dans cette opération, le tablier s'ouvrit encore de $0^{m},05^{c}$; de manière qu'à la partie supérieure, il était éloigné

Digitized by Google

de $0^m,10^c$ du bord du coffre, sans qu'il se manifestât de lézarde, cet effort devant être dû au tassement de la totalité de la masse.

Enfin, un instant après que l'on eut retiré le dernier poids, les sables agirent, firent glisser la caisse d'un mouvement spontané, et prirent un talus dont la partie supérieure se trouva éloignée du bord du coffre de $0^m,73^c$. Leur effet sur la caisse fut de 29625 décagrammes.

Nota. Le point d'application était aux $\frac{1}{3}$ en contre-haut du fond du coffre.

REMARQUES.

On observa, dans ces expériences, que toutes les fois que le coffre était crocheté, les sables se lézardaient en avant de la ligne de rupture; ce qui augmentait l'énergie : aussi les supprima-t-on pour les expériences suivantes.

Les trois blocs de pierre de taille qui étaient sur la caisse, pesaient ensemble. . . . . 3026 hectogr.

Les trois bouts de madriers.	148
Les poids qui étaient dans la caisse.	810
L'eau renfermée dans la caisse.	1323
La caisse.	343
Total.	5650 hectogr.

La caisse et sa surcharge glissèrent sur la table, au moyen d'un poids de 2963 hectogrammes.

DEUXIÈME EXPÉRIENCE, du 3 Novembre 1806.

On remplaça les sables jaunes, par de la terre végétale bien corroyée, bien émiettée et bien purgée. Cette terre avait conservé de la fraîcheur, sans avoir un degré d'humidité assez fort pour pouvoir s'agglomérer.

Le point d'application était aux $\frac{1}{3}$ en contre-haut du fond du coffre.

Quand le coffre fut rempli jusqu'à son niveau, le tablier se trouva

Digitized by Google

entrebâillé, comme dans les expériences précédentes, de $0^m,05^c$: il s'ouvrit encore de $0^m,05^c$ de plus, sans qu'il se manifestât aucune lézarde ; et c'est alors que la caisse glissa spontanément.

Les terres éboulées formèrent le vide d'un prisme triangulaire, dont le cube était de $0^m,495^{mil}$, contenant 14,4 mesures pesant chacune 37 kilog. ; et par conséquent le poids des terres éboulées était de 5335 hectogrammes.

Leur effet sur la caisse ne fut que de 935 hectogrammes.

TROISIÈME EXPÉRIENCE, du 3 Novembre.

On referma le coffre ; on fit ébouler les terres qui n'avaient fait aucun mouvement, et on rejeta par-dessus celles qui s'étaient éboulées. On les surchargea au-dessus du coffre avec de la même terre, de manière à leur laisser prendre dans tous les sens, leur talus naturel ; et elles formèrent une pyramide tronquée à base quadrangulaire, dont la hauteur était de $0^m,62^c$.

Dans cette expérience, le tablier n'était presque point entrebâillé ; et le point d'application était aux $\frac{2}{3}$ en contre-haut du fond du coffre.

On mesura les terres éboulées après leur effet ; il en résulta 40 mesures du poids de 37 kilog. l'une, et un poids total de 14800 hectogrammes.

Leur effet sur la caisse ne fut que de 2154 hectogrammes.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE, du 3 Novembre.

Le coffre fut rempli des mêmes terres végétales, avec la même précaution : on changea seulement le point d'application, que l'on mit au milieu du tablier, c'est-à-dire à $0^m,75^c$ en contre-haut du fond du coffre.

On l'arasa avec les terres, jusqu'au niveau de sa partie supérieure ; puis l'on forma, comme dans la troisième expérience, une pyramide

Digitized by Google

tronquée. Les terres éboulées donnèrent 35 mesures de 37 kil. chacune, et un poids total de 12950 hectogr.

Leur effet sur la caisse ne fut que de 2375 hectogr.

CINQUIÈME EXPÉRIENCE, du 4 Novembre.

Dans cette expérience, on changea le point d'application, que l'on mit au tiers en contre-haut du fond du coffre. Il s'éboula 43 mesures de terres de 37 kilog. chacune, dont le poids total fut de 15910 hect.

On avait formé au-dessus une pyramide tronquée, comme dans les expériences précédentes.

Leur effet sur la caisse fut de 3375 hectogr.

SIXIÈME EXPÉRIENCE du 4 Novembre.

Cette expérience fut exécutée avec les mêmes terres, le point d'application également au $\frac{1}{3}$ en contre-haut du fond du coffre; et les terres furent arasées au niveau de la partie supérieure du coffre.

Le tablier étant entrebâillé de $0^m,08^c$ à la partie supérieure, on mit des petites joues en planche pour empêcher les terres de s'ébouler. La lézarde ou ligne de rupture se forma à $0^m,76^c$ de chaque côté du bord du coffre. Il s'éboula 30 mesures de terres du poids de 37 kil. chacune, et dont le poids total fut de 11100 hectogr.

Leur effet sur la caisse ne fut que de 2806 hectogr.

SEPTIÈME EXPÉRIENCE, du 5 Novembre.

On laissa le point d'application au $\frac{1}{3}$; mais au-dessus et de chaque côté du coffre, on fit clouer un profil ayant un talus de 45° égal à celui des terres, sur une hauteur de $0^m,60^c$, pour représenter un parapet de fortification.

Le coffre fut arasé jusqu'au niveau de la partie supérieure du profil; les

Digitized by Google

les terres prirent leur talus ordinaire, au-dessus du coffre. Le tablier se trouva entrebâillé de $0^m,10^c$ dans la partie supérieure, et son ouverture s'augmenta jusqu'à devenir $0^m,18^c$, sans lézarde; mais bientôt après l'éboulement eut lieu; de manière que la ligne de rupture fut formée à $0^m,60^c$ de chaque bord de la partie supérieure du coffre, et à $0^m,87^c$ du milieu.

La ligne de rupture à la surface supérieure du parapet, était à $0^m,35^c$ de chaque bord du profil, et à $0^m,47^c$ du milieu.

Les terres éboulées mesurées, donnèrent 45 mesures de 37 kilogr., et un poids total de 16650 hectogr.

Leur effet sur la caisse ne fut que de 5545 hectogr.

Lorsqu'on faisait l'expérience pour mesurer cet effet, les cordes de la poulie cassèrent; on en mit de plus fortes : alors le crochet par lequel était suspendue la poulie, cassa à son tour. On fut obligé de remplacer cette poulie par une autre ayant un axe et un crochet plus forts en dimension.

HUITIÈME EXPÉRIENCE, du 6 Novembre.

On fit ébouler les terres qui n'avaient pris aucune part à l'expérience précédente; mais en remplissant le coffre, on forma, comme dans cette dernière, un parapet, et on ne fit que changer le point d'application, qui fut fixé au milieu du tablier.

Les terres formèrent leur ligne de rupture à $0^m,63^c$ d'un côté, à $0^m,64^c$ de l'autre, et à $0^m,91^c$ du milieu. Le tablier était entrebâillé de $0^m,07^c$ au moment de la rupture.

Le parapet était d'un côté à $0^m,37^c$ de distance du bord de la surface supérieure du profil; à $0^m,38^c$ de l'autre, et à $0^m,57^c$ du milieu.

Les terres éboulées produisirent 43 mesures de 37 kilogr., et un poids total de 15910 hectogr.

Leur effet sur la caisse ne fut que de 3569 hectogr.

Digitized by Google

NEUVIÈME EXPÉRIENCE, du 6 Novembre.

Le coffre, dans cette expérience, n'a été rempli qu'au niveau de sa surface supérieure; et le point d'application a été fixé au milieu du tablier.

Le tablier était entrebâillé de $0^m,06^c$ de chaque côté.

Les terres s'éboulèrent d'un côté à la distance de $0^m,70^c$, de l'autre à $0^m,60^c$, et au milieu à $0^m,80^c$ du bord de la partie supérieure du coffre. Elles produisirent 27 mesures du poids de 37 kil., c'est-à-dire, que le poids total des terres éboulées était de 9990 hect.

Leur effet sur la caisse fut de 2105 hectogr.

DIXIÈME EXPÉRIENCE, du 7 Novembre.

On remplit le coffre en formant un parapet de $0^m,60^c$ de hauteur, avec un talus de 45°; le point d'application étant aux $\frac{2}{3}$ en contrehaut du fond. La construction de ce parapet fit céder le tablier, et il resta entrebâillé de $0^m,08^c$.

Lorsqu'on ouvrit le robinet, les terres s'affaissèrent et forcèrent le tablier à s'entrebâiller jusqu'à $0^m,18^c$. Alors elles prévalurent sur la résistance de la caisse, et il s'éboula 44 mesures de 37 kilogr. chacune; de manière que leur poids total fut de 16280 hectogr.

La ligne de rupture à la surface du coffre était d'un côté à $0^m,60^c$, de l'autre à $0^m,70^c$, et au milieu à $0^m,82^c$.

La ligne de rupture au-dessus du profil était à $0^m,40^c$ du bord de la partie supérieure d'un côté, de l'autre à $0^m,44^c$, et à $0^m,50^c$ du milieu.

Leur effet sur la caisse fut de 2765 hectogr.

ONZIÈME EXPÉRIENCE, du 7 Novembre.

On laissa le point d'application aux $\frac{2}{3}$ en contre-haut du fond du

Digitized by Google

coffre, et on l'arasa de niveau à sa partie supérieure. Le tablier s'entrebâilla de $0^m,05^c$.

Il en résulta une ligne de rupture à $0^m,70^c$ de chaque côté du bord du coffre, distance mesurée à la partie supérieure du coffre, comme dans toutes les expériences précédentes, et à $0^m,80^c$ du milieu.

Les terres éboulées produisirent 28 mesures de 57 kilogr. chacune, et un poids total de 10360 hectogr.

Leur effet sur la caisse fut de 2205 hectogr.

DOUZIÈME EXPÉRIENCE, du 8 Novembre.

Le point d'application resta aux $\frac{2}{3}$ en contrehaut du fond du coffre; et lorsqu'il fut arasé de niveau à sa partie supérieure, on posa sur les terres un plateau dont la longueur était de $1^m,50^c$ égale à la largeur du coffre; celle de ce plateau était de $0^m,73^c$: on le surchargea de quatre lits de briques, contenant 128 briques, pesant ensemble 3750 hectogr., et le plateau 155 hectogr.

Le tablier était entrebâillé de $0^m,06^c$, et il continua de s'ouvrir par l'affaissement, jusqu'à ce qu'il fût d'un côté de $0^m,09^c$, et de l'autre de $0^m,11^c$. Alors les terres s'éboulèrent de la même manière que dans les expériences précédentes. La ligne de rupture se forma au moyen de l'éboulement d'un prisme triangulaire parfaitement régulier : elle était distante du bord de la partie supérieure du coffre de $0^m,73^c$.

L'éboulement produisit 25 mesures pesant ensemble 9250 hectogr., qui, ajoutés au poids de la surcharge, donnèrent un poids total de 13155 hectogr.

L'effet de ces poids sur la caisse fut de 2135 hectogr.

TREIZIÈME EXPÉRIENCE, du 8 Novembre.

On remplit le coffre en damant successivement les terres, lit par lit, jusqu'à sa surface supérieure, en laissant le point d'application aux $\frac{2}{3}$ en

Digitized by Google

contre-haut du fond du coffre. Le tablier était entrebâillé d'un côté de $0^m,04^c$, et de l'autre de $0^m,02^c$; il ne s'ouvrit plus jusqu'au moment de l'effet des terres, qui fut instantané. L'éboulement prit la forme d'une calotte de sphéroïde très-prononcée, coupée sur chaque côté par les parois du coffre. La section sur le milieu de l'éboulement donnait une flèche de $0^m,38^c$, et sur chaque côté de $0^m,25^c$. La ligne de rupture à la surface du coffre, se manifesta à $0^m,20^c$ du bord. Sur le bas, les terres se maintinrent à pic sur une hauteur de $0^m,37^c$, et faisaient saillie de $0^m,24^c$ sur l'extrémité du sphéroïde. L'éboulement qui eut lieu donna 15 mesures de 38 kilogr. chacune, c'est-à-dire, que le poids des terres éboulées fût de 5700 hectogr., et leur effet sur la caisse de 225 hectogr.

OBSERVATIONS.

On fit damer ces mêmes terres dans la petite mesure, comme elles l'avaient été dans le coffre; leur poids fut de 50 kilogr.

QUATORZIÈME EXPÉRIENCE, du 9 Novembre.

On suivit le même procédé pour cette expérience, en laissant le point d'application aux $\frac{2}{3}$. On forma seulement un parapet de la hauteur et talus ordinaires, en damant les terres.

Dans la partie supérieure, le tablier se trouva entrebaillé, d'un côté, de $0^m,03^c$; de l'autre, de $0^m,05^c$; et avant que les terres eussent agi, il s'entr'ouvrit d'un $\frac{1}{2}$ centim. de plus de chaque côté; en manifestant une lézarde, qui fut la ligne de rupture, éloignée de $0^m,44^c$ du bord de la partie supérieure du coffre, pour un côté et pour le milieu; et pour l'autre côté de $0^m,32^c$. Cette ligne de rupture se trouva dans le talus du parapet.

Il s'éboula 27 mesures $\frac{2}{3}$ pesant ensemble 10413 hectogr., à raison de 38 kilogr. la mesure moyenne.

Leur effet sur la caisse fut de 445 hectogr.

Digitized by Google

QUINZIÈME EXPÉRIENCE, du 10 Novembre.

On changea le point d'application, et on le mit au $\frac{1}{3}$ en contre-haut du fond du coffre. On l'arasa avec les terres bien damées, ainsi que celles d'un parapet que l'on forma au-dessus, avec un talus de 45°, sur une hauteur de $0^m,60^c$. A la fin de cette opération le tablier se trouva entrebâillé, dans la partie supérieure, de $0^m,03^c$ de chaque côté, et dans le bas, de $0^m,03^c$ d'un côté seulement.

Le tablier s'entr'ouvrit par un mouvement de continuité insensible, en manifestant une lézarde qui augmenta continuellement pendant l'écoulement des eaux de la caisse, jusqu'à ce qu'elle parvînt à $0^m,06^c$. La partie inférieure ne donna aucun mouvement sur le côté où il se trouvait une charnière faussée.

La ligne de rupture fut celle de la lézarde, et sa distance du bord du coffre dans la partie supérieure était de $0^m,40^c$ de chaque côté, et de $0^m,56^c$ dans le milieu.

Le parapet se rompit au contraire en ligne droite et d'aplomb, jusqu'à la surface de la partie supérieure du coffre, à une distance de $0^m,05^c$ de son talus.

Les terres éboulées donnèrent 33 mesures pesant ensemble 12540 hectogr., à raison de 38 kilogr. chacune.

Leur effet sur la caisse fut de 1805 hectogr.

SEIZIÈME EXPÉRIENCE, du 10 Novembre.

On laissa le point d'application au $\frac{1}{3}$ en contre-haut du fond du coffre; on dama les terres jusqu'à la partie supérieure. La charnière étant à moitié détachée et pliée, le tablier se trouva entrebâillé de $0^m,02^c$ de chaque côté, dans la partie supérieure, et de $0^m,06^c$ dans le bas, d'un côté seulement.

Pendant l'écoulement des eaux de la caisse, il se manifesta une lézarde dans les terres, qui s'agrandit continuellement jusqu'à ce que

Digitized by Google

côté de $0^m,34^c$ du bord, de l'autre de $0^m,32^c$, et de $0^m,40^c$ au milieu. A $0^m,50^c$ en contre-bas de la surface supérieure du coffre, l'éboulement était éloigné des deux bords de $0^m,34^c$, et dans le milieu de $0^m,47^c$.

Sur le fond du coffre, les terres se maintinrent à pic, sur une hauteur de $0^m,50^c$.

L'éboulement produisit 21 $\frac{1}{2}$ mesures, pesant 8170 hectogr.

Son effet sur la caisse fut de 145 hectogr.

DIX-NEUVIÈME EXPÉRIENCE, du 12 Novembre.

On déblaya les terres du coffre; on les corroya de nouveau, de manière à les rendre très-meubles. On fit enlever les charnières du tablier, et on l'appliqua contre le coffre, en le laissant reposer sur quatre couchis polis, et placés bien de niveau. Il fut arcbouté comme à l'ordinaire, avec la tringle et la caisse. Lorsque l'on eût rempli le coffre à terre roulante de niveau à sa partie supérieure, le tablier se trouva entrebâillé d'un côté de $0^m,07^c$, de l'autre de $0^m,04^c$, et dans le bas de $0^m,03^c$ de chaque côté.

Lorsque l'écoulement des eaux fut au point de laisser prévaloir l'action des terres, le tablier s'était entr'ouvert d'un centimètre de plus de chaque côté, sans faire aucun mouvement dans le bas. La ligne de rupture se manifesta au même instant, et le tablier fut renversé spontanément, comme si les charnières eussent existé.

Cette ligne de rupture se trouva éloignée du bord de la partie supérieure du coffre, de $0^m,62^c$ d'un côté, de $0^m,58^c$ de l'autre, et de $0^m,68^c$ au milieu.

Dans cette expérience, les terres ont pris entièrement leur talus jusqu'au fond du coffre, et ne se sont point maintenues à pic vers le bas, comme aux expériences des terres damées.

Les terres éboulées donnèrent 23 mesures dont le poids moyen fut de 40 kilogr., et leur poids total de 9200 hectogr.

Leur effet sur la caisse fut de 1785 hectogr.

Le

Digitized by Google

Le point d'application était au milieu, c'est-à-dire, à $0^m,75^c$ en contre-haut du fond du coffre.

VINGTIÈME EXPÉRIENCE, du 12 Novembre.

On laissa le point d'application au même point. On forma, comme à l'ordinaire, un parapet à terre roulante de $0^m,60^c$ de hauteur. On chargea auparavant la caisse, de quartiers de pierre de taille, afin qu'elle ne cédât point avant que le remblai fût terminé.

Le tablier, après la formation du parapet, se trouva entrebâillé, dans la partie supérieure, de $0^m,08^c$ d'un côté, et de $0^m,09^c$ de l'autre; dans le bas, il l'était de $0^m,04^c$ d'un côté, et de $0^m,05^c$ de l'autre.

On ouvrit le robinet de la caisse. Le tablier, sans donner aucun mouvement dans le bas, s'ouvrit, dans la partie supérieure, d'un centimètre, d'une manière lente et insensible, et sans qu'il se manifestât aucune lézarde.

La ligne de rupture à la surface du coffre, était éloignée de son bord, d'un côté de $0^m,60^c$, de l'autre, de $0^m,54^c$, et au milieu de $0^m,70^c$.

A la partie supérieure du talus, cette ligne eut lieu à $0^m,28^c$ de l'arête de son talus d'un côté, et à $0^m,40^c$ de l'autre: dans le milieu, elle forma un ressaut de $0^m,12^c$, qui se terminait à la surface du niveau de la partie supérieure du coffre, en suivant le talus qui était très-régulier pour le surplus de la section.

Les terres éboulées produisirent 33 mesures du poids moyen de 40 kilogr., et un poids total de 1320 kilogr.

Leur effet sur la caisse fut de 3,155 hectogr.

VINGT-UNIÈME EXPÉRIENCE, du 30 Novembre.

On fit enlever le tablier, et à sa place l'on fit construire un mur en brique et en mortier de trass, composé de deux tiers de trass et d'un tiers de chaux éteinte. Comme ce mortier fait bientôt corps, on le laissa jusqu'au lendemain 14 novembre à 4 heures du soir. A cette heure, on fit remplir le coffre à terre roulante. Le mur céda de $0^m,04^c$,

Digitized by Google

lorsque les terres furent de niveau à la partie supérieure du coffre. On avait fait au-devant du pied du mur, sur $0^m,20^c$ de hauteur, un remblai de terres bien damées; de manière que ce remblai se trouvait de niveau avec le fond du coffre, et déterminait la profondeur de la fondation du mur. On fit jeter un peu de terre pour former un parapet de $0^m,60^c$ de hauteur, avec un talus de 45° : le mur céda encore de $0^m,01^c$. On le laissa dans cet état, jusqu'au lendemain matin 15 novembre. Comme il n'avait plus agi, on forma entièrement le parapet. Il s'ouvrit alors de $0^m,02^c$ de plus, en se rompant au niveau du fond, et laissant au-dessous trois tas de briques.

On le laissa ainsi jusqu'au lendemain 16. On fit vider le coffre et rejeter les terres une seconde fois. Alors le mur céda successivement; de manière que le 17 au matin, il surplombait de $0^m,13^c$.

On fit vider une seconde fois les terres du coffre. Le mur alors se redressa, de manière qu'il ne surplombait plus que de $0^m,08^c$. On les rejeta dans le coffre, et on forma le parapet. Deux heures quinze minutes après qu'il fut terminé, le mur tomba, en cédant à un mouvement de continuité.

Il s'est rompu dans le bas, au niveau du fond du coffre, en se renversant comme le tablier, et comme s'il eût voulu tourner sur l'arête de sa fondation; car sa section s'approchait de la diagonale d'un carré formé avec l'épaisseur du mur.

Ce mur avait $1^m,50^c$ de hauteur (non compris deux tas de briques au-dessous du fond du coffre, qui avaient $0^m,14^c$ de hauteur). Sa longueur était de $1^m,70^c$, et son épaisseur de $0^m,40^c$.

Il entra dans la composition de ce mur 460 briques; savoir, 20 briques par assise.

L'entier débris de ce mur, avec son mortier, que l'on ramassa avec soin, pesa 18020 hectogr.

On démolit de ce mur, ce qui restait intact et que les terres n'avaient pu ébranler : on y trouva 24 briques qu'on pesa avec le mortier qui les consolidait; et le tout donna un poids de 99 kilogr.

Digitized by Google

La ligne de rupture des terres éboulées, à la surface du coffre, était de chaque côté à $0^m,63^c$ du bord de la partie supérieure dudit coffre, et à $0^m,80^c$ du milieu; entre le milieu et chaque côté, cette distance était également de $0^m,80^c$. Pour la distance de cette ligne de rupture au mur, au moment de sa chûte, elle était de $0^m,76^c$ de chaque côté, et de $0^m,93^c$ dans le milieu, et entre le milieu et chaque côté, également de $0^m,93^c$.

Au-dessus du parapet, la ligne de rupture se forma d'un côté à $0^m,36^c$ de son talus; de l'autre à $0^m,42^c$, et également à $0^m,42^c$ dans son milieu.

Les terres éboulées remplirent 44 mesures de 38 kilogr., dont le poids total fut de 16720 hectogr.

VINGT-DEUXIÈME EXPÉRIENCE, du 18 Novembre.

On construisit au-devant du coffre un autre mur en brique sèche, sur une épaisseur de $0^m,50^c$, sur une hauteur de $1^m,70^c$, mesurée depuis le niveau du terrain; mais la hauteur du mur opposée aux terres, était de $1^m,50^c$; sa longueur était de $1^m,70^c$. Lorsqu'on eut jeté les terres végétales derrière, jusqu'au niveau de la partie supérieure du coffre, le mur céda de $0^m,03^c$.

On construisit un parapet, et le mur céda encore de $0^m,02^c$; de manière qu'il surplombait de $0^m,05^c$. Vingt-quatre heures après on fit déblayer les terres, et on les fit rejeter dans le coffre : alors le mur surplomba de $0^m,10^c$. On les laissa encore pendant vingt-quatre heures dans cet état. On fit déblayer de nouveau, et rejeter les terres une troisième fois dans le coffre. Le mur se lézarda, comme le mur en maçonnerie, dans la base, et surplombait de $0^m,12^c$. Toutes les fois qu'on déblayait les terres, il reprenait son assiette, comme le mur en maçonnerie; c'est-à-dire, qu'il revenait dans l'état qu'il avait avant le premier effort, et ne se trouvait éloigné des bords de la partie supérieure du coffre, que de $0^m,03^c$.

Le mur en brique sèche pesait 18200 hectogr.; et la partie qui

Digitized by Google

se lézarda ou qui reçut le mouvement des terres, pesait 16700 hect., et l'unité de mesure pesait 41^{kil},60^{c}.

VINGT-TROISIÈME EXPÉRIENCE, du 25 Février 1807.

On déblaya les terres végétales du coffre, ainsi que les matériaux du mur en pierre sèche. On plaça de nouveau le tablier sans charnières, et on l'arcbouta à l'ordinaire, avec la tringle et la petite caisse; en mettant le point d'application à o^{m},50^{c} au-dessus du fond du coffre.

On remplit le coffre avec les terres du remblai du demi-bastion de gauche de l'ouvrage à couronne, déposées depuis long-tems dans les grandes casemates : ces terres mêlées de gros gravier étaient bien sèches, et jetées à la pelle, elles prirent un talus de 45°.

Lorsque l'on eut rempli le coffre de niveau, et au moment de l'action des terres, le tablier était entrebâillé de chaque côté, dans la partie supérieure, de o^{m},25^{c}; et dans la partie inférieure, de o^{m},05^{c}.

La ligne de rupture eut lieu dans la partie supérieure du coffre, à la distance de o^{m},79^{c} d'un bord; à o^{m},80^{c} de l'autre bord, et à o^{m},90^{c} du milieu.

Il s'éboula 35 mesures du poids moyen de 50^{kil},42^{c}; c'est-à-dire, que le poids total de l'éboulement fut de 17647 hectogr.

Son effet sur la caisse fut de 2407^{hect},50^{c}.

VINGT-QUATRIÈME EXPÉRIENCE, du 25 Février.

On laissa le point d'application à o^{m},50^{c}; on remplit le coffre de ces mêmes terres, en formant un parapet, comme dans les expériences précédentes. Au moment de l'action des terres, le tablier était entrebâillé de chaque côté, dans le haut, de o^{m},22^{c}; et dans le bas, de o^{m},05^{c}.

La ligne de rupture au niveau de la surface supérieure du coffre, était d'un côté et au milieu, à o^{m},87^{c} de distance du bord du coffre, et à o^{m},90^{c} de l'autre côté.

Digitized by Google

Les terres éboulées produisirent 58 mesures de $50^{kil},36^{c}$, poids moyen, et leur poids total fut de 29208 hectogr.

Leur effet sur la caisse fut de 4425 hectogr.

VINGT-CINQUIÈME EXPÉRIENCE, du 28 Février.

On enleva les terres mêlées de gros gravier, que l'on remplaça par les terres végétales. On mit le tablier, avec le point d'application à $0^{m},50^{c}$ au-dessus du fond. Le coffre fut arasé au niveau de la partie supérieure, et au moment de l'action des terres, le tablier se trouva entrebâillé de $0^{m},14^{c}$ par le haut, et de $0^{m},02^{c}$ dans le bas.

La ligne de rupture se forma de chaque côté, à $0^{m},69^{c}$ de distance du bord du coffre, et à $0^{m},80^{c}$ du milieu.

Il s'éboula 25 mesures d'un poids moyen de $37^{kil},50^{c}$, dont le poids total fut de 9375 hectogr.

Leur effet sur la caisse fut de 1825 hectogr.

OBSERVATION.

On fit mettre sur les terres retenues par la cohésion, un plateau en planche, dont la longueur était égale à la largeur de la caisse. On le plaça de manière que son bord extérieur était à la distance de $1^{m},50^{c}$ de l'extrémité du coffre. On le chargea successivement de petits poids. Après une charge de 600 kilogr., il s'éboula 17 mesures du poids moyen de $37^{kil},50^{c}$.

VINGT-SIXIÈME EXPÉRIENCE, du 16 Mars.

Le point d'application resta à $0^{m},50^{c}$ en contre-haut du fond. On remplit de nouveau le coffre avec les mêmes terres végétales. Au moment de leur action, le tablier se trouva entrebâillé de $0^{m},19^{c}$, dans la partie supérieure, et de $0^{m},02^{c}$ dans le bas.

Digitized by Google

Il s'éboula 28 mesures $\frac{1}{2}$, du poids moyen de $36^{kil},67^{c}$, et leur poids total fut de $1045o^{hect},75^{c}$.

Leur effet sur la caisse fut de 2240 hectogr.

OBSERVATION.

On régularisa le prisme triangulaire, de manière que la base de son profil eut $o^{m},82^{c}$ (savoir, $o^{m},735$, pour la distance de la ligne de rupture, au bord de la partie supérieure du coffre, et $o^{m},09^{c}$ pour la quantité dont le tablier était entrebâillé, déduction faite de $o^{m},01^{c}$ de l'ouverture du bas). On couvrit l'hypothénuse d'un plancher assemblé à languette, parfaitement corroyé et poli au rabot. On remit le tablier avec le point d'application, à $o^{m},5o^{c}$. On rejeta les 28 mesures $\frac{1}{2}$ de terre végétale, éboulées dans l'expérience précédente. Au moment de leur action, le tablier se trouva entrebâillé de $o^{m},10^{c}$ dans la partie supérieure, et de $o^{m},01^{c}$, dans la partie inférieure.

Leur action sur la caisse fut de 3625 hectogr.

D'où il résulte une différence de 1385 hectogr. dans l'effet, qui correspond à un poids de 644 kilogr., détruit par le frottement.

MM. Laulanier, major, et Fortin, capitaine, ont fait les expériences 23, 24, 25 et 26, ainsi que celles qui suivent, d'après ma demande qu'ils eurent la bonté d'accueillir.

VINGT-SEPTIÈME EXPÉRIENCE, du 27 Octobre 1807.

On mit la tige ou le point d'application dans la rainure du tablier, à $o^{m},5o^{c}$ en contre-haut du fond du coffre que l'on remplit de sable gris. Lorsqu'il fut arasé de niveau à sa partie supérieure, on ouvrit le robinet de la caisse, et il s'éboula 45 pieds $\frac{3}{4}$ cubes qui prévalurent sur l'inertie de la caisse qui pesait, avec des poids qui la chargeaient, et l'eau qu'elle renfermait $796^{kil},6o^{c}$; savoir : poids sur la caisse. . . . . $689^{kil},6o^{c}$

30 centimètres de hauteur d'eau et poids de la caisse. . . 107 60

Poids total. . . . . $796^{kil},6o^{c}$

Digitized by Google

On referma le tablier après avoir déblayé les sables éboulés; on remit la caisse avec les mêmes poids et la même quantité d'eau qu'elle avait au moment de l'action, et elle se mut de la même manière avec un poids de 432 kil. : de sorte que l'effet des 45 $\frac{3}{4}$ pieds cubes de sable fut de 432 kil., et le poids moyen du pied cube de sable tassé et secoué, se trouva de $47^{kil},42$.

On mesura sur chaque $0^{m},30^{c}$ de hauteur du coffre, et sur une même longueur, la profondeur de l'éboulement, et il en résulta que la longueur de la base de l'éboulement, ou la distance de la ligne de rupture des bords de la partie supérieure du coffre, se trouva à $1^{m},26^{c}$.

VINGT-HUITIÈME EXPÉRIENCE, du 27 Octobre.

Dès qu'on eut terminé l'expérience précédente, on couvrit le talus du sable, après l'avoir régularisé, d'un plancher bien raboté, et on rejeta les mêmes 45 $\frac{3}{4}$ pieds cubes de sable sur ce plancher, après avoir fermé le tablier, et l'avoir arcbouté au moyen de la tringle et de la caisse, à $0^{m},50^{c}$ en contre-haut du fond du coffre. Ce sable pesant, comme précédemment, $2169^{kil},40^{c}$, prévalut sur la caisse, lorsque son inertie ne fut plus que $846^{kil},60^{c}$; savoir :

Poids sur la caisse.	$752^{kil},10^{c}$
$0^{m},245$ de hauteur d'eau et poids de la caisse.	94 50
Poids total.	$846^{kil},60^{c}$

On déblaya de nouveau les sables; on referma le tablier; on remit la caisse dans sa première position, dont le poids total resta de $846^{kil},60^{c}$, et elle fut mue par un poids de $536^{kil},60^{c}$, de la même manière qu'elle l'avait été par les sables; d'où il résulte que l'effet des 45 $\frac{3}{4}$ pieds cubes de sable, pesant $2169^{kil},40^{c}$, glissant sur un plancher parfaitement raboté, fut de $536^{kil},60^{c}$; tandis que, glissant sur un talus de même nature, ces mêmes sables pesant $2169^{kil},40^{c}$, n'avaient produit qu'un effet de 432^{kil}.

Digitized by Google

Nota. Ces sables jetés à la pelle, prenaient un talus naturel de $1^{m},08^{c}$ de base sur $1^{m},50^{c}$ de hauteur. (*)

VINGT-NEUVIÈME EXPÉRIENCE, du 15 Septembre 1807.

La construction du mur pour cette expérience, ainsi que celle des expériences suivantes, a été faite en briques et en mortier ordinaire; c'est-à-dire, avec un mortier composé d'un tiers de chaux ordinaire et de deux tiers de sable; dont le pied cube du mêlange pesait $62^{kil},50^{c}$, la longueur et la hauteur de ces murs se trouvant conformes à celles du coffre. Il faut cependant observer que le sol adjacent au bout du coffre, se trouvait à $0^{m},13^{c}$ au-dessous de son fond, et par conséquent les murs avaient $0^{m},13^{c}$ de fondation en contre-bas du fond du coffre.

Le premier mur a été commencé le 15 septembre 1807, à deux heures après-midi, et fini le 16 à midi. Ce mur avait ses paremens verticaux, et son épaisseur était de $0^{m},40^{c}$.

Le 17, de six à huit heures du matin, on a rempli le coffre du même sable gris, dont on s'est servi dans les expériences précédentes, et en suivant les procédés ordinaires; c'est-à-dire, que l'on remplissait le coffre, en jetant le sable à la pelle, à une distance du mur de $2^{m},00$ au moins, à laquelle se trouvait un ouvrier qui faisait couler doucement le sable contre le mur.

A peine y eut-il $0^{m},40^{c}$ de hauteur de sable contre le mur, que celui-ci commença tellement à bouger; qu'à huit heures du matin, il était déjà écarté de $0^{m},08^{c}$; à neuf heures, il s'écarta de $0^{m},02^{c}$ de plus : enfin, il continua à se mouvoir lentement jusqu'à trois heures de l'après-midi, où il tomba en tournant sur son arête extérieure, et resta presque en masse, sans se désunir. Il s'éboula avec lui 47 mesures de sable, dont le poids moyen se trouva de $49^{kil},50^{c}$.

(*) Les deux Expériences du 27 Octobre n'ont pas été classées d'après leur ordre de date, attendu qu'elles donnent à la théorie les moyens d'expliquer les résultats de celles qui suivent, et dont elles sont le préliminaire, quoiqu'elles n'aient été exécutées que postérieurement.

Digitized by Google

TRENTIÈME EXPÉRIENCE, du 18 Septembre 1807.

Le 18 septembre on commença la construction d'un mur, que l'on termina le 19 à midi; il avait ses paremens verticaux et son épaisseur était de $0^m,45^c$.

Le 19, de 4 à 6 heures du soir, on a rempli le coffre du même sable gris. Pendant ce travail, le mur s'est ouvert d'un centimètre par le haut, et a conservé cette position jusqu'au 21, où l'on a formé un parapet. Ce travail a été fait de six à sept heures du matin. Pendant ce tems, le mur s'est encore ouvert de $0^m,07^c$, et se trouvait conséquemment surplombant de $0^m,08^c$. Le 22, il était écarté de $0^m,10^c$, et il se renversa le 23, à 10 heures du matin, en tournant comme le précédent, sur son arête extérieure, quoiqu'il fût lézardé à $0^m,0625$ en contre-haut du fond du coffre. Il entraîna avec lui, dans sa chûte, 80 pieds cubes de sable, d'un poids moyen de $46^{kil},64^c$. L'écartement du mur, lorsqu'il s'est renversé, était de $0^m,13^c$ à droite, et de $0^m,14^c$ à gauche.

TRENTE-UNIÈME EXPÉRIENCE, du 26 Septembre 1807.

Le 26 septembre, on a construit un autre mur à paremens verticaux, de $0^m,50^c$ d'épaisseur. Le coffre a été rempli du même sable le 27, depuis six heures jusqu'à huit heures du matin. Pendant ce tems, le mur s'est écarté d'un millimètre, et a conservé cette position jusques au 28 au matin, où l'on a formé un parapet. A la suite de ce travail, le mur s'est trouvé écarté d'un centimètre de plus.

Le 30 septembre au matin, on remarqua que le mur était encore comme on l'avait laissé à la suite du travail du 28. On commença alors à humecter les sables avec six arrosoirs d'eau, et à charger le parapet.

A neuf heures du matin, on s'aperçut que le mur commençait à

Digitized by Google

se mouvoir de nouveau. Le parapet était alors chargé d'un poids de 1306 kil.

De neuf heures à onze heures et demie du matin que le mur est tombé, on a encore ajouté trois arrosoirs d'eau. Le poids de l'eau contenue dans les neuf arrosoirs, était de $91^{kil},99^{c}$. Le mur s'est rompu dans la partie lézardée, à $0^{m},08^{c}$ en contre-haut du fond du coffre. Il a entraîné, dans sa chûte, environ 72 pieds cubes de sable. Il y eut ensuite un second éboulement que l'on évalua à 23 pieds cubes. Le poids moyen de ce sable était de $46^{kil},26^{c}$.

TRENTE-DEUXIÈME EXPÉRIENCE, du 2 Octobre 1807.

Le 2 octobre, on construisit un autre mur de $0^{m},49^{c}$ d'épaisseur à sa base, et de $0^{m},34^{c}$ à son sommet, avec deux retraites au parement intérieur que l'on construisit verticalement; la première retraite pratiquée au $\frac{1}{3}$ de la hauteur, et la deuxième, aux $\frac{1}{3}$. Le parement extérieur avait $\frac{1}{10}$ de la hauteur pour talus.

Le 3 octobre, de une à trois heures après-midi, on remplit le coffre du même sable, et le mur s'écarta de $0^{m},005$. Le 6 octobre, le mur était encore dans le même état où on l'avait laissé à la suite du travail du 3. On le chargea alors de $542^{kil},80^{c}$, par trois reprises différentes. Le mur commença de nouveau à se mouvoir, de manière que son écartement total était de $0^{m},02^{c}$.

Du 6 au 15, le mur n'eut point d'autre mouvement. On prit alors le parti d'ôter les pierres qui faisaient la charge des $542^{kil},80^{c}$, pour former un parapet qui fut de 45 pieds cubes de sable, dont le poids moyen était de $44^{kil},25^{c}$. Le mur soutint ce travail sans bouger.

Le 16 au matin, on plaça sur le parapet un poids de $433^{kil},80^{c}$. Alors, le mur s'écarta encore de $0^{m},005$ seulement. A neuf heures du matin, on y plaça un second poids de 296 kilogr.; et le mur surplomba de $0^{m},02^{c}$ encore de plus. A une heure après-midi, on remarqua que le mur était encore au même point où on l'avait laissé à onze

Digitized by Google

heures. On y plaça un troisième poids de 237^{kil},70^{c}; le mur reprit aussitôt un petit mouvement qui dura jusqu'à cinq heures du soir, moment auquel il tomba, en suivant la lézarde qui s'était formée à 10 centimètres en contre-haut du fond du coffre, et qui se terminait extérieurement au niveau du fond dudit coffre, en emportant la dernière paneresse.

Il entraîna dans sa chûte 75 pieds cubes de sable, dont le poids moyen était de 45^{kil},23^{c}.

TRENTE-TROISIÈME EXPÉRIENCE, du 4 Novembre.

Du 4 novembre au 5, à midi, on a construit un autre mur vertical de 0^{m},40^{c} d'épaisseur.

Le 6, d'une à trois heures après-midi, on a jeté le sable dans le coffre. Pendant ce travail, le mur s'est écarté de 0^{m},03^{c}.

Le 7, le mur était écarté de 0^{m},065.

Le 14, le mur était encore dans le même état où on l'avait trouvé le 7.

Entre la ligne de rupture et le mur, le sable était un peu affaissé. On a employé deux mesures et demie de sable, pour remettre cette partie de niveau avec l'autre. Après ce travail, le mur s'est écarté de 0^{m},08^{c}.

Il continua son mouvement de 0^{m},006, ou 0^{m},007 par jour, et du double chaque nuit, jusqu'au 20 à neuf heures du matin, où il tomba en tournant sur son arête extérieure, et ne laissa que les deux briques extrêmes de sa fondation, contre la caisse. Ce mur, au moment de la chûte, était écarté de la partie supérieure du coffre, de 0^{m},185; et il s'éboula 46 mesures, dont le poids moyen était de 48^{kil},30^{c}. Il se fit ensuite un second éboulement de sept autres mesures.

Le mètre cube de maçonnerie de ces murs pesait 1820^{kil},70^{c}, c'est-à-dire, la mesure de 034^{ddd},328 62^{kil},50^{c}.

Le premier mur, arasé à la partie supérieure du coffre (29e expérience), a donné un prisme d'éboulement, dont la base réduite, ou la distance de la ligne de rupture au mur, a été de 1^{m},42^{c}.

Digitized by Google

Le deuxième mur, le remblai chargé d'un parapet (30e expérience), a donné un prisme d'éboulement dont la base réduite, ou la distance réduite de la ligne de rupture au mur, mesurée à la partie supérieure du coffre, a été de $1^m,18^c$.

Le troisième mur, le remblai chargé d'un parapet (31e expérience), a donné un prisme d'éboulement, dont la base réduite, ou la distance réduite de la ligne de rupture au mur, mesurée à la partie supérieure du coffre, a été de $1^m,21^c$, y compris la rupture occasionnée par le deuxième éboulement.

Le quatrième mur, le remblai chargé d'un parapet (32e expérience), a donné un prisme d'éboulement dont la base réduite, ou la distance réduite de la ligne de rupture au mur, mesurée à la partie supérieure du coffre, a été de $1^m,10^c$.

Le cinquième mur, arasé de niveau à la partie supérieure du coffre (33e expérience), a donné un prisme d'éboulement dont la base réduite, ou la distance réduite de la ligne de rupture au mur, mesurée à la partie supérieure du coffre, a été de $1^m,47^c$, y compris la rupture occasionnée par le second éboulement.

OBSERVATIONS
SUR LES EXPÉRIENCES DE JULIERS.

N°. 1. Des expériences ci-dessus, il résulte que des terres végétales, parfaitement corroyées et jetées en remblai, derrière un obstacle qui les empêche de prendre leur talus naturel, en se tassant, acquièrent, dans l'engrenage de leurs parties, une résistance telle que lorsque l'obstacle cède à leur effort, il ne s'éboule qu'une partie des terres qui se seraient éboulées, s'il eût été possible de remblayer et d'enlever instantanément l'obstacle avant le tassement.

N°. 2. Il résulte encore que des terres damées avec soin, derrière un

Digitized by Google

obstacle, donnent un éboulement moindre que celui des terres précédentes, lorsque l'obstacle n'existe plus. Par conséquent, la partie des terres comprise entre leur talus naturel et celui de l'éboulement, a résisté à la pesanteur, en vertu de la cohésion et du frottement; tandis que les premières n'ont résisté qu'en vertu du frottement.

Du peu d'influence de la surcharge du parapet sur la ligne de rupture.

N°. 3. Lorsque dans la dixième expérience, l'on eut rempli le coffre et formé un parapet de $0^m,60^c$ de hauteur, le tablier resta entrebâillé de $0^m,08^c$; et lorsque les terres eurent prévalu, à raison de l'écoulement des eaux de la caisse, la ligne de rupture moyenne à la surface du coffre, se trouva éloignée de ses bords, de $0^m,706$; par conséquent, cette ligne était à une distance de $0^m,786$ du tablier; le point d'application étant aux $\frac{1}{3}$ en contre-haut du fond du coffre.

Dans la onzième expérience, on laissa également le point d'application à un mètre en contre-haut du fond du coffre; et lorsqu'il fut arasé de niveau, le tablier resta entrebâillé de $0^m,05^c$. L'éboulement se forma à la surface du coffre, suivant une ligne moyenne de $0^m,733$. Par conséquent, cette ligne se trouvait éloignée de $0^m,783$ du tablier, au moment où les terres ont prévalu sur la résistance du tablier.

Différence dans leurs distances du tablier, $0^m,003$.

Dans la dix-neuvième expérience sans parapet, le point d'application se trouvant à $0^m,75^c$ en contre-haut du fond du coffre, c'est-à-dire, au milieu du tablier; la ligne de rupture moyenne, à la surface, se trouva éloignée des bords du coffre de $0^m,626$; et le tablier était entrebâillé de $0^m,055$ au moment où les terres ont prévalu : par conséquent cette ligne était à une distance de $0^m,681$ du tablier.

Dans la vingtième expérience avec parapet, le point d'application se trouvait également à $0^m,75^c$; la ligne de rupture moyenne à la surface, se trouva éloignée des bords du coffre de $0^m,613$; et le tablier étant entrebâillé de $0^m,085$, il résulte que cette ligne était éloignée du tablier de $0^m,698$.

Différence dans leurs distances du tablier, $0^m,017$.

Digitized by Google

Enfin, dans la sixième expérience sans parapet, le point d'application à $0^m,50^c$ en contre-haut du fond du coffre, c'est-à-dire au tiers; la ligne moyenne de rupture se trouva éloignée de $0^m,76^c$ des bords du coffre; et comme le tablier était entrebâillé, de $0^m,08^c$, cette ligne était éloignée du tablier de $0^m,84^c$.

Dans la septième expérience avec parapet, le point d'application étant resté le même, la ligne de rupture moyenne à la surface du coffre, était à $0^m,69^c$; et comme le tablier était entrebâillé de $0^m,18^c$ avant que les terres eussent agi, il résulte que les distances de cette ligne au tablier était de $0^m,87^c$.

Différence dans leurs distances du tablier, $0^m,03^c$.

D'où l'on peut conclure, que *la ligne de rupture peut être considérée à la même distance du mur à son couronnement; soit que le remblai ait pour surcharge un parapet ou non.* On est fondé à tirer cette conclusion, puisque malgré que l'on ait successivement fait varier le point d'application d'un $\frac{1}{3}$, d'un $\frac{1}{2}$, de $\frac{2}{3}$, les différences entre les lignes de rupture ont été si petites, qu'on peut les regarder comme nulles dans les applications.

N°. 4. Dans les expériences 19 et 20 on avait enlevé les charnières; et quoique le point d'application fût au milieu, le tablier n'en fut pas moins renversé, comme si les charnières eussent existé : à plus forte raison, il l'eût été, si le point d'application eût été au $\frac{1}{3}$.

Donc, si un mur a un mouvement de translation, ce ne peut être que par un vice de construction dans ses fondations. Il doit se rompre diagonalement à son épaisseur; le point de rupture commençant à se former au niveau du terrain naturel, en se dirigeant vers le parement extérieur, si le terrain a été excavé du côté de ce parement: ou bien le mur en se rompant doit se renverser, comme s'il voulait tourner sur son arête extérieure, au niveau du terrain; sa fondation se trouvant enfermée dans une tranchée faite dans le terrain.

Digitized by Google

Cette conclusion est confirmée par les expériences 21, 22, 29, 30, 31, 32 et 33, et l'a été par des murs de 20 pieds d'escarpe, qui se sont renversés de même.

N°. 5. Si l'on observe que le cube des terres qui ont agi dans la seizième expérience avec parapet, a été de $1^m,54^c$; que celui de la vingt-unième expérience avec parapet a été de $1^m,51^c$, et que ces cubes ne diffèrent que de $0^m,03^c$; que le poids des terres (seizième expérience) a été de 1665 kilogr., et dans la vingt-unième de 1672 kilogr.; et que ces poids ne diffèrent que de 7 kilogr.; on en induira que le cube, et la disposition des terres étant les mêmes, elles ont agi de la même manière.

Si d'un autre côté, l'on compare le cube des terres de la première expérience sans parapet, qui a été $1^m,029$, avec celui des terres éboulées du coffre dans la vingt-unième expérience (d'après le toisé), lequel a été de $0^m,978$; ces cubes ne différant que de $0^m,051$, et les poids de ces terres étant de 1110 et 1102 kilogr. (différence, 8 kilogr.), on trouve encore parité d'effets.

Mais dans les première et seizième expériences, le point d'application étant à $\frac{1}{3}$ en contre-haut du fond du coffre; on en conclut que la résultante de la poussée dans la vingt-unième expérience, passait également à un tiers en contre-haut de la base du mur. Détermination de la résultante à $\frac{1}{3}$ de la hauteur du mur, à compter de la base.

On observe encore que d'après les expériences ci-dessus, il n'y a que celles dont le point d'application était au tiers, qui donnent des effets semblables et comparables, soit que les terres fussent roulantes ou damées, avec ou sans surcharge.

N°. 6. Dans la vingt-sixième expérience, le poids des terres éboulées qui ont agi sur la petite caisse avec un effort de 224 kilogr., le point d'application se trouvant à $0^m,50^c$ au-dessus du fond du coffre, était de 1045 kilogr.

Après avoir recouvert le talus formant l'hypothénuse avec un plan-

Digitized by Google

cher, ces mêmes terres ont agi avec un effort de 362 kilogr.; d'où il résulte une différence de 138 kilogr., qui représente un poids de 644 kilogr.

N°. 7. Le rapport des poids représentant la poussée des terres, à celui des prismes des terres éboulées dans la sixième expérience, les terres étant arasées de niveau, est exprimé par $\frac{1}{4}$; dans la septième avec un parapet, par $\frac{1}{3}$. Dans ces deux expériences, les terres étaient roulantes.

Dans la seizième expérience, les terres arasées de niveau, le même rapport est exprimé par $\frac{1}{10}$; et dans la dix-septième, avec un parapet, par $\frac{1}{7}$. Dans ces deux expériences, les terres étaient damées.

Dans ces quatre expériences, le point d'application était au $\frac{1}{3}$; et l'on voit que les expressions de $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{3}$ des rapports des poids, à celui des prismes des terres roulantes, donnent un rapport à $\frac{1}{11}$ près, le même que celui des terres damées énoncé par les expressions $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{7}$.

L'on voit de même que les divers rapports de la septième expérience faite en terre roulante et parapet, à ceux de la quinzième expérience, avec les mêmes terres damées et parapets, sont exprimés, pour les cubes, par $\frac{11}{11}$; pour les poids, par $\frac{1}{4}$, et pour les poussées, par $\frac{1}{5,11}$.

Que ceux de la sixième expérience en terre roulante arasée de niveau à la partie supérieure du tablier, avec les mêmes terres damées, arasées également, sont exprimés, pour les cubes, par $\frac{11}{11}$; pour les poids par $\frac{1}{4}$, et pour les poussées, par $\frac{1}{5,90}$.

Les autres expériences dans lesquelles le point d'application n'est pas au $\frac{1}{3}$, ne donnent point de rapports comparables, ce qui confirme, comme on l'a déjà observé, que la résultante passe au $\frac{1}{3}$.

Digitized by Google

LIVRE DEUXIÈME.

EXPOSITION ET DISCUSSION DES DIVERSES THÉORIES SUR LA POUSSÉE DES TERRES, ET SPÉCIALEMENT DE CELLE DONNÉE EN 1773, PAR M. COULOMB, ANCIEN LIEUTENANT-COLONEL DU GÉNIE, MEMBRE DE L'INSTITUT NATIONAL.

CHAPITRE PREMIER.

EXPOSITION DES DIVERSES THÉORIES.

THÉORIE DE M. GADROY,

ANCIEN OFFICIER DU GÉNIE,

Publiée dans un Mémoire de 1745.

N°. 8. La théorie qu'a adoptée M. Gadroy, d'après ses expériences, étant la même que celle de M. Bélidor, l'on renvoie à l'exposition de cette dernière.

Ce qui a donné lieu aux recherches de M. Gadroy sur la poussée des terres, ce sont les dégradations aux paremens des escarpes qu'il aperçut aux revêtemens de la place de Valenciennes, et dont il chercha à se rendre compte. Il remarqua :

1° Que les parties qui faisaient face au vent de sud-ouest, d'où vient ordinairement la pluie dans ce pays, étaient généralement plus dégradées et plus écorchées que celles qui lui étaient moins opposées ;

Digitized by Google

2°. Que celles qui avaient moins de talus n'étaient pas si endommagées, quoique exposées au même vent;

3°. Que les paremens de briques mêlés de boutisses de grès, mises en échiquier de quatre pieds de distance en tout sens de l'une à l'autre, sont aussi plus ou moins affectés, suivant leur exposition et leur talus différens;

4°. Que les briques que l'on employait étaient surprises par le feu, et ne cassaient point net à l'endroit où elles étaient frappées et se mettaient en morceaux ailleurs;

5°. Que l'arrangement des briques en parement est défectueux, et qu'on devrait les poser alternativement en carreaux et boutisses, comme les pierres de taille; au lieu qu'on commence à poser en entier un rang de panneresses que l'on recouvre par un rang de boutisses, ainsi successivement; cet arrangement provenant de ce que les briques sont toutes du même moule, c'est-à-dire, de 9 pouces de longueur, sur 4 pouces $\frac{1}{2}$ de largeur et 2 pouces d'épaisseur: de manière que les rangs de briques panneresses n'ont que 4 pouces $\frac{1}{2}$ de profondeur. Aussi, a-t-il aperçu que le commencement des dégradations avait toujours lieu par le rang de panneresses qui, une fois culbuté, ne tardait pas à être suivi des boutisses, dont la moitié se trouvait en l'air et supportait presqu'en entier le rang des panneresses supérieur.

Pour remédier à ces inconvéniens, il propose de faire une certaine quantité de briques qui auraient 12 pouces de longueur, 4 pouces de largeur et 2 pouces d'épaisseur; de faire regratter tous les joints à mesure que l'ouvrage s'élève avec un fer en crochet; de les remplir de mortier fin, et de les refaire ferme avec le dos de cet outil: de rejeter toutes les briques surprises par le feu, ou qui ne seraient pas sonores: de bien mélanger la chaux dans la composition du mortier, de manière à ce qu'il n'y reste aucun grain de chaux vive; que le mortier soit rassis de 24 heures au moins, avant de le mettre en œuvre; et de supprimer les talus des paremens, ou au moins de les réduire au vingtième de la hauteur.

Digitized by Google

Enfin, il dit que l'on a manqué à deux choses essentielles quand on a déterminé l'épaisseur des revêtemens de fortification : la première est d'avoir toujours donné la plus grande épaisseur au pied du mur, qui est la partie où la poussée des terres fait le moins d'effort pour le renverser. La seconde chose à laquelle on a manqué, est d'avoir plus repaissi les parties des revêtemens qui sont adossées contre des terres vierges, que celles qui soutiennent des terres rapportées. Il propose en conséquence un autre profil de 50 pieds de hauteur ; et supposant que la partie adossée contre les terres vierges ait 20 pieds de hauteur, il ne donne au mur que 4 pieds d'épaisseur ; mais au niveau du terrain vierge, il jette un arceau en plein-cintre sur des contreforts espacés de 10 en 10 pieds, ce qui repaissit le mur de 2 pieds ; et sur chaque 10 pieds d'élévation, il jette un arceau semblable en saillie de 2 pieds. Ces contreforts ont 10 pieds de longueur, et 5 pieds d'épaisseur, tant à la racine qu'à la queue.

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE (n°. 8) DE M. GADROY,

ANCIEN OFFICIER DU GÉNIE.

M. Gadroy ayant établi sa théorie sur les mêmes bases que celle de M. Bélidor, nous renvoyons le lecteur aux observations sur la théorie de ce dernier auteur.

Quant à ce qui concerne les observations judicieuses qu'il a faites au sujet des dégradations des murs de revêtement, aux remèdes qu'il propose par la fabrication des briques d'un plus grand moule, le mode de cuisson et leur arrangement dans les constructions des maçonneries, on ne peut que partager son opinion.

Le moule des briques du département de Haute-Garonne, est $0^m,325$

Digitized by Google

de longueur sur $0^m,27^c$ de largeur, et sur $0^m,05^c$ d'épaisseur. Elles sont appelées *rougettes*, parce qu'elles sont rouges et en même tems très-sonores. Il y en a d'une qualité inférieure appelées *foraines*. Avec les unes et les autres, on construit d'excellentes maçonneries. J'ai vu démolir d'anciens murs de revêtement, desquels on ne pouvait détacher avec le pic-à-roc, que de très-petits éclats de brique, et l'on fut obligé d'employer la poudre.

La bonne maçonnerie consiste :

1°. Dans le choix des terres avec lesquelles l'on fabrique les briques.

2°. Dans la préparation de ces terres et les précautions avec lesquelles on les corroye : car, d'après les expériences de M. Gallon, ancien officier du génie, il résulte que plus une terre est corroyée, et plus la force capable de les casser doit être considérable. L'adhésion des parties d'une terre parfaitement corroyée est telle, que l'on construit des murs, même des maisons en briques crues, dans le département de Haute-Garonne et départemens environnans; et que ces murs supportent des poids énormes, tels que des poutres, planchers et faîtages considérables. M. Duhamel a donné également la manière dont on doit préparer les terres avant de les mouler, leur arrangement pour la cuisson et la construction des fours.

3°. Dans la cuisson. Les fours et l'arrangement des briques crues doivent être tels que toutes leurs parties reçoivent, autant que possible, une égale intensité de chaleur, sans être surprises par le feu. Dans les Pays-Bas, la manière dont on fait cuire les briques est extrêmement mauvaise; aussi la plus grande partie sont ou surprises par le feu, ou ne sont pas assez cuites. Cela provient de l'arrangement des briques pour la cuisson, et de la matière que l'on emploie pour la combustion; c'est ordinairement de la houille ou du charbon de terre. Lorsqu'on peut cuire la brique avec du bois, la cuisson en est infiniment plus égale.

4°. Les briques d'un plus grand moule offrent une résistance d'autant plus grande, qu'elles ont plus de prise dans le corps de la maçonnerie. On ne voit pas pourquoi on a adopté le moule de 9 pouces de longueur,

Digitized by Google

4 pouces $\frac{1}{2}$ de largeur et 2 pouces d'épaisseur, même dans certains pays chauds. On trouve dans les anciennes maçonneries d'Alexandrie en Piémont, des briques d'un moule beaucoup plus fort, bien meilleures que celles que l'on emploie aujourd'hui.

5°. Parmi les causes qui font que nos maçonneries ne valent point celles des anciens, l'on doit faire entrer les observations que le docteur Bryans-Hygins a faites d'après plusieurs expériences : en général la chaux n'est pas assez cuite; le mortier n'est pas dosé d'une manière convenable; on met dans le mélange trop de chaux, ce qui fait fendiller le mortier, lui fait prendre un retrait, et l'empêche de faire corps. Ce docteur, sur plusieurs compositions de mortier, a trouvé que celui formé d'une partie de chaux éteinte avec de l'eau de chaux et sept de sable, était le meilleur. En général, ce mélange doit être fixé par l'expérience du constructeur. Avec trop peu de chaux, le mortier n'aurait pas assez de liant; avec trop de chaux, le mortier se gerce au bout de deux ou trois jours, et évapore l'eau trop vite; car ce n'est qu'à l'évaporation lente de l'eau qu'est due la dureté du mortier. Ainsi, dans chaque pays, il est aisé de déterminer le mélange du mortier entre ces deux limites. Cependant il paraît étonnant que les doses de la composition du mortier du docteur Hygins puissent en faire un bon; dans le Midi, on met les doses de Vitruve qui sont $\frac{2}{3}$ de chaux, et l'on fait de très-bon mortier.

Il faut encore observer que lorsqu'on emploie de la chaux sortant du four, et avant que le gaz qui a été dégagé par la cuisson, de la pierre calcaire, puisse s'en emparer de nouveau par le contact de l'air atmosphérique, le mortier en est sensiblement meilleur.

Lorsqu'il est possible d'avoir de la chaux sortant du four, à proportion de la consommation, il vaut mieux l'éteindre à fur et mesure de l'emploi, que de l'éteindre à l'avance.

Le docteur Hygins a observé que la chaux éteinte avec de l'eau de chaux donne au mortier une dureté plus considérable; que le mélange de la chaux éteinte avec de l'eau ordinaire, mais cette

Digitized by Google

manipulation serait une terrible entrave pour la célérité des travaux. Il ajoute qu'il faut veiller à ce que l'on n'emploie pas trop de mortier pour les joints, c'est-à-dire que les joints ne soient pas trop épais.

Le docteur anglais observe encore que le mortier que l'on doit employer dans les lieux où il sèche très-promptement, doit être fait aussi dur qu'il est possible, c'est-à-dire avec très-peu d'eau, et plus épais que le mortier ordinaire.

Une des raisons qui doivent engager à bien doser le mortier et à ne pas y mettre trop de chaux, c'est que n'étant composé que de chaux éteinte, d'eau et de parties quartzeuses (car plus le sable contient de parties quartzeuses, et plus le mortier acquiert de la bonté), on ne doit attribuer qu'à la chaux l'absorption d'une partie de l'eau, puisqu'une mesure de sable mouillé n'acquiert point visiblement un plus grand volume, et en séchant ne se resserre point. C'est donc la chaux qui se contracte en séchant, et se fend dans les endroits où son adhérence à d'autres corps l'empêche de se resserrer concentriquement. Ses fentes doivent augmenter en proportion de la quantité de chaux et de l'intervalle qu'elle occupe entre les corps quartzeux auxquels elle adhère fortement. Il faut donc que les corps quartzeux soient à de très-petites distances, et telles que l'adhérence formée par l'attraction de deux ou plusieurs corps voisins sur la chaux, soit en contact; et les intervalles qui doivent rester entr'eux à cause de l'inégalité de leurs aspérités, le plus petits possibles. Ceux-ci se trouvent remplis par la succession des tems et par le secours du gaz acide carbonique que la chaux attire à elle, de l'air atmosphérique, de l'eau ou des terres, suivant sa position, pour repasser à l'état de pierre, pour lequel la compression et la chaleur sont deux grands agens.

En ne mettant point une surabondance de chaux, l'on obtient un mortier qui contient moins d'eau, qui sèche par conséquent plutôt; et la matière calcaire passe plus vite à l'état de cristallisation. En outre, avec moins de chaux, le mortier est plutôt saturé du gaz acide carbonique qui se présente à lui, et cette saturation n'est pas assez considérable

Digitized by Google

pour repousser et déranger les grains de sable qui ont été cimentés ensemble.

L'excès de chaux dans la composition du mortier n'est point aussi nuisible dans les grosses maçonneries, où le mortier est comprimé par leur poids. Mais on le remarque dans les joints des briques à l'extérieur, où l'on voit le mortier se gonfler, augmenter de volume et tomber en poussière. Ainsi, les joints se vident, se décharnent; les briques étant elles-mêmes poreuses, s'amollissent et se détruisent, par l'alternative de l'humidité, de la sécheresse, de la gelée et du dégel.

Une des observations du docteur, et que j'ai éprouvée pour un ciment posé sur une terrasse; c'est que lorsqu'on mouille le sable avant de faire le mortier (1), on est sûr de ne jamais excéder la quantité d'eau nécessaire à sa composition. Celle qui est retenue dans l'amas de sable par l'attraction capillaire est suffisante; et l'on a l'avantage qu'elle chasse une très-grande partie de l'air renfermé entre les parties du sable sec; puisque le sable mouillé tient un moindre volume que le sable sec. En outre la chaux s'incorpore beaucoup mieux dans le mélange. Il est vrai qu'il exige en apparence une plus grande main-d'œuvre. Mais en général, le mortier n'est pas assez manipulé, quoiqu'il paraisse, en jetant l'eau comme on fait ordinairement, qu'après quelques instans qu'on l'a corroyé, il a tout le liant convenable; ce qui le plus souvent n'est dû qu'à un excédent de l'eau. Il conserve, malgré cette apparence l'air renfermé dans le sable qui s'engage dans la pâte de chaux, et ne peut s'en dégager qu'à force d'une manipulation plus longue que celle qu'exigerait le sable mouillé d'avance.

(1) Cela ne veut point dire que l'on doive prendre du sable mouillé. Au contraire, il doit être autant que possible bien sec, point terreux, applati, ou au moins ayant des angles; car le plus mauvais est celui qui est composé de parties rondes; et ensuite mouillé séparément au moment de l'amalgame.

Digitized by Google

C'est cette raison de l'expulsion de l'air qui a engagé l'auteur anglais à rechercher quelle pouvait être l'influence d'un mélange de sable. Il reconnut que la plus grande quantité de sable fin que le gros sable pouvait absorber dans ses interstices, était dans le rapport de $\frac{1}{2}$ de la masse; et que le mélange de six mesures de gros sable avec une de sable plus fin, réduisait de moitié le vide qui existe entre les grains de sable grossiers et de sable fin séparés.

D'où il faut conclure que le mélange du gros sable et du sable fin, l'un et l'autre bien purgés, bien nets et point terreux, est avantageux à la composition du mortier.

Il a éprouvé que le sable fin, sous le même volume, contenait beaucoup moins d'air que le gros sable, et que le mortier fait en égales proportions de sable, de chaux et d'eau de chaux, était infiniment meilleur avec du sable fin qu'avec du sable gros. Lors donc que l'on parvient à dégager l'air renfermé dans le sable, il en résulte un avantage pour la bonté du mortier.

Enfin, il a éprouvé que les meilleurs mortiers étaient ceux faits avec quatre parties de gros sable, trois parties de sable fin et un peu plus d'une partie de chaux. Dans leur fraîcheur, ils étaient plus hauts et prenaient une surface plus unie. Ils ne se fendaient point en se séchant, et n'étaient point altérés par l'humidité, la gelée ou le dégel. Leurs grains étaient unis et serrés, et ils devinrent si durs au bout de neuf ou dix mois, qu'ils pouvaient résister au ciseau et à une force employée pour les rompre, mieux qu'aucun autre mortier qu'il eût essayé. Il éprouva encore, que le sable fin exige une plus grande quantité de chaux que le gros sable et le sable fin mêlés, parce qu'il paraît que les grains de sable fin sont plus isolés par la pâte de chaux que par l'eau, et que les interstices sont plus nombreux dans le sable fin que dans le mélange du grossier et du fin, et sont augmentés dans leur masse réunie par les particules de chaux qui se placent également entre les grains de sable fins et les gros. (Par gros sable il entend celui qui était passé au travers des mailles d'un crible d'une

Digitized by Google

d'une ligne et demie en carré, pendant le lavage; et sable fin celui qui était passé pendant le lavage, par un crible de cuivre dont les mailles avaient $\frac{1}{12}$ de pouce carré de large.)

M. Bryans Hygins a fait une infinité d'expériences sur des mortiers et des ciments composés de substances inusitées; et a terminé son ouvrage par l'exposé d'un ciment de sa composition, exécuté en vertu de lettres patentes, et par ses observations sur le ciment des Romains, sur celui de Loriot et sur un certain usage de son ciment. Mais, comme il serait long et hors du sujet que l'on traite dans ce mémoire, de rapporter en entier les expériences de cet auteur anglais, nous en avons extrait en substance, ce qui pouvait convenir aux murs de terrasse, et ajouter aux observations de M. Gadroy sur les causes de la détérioration des murs de revêtement.

Il est cependant bon d'observer que le docteur Hygins établit que le gaz acide carbonique qui nage dans l'atmosphère, est le seul principe de la dureté des mortiers, quoique jusqu'à ce jour, la nature intime de la chaux ne soit pas connue. Les mortiers qui sont à une profondeur dans les terres et sous l'eau durcissent cependant, et le gaz n'y est pas dans cet état de mobilité. Serait-ce aussi à ce gaz que l'on doit attribuer la cristallisation? J'ai vu dans l'intérieur de l'aqueduc qui passe sur le pont du Gard, une cristallisation de $0^m,15^c$ d'épaisseur de chaque côté formée par les eaux qui d'Uzès se rendaient par ce canal à Nîmes.

Je crois, comme je l'ai déjà dit, que la compression et le frottement comme agents de la chaleur, contribuent beaucoup au durcissement du mortier. J'en prends la preuve dans les enduits. Plus ils sont recirés avec le dos de la truelle et à plusieurs reprises, et plus ils durcissent. En Italie, en Afrique, les matières employées pour le ciment sont battues pendant trois et quatre jours et autant de nuits avant leur emploi. Le moyen de faire du bon mortier, serait de tremper la chaux vive renfermée dans des paniers, et de la vider, lorsqu'elle est assez imbibée, dans le bassin de sable mouillé que l'on retrousserait dessus, en empêchant le gaz de s'exhaler.

Digitized by Google

THÉORIE DE M. D'ANTONY.

N°. 9. M. D'Antony considère le mur ou l'obstacle pressé dans chacune de ses parties, par un prisme triangulaire glissant sur son hypothénuse; et comme les triangles sont semblables, il en conclut que leur effet est proportionnel aux carrés des hauteurs des parties du mur pressées. Ainsi, par exemple, si AD marque la ligne de l'éboulement, l'effet du prisme ABD représenté par ce profil, est à celui de FBE, comme $\overline{BD}^2$ est à $\overline{BE}^2$.

Fig. 5.

Si l'on mène les horizontales DL, EM, GN, IO, on pourra leur faire représenter l'action de chaque triangle, en supposant une parabole BONML, dont le sommet est en B, et dont les ordonnées seraient égales aux côtés des triangles IB, GB, EB, BD; et leurs carrés proportionnels aux lignes IO, GN, EM, DL. Alors il ne reste plus qu'à déterminer l'abscisse $DL = x$ relativement à une ordonnée $BD = y$ qui est toujours donnée comme représentant la hauteur du mur.

Cela posé, la surface d'un élément de l'espace parabolique sera exprimée par xdy; le bras de levier de cet espace sera $\frac{x}{2}$, et son moment sera $\frac{x^2\,dy}{2}$; et la somme de ces élémens sera exprimée par $\int\frac{x^2\,dy}{2}$. Divisant cette somme des momens par la surface parabolique, l'on aura la distance de son centre de gravité par rapport à un plan vertical passant par BD. Mais cette surface est $\frac{xy}{3}$; donc la distance du centre de gravité sera exprimée par $\int\frac{x^2\,dy}{2} \times \frac{xy}{3}$. On sait que l'équation générale à la parabole est exprimée par $y^2 = px$, d'où $x = \frac{y^2}{p}$. Substituant cette

Digitized by Google

valeur de x, l'on a $\int \frac{y^4\,dy}{2p^2} \propto \frac{y^3}{3p}$, et $\int \frac{y^4\,dy}{2p^2} = \frac{y^5}{10p^2}$. Donc cette distance sera exprimée par $\frac{3y^2}{10p} = \frac{3x}{10}$, et par conséquent $RL = \frac{7x}{10}$.

Ainsi, si l'on appelle π la pesanteur spécifique de la maçonnerie; $BD = h$; l'expression de la surface parabolique étant $\frac{hx}{3}$, le poids sera $\frac{\pi hx}{3}$, et le moment de la résistance du mur $\frac{7h\pi x^2}{30}$. Il considère encore en faveur du mur celui de la résistance des maçonneries sur la section DL, appelant t l'unité de ténacité, la section étant représentée par $DL = x$, la ténacité entière sera tx, et son moment $\frac{tx^2}{2}$; d'où il tire pour l'expression de la résistance à opposer à celle de l'action des terres $\frac{7\pi hx^2}{30} + \frac{tx^2}{2}$.

Quant à l'action des terres, il considère le prisme comme un corps rond réuni autour de son centre de gravité, agissant entre deux plans, l'un vertical, l'autre incliné, sans aucune espèce de frottement, et il décompose sa pesanteur en deux forces normales à chaque plan; ensuite ayant égard au frottement, il ne considère que le $\frac{1}{4}$ de la pesanteur spécifique du triangle, c'est-à-dire, 1°. que l'expression de cette action est $QS = QP\frac{cos.\,a}{sin.\,a}$, en fesant $BDA = BAD = a$; 2°. si $BA = b$, et la pesanteur spécifique des terres φ, l'on a $QP = \frac{bh\varphi}{2}$; 3°. en ayant égard à la considération sur le frottement, l'on a $QP = \frac{bh\varphi}{8}$, et le bras de levier étant $SD = \frac{2h}{3}$, l'on a pour le moment de la force QS, l'expression $\frac{bh^2\varphi}{12}\left(\frac{cos.\,a}{sin.\,a}\right)$; et par conséquent pour équation d'équilibre $\frac{7\pi hx^2}{30} + \frac{tx^2}{2} = \frac{bh^2\varphi}{12}\left(\frac{cos.\,a}{sin.\,a}\right)$. Voilà la méthode italienne.

Digitized by Google

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE (N°. 9) DE M. D'ANTONY.

La décomposition du prisme triangulaire des terres, supposé agissant contre l'obstacle en petits prismes glissant parallèlement au plan de l'éboulement, est très-naturelle, quoique dans les renversemens des murs, il n'y ait qu'une masse qui se détache au premier instant; car toutes les parties qui la composent, agissent contre l'obstacle dans le sens du plan incliné de l'éboulement.

D'après cette considération, pour déterminer la résistance de l'obstacle, l'idée d'avoir représenté les effets de ces prismes par les ordonnées d'une parabole, est très-ingénieuse; mais dans l'application ne serait point exécutable : et si comme les constructeurs italiens on regardait $DL = x$, comme la base d'un triangle, dont le sommet serait en B, d'après même la théorie de M. d'Antony, l'on voit qu'évidemment il y aurait un excédent de maçonnerie, quand même elle serait réduite à zéro au sommet B; ce qui ne serait praticable qu'avec des pierres de taille. Cette théorie forcerait en outre le constructeur à donner dans tous les cas un talus extérieur au mur.

Quant à la considération de l'action des terres contre l'obstacle; 1°. elle n'est pas générale; 2°. il y détermine le prisme triangulaire de plus grande poussée d'une manière arbitraire; 3°. il n'a point égard à la cohésion, et son évaluation du frottement est fondée sur des principes faux, puisqu'elle est considérée comme fonction du prisme d'éboulement, déterminé d'après le talus ordinaire des terres, tandis que les terres dans leur tassement, prennent un talus plus roide.

Digitized by Google

THÉORIE DE M. GAUTHEY.

N°. 10. M. Gauthey a établi sa théorie sur l'hypothèse que les terres jetées en remblai derrière un mur, agissaient contre lui par l'éboulement d'un prisme glissant sur son hypothénuse, dont l'inclinaison formait avec l'horizon un angle de 45°, et qui tend à le faire glisser.

Il suppose également, comme M. d'Antony, qu'on peut ne prendre que le quart de la puissance agissante, qu'il multiplie par la pesanteur spécifique des terres, et qu'il égale ensuite au tiers du poids du mur, qu'il multiplie par la pesanteur spécifique de la maçonnerie. De manière qu'appelant h la hauteur du mur, δ la pesanteur spécifique des terres, π celle de la maçonnerie, x l'épaisseur du mur; il déduit $\frac{\delta h^2}{8} = \frac{\pi h x}{3}$ pour son équation d'équilibre. Il réduit la résistance de l'obstacle au tiers de sa pesanteur spécifique; d'après des expériences faites avec de la grenaille, dans une caisse de 7 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur, 2 pouces de largeur, et 3 pouces de longueur, qu'il a fait glisser sur sa base, en attachant au tiers de ce prisme un poids de 3 livres. Le prisme pesait en tout 10 livres; d'où il conclut que la résistance doit être évaluée au tiers de sa pesanteur spécifique, quoique 3 livres soient un peu moins du $\frac{1}{3}$ de 10 livres.

Ensuite il cherche à résoudre le problème, en supposant le même prisme agissant sur un mur qui ne peut glisser sur sa base, mais qui peut être renversé.

Il suppose, comme M. d'Antony, que le poids du triangle ABD, Fig. 5. exprimé par $\frac{\delta h^2}{2}$, est réuni autour de son centre de gravité comme un corps rond, et il décompose la pesanteur représentée par la verticale, en deux forces, l'une perpendiculaire au plan incliné, l'autre parallèle,

Digitized by Google

est exprimé par $\frac{amh^2\left(\frac{2ah}{3}-h\left(\frac{a}{3}+x\right)\right)}{2h(h^2+a^2)}$. Celui de la résistance est $\frac{hx^2}{2}$; savoir hx représentant sa pesanteur; attendu que le rapport $\frac{m}{n}$ a réduit celle des terres à être de même nature; et $\frac{x}{2}$ représentant le bras de levier : d'où il tire l'équation d'équilibre

$$\frac{(amh^2)\left(\frac{2ah}{3}-h\left(\frac{a}{3}+x\right)\right)}{2n(h^2+a^2)}=\frac{hx^2}{2};$$

d'où l'on tire $x=-\frac{ham}{2(nh^2+an^2)}\pm ah\sqrt{\frac{m+3m^2}{12n^2(h^2+n^2)}}$.

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE (N°. 11) DE M. RONDELET.

A toutes les objections faites aux théories précédentes, l'on observe encore que M. Rondelet considérant le prisme de terres agissant contre l'obstacle comme une puissance oblique, devait la décomposer comme M. Gauthey, pour ne conserver que l'action normale; attendu que l'on ne peut déterminer l'effet de cette force, c'est-à-dire le moment, sans la connaître entiérement; et ce moment, dans la théorie de M. Rondelet, est composé d'une force qui n'a aucune action contre l'obstacle.

THÉORIE

Digitized by Google

THÉORIE DE DIVERS INGÉNIEURS.

N°. 12. La méthode des constructeurs consiste à décomposer le poids entier du prisme en deux forces; l'une IS perpendiculaire au plan incliné, l'autre IR horizontale. Ainsi, si l'on suppose que DAC soit le profil du prisme de terres qui tend à s'ébouler, et que I soit son centre de gravité; si l'on termine le parallélogramme des forces, et que l'on fasse τ = DAC; les triangles semblables DAC, RIT, donneront RT : TI :: sin. 90° : sin. τ; donc $RT = \frac{TI}{sin.\ \tau}$, Fig. 7.

et RI : IT :: cos. τ : sin. τ; d'où $RI = \frac{TI\ cos.\ \tau}{sin.\ \tau}$;

si nous faisons AD = h, et (δ) la densité des terres, TI représentant la pesanteur du prisme, et $DC = \frac{h\ sin.\ \tau}{cos.\ \tau}$. La surface du triangle sera exprimée par $\frac{h^2\ sin.\ \tau}{2\ cos.\ \tau}$ et sa pesanteur $TI = \frac{\delta\ h^2\ sin.\ \tau}{2\ cos.\ \tau}$. Substituant cette valeur l'on aura pour l'expression de la force horizontale, $NI = \frac{\delta h^2}{2}$; et comme ils supposaient que l'application de cette force était au $\frac{1}{3}$ de la hauteur du mur, ils obtenaient $\frac{\delta\ h^3}{6}$ pour l'expression de son moment.

Considérant que le mur résiste en vertu de sa pesanteur, et que si le mur avait un talus extérieur dont le rapport de sa base avec la hauteur du mur fût exprimé par (m), et l'épaisseur du mur au cordon par (x); la surface du profil de ce mur aurait pour expression $h\left(x + \frac{hm}{2}\right) = FDAE$;

Digitized by Google

son bras de levier serait exprimé par

$$\frac{hx\left(\frac{x}{2}+mh\right)+\frac{2mh}{3}\left(\frac{mh^2}{2}\right)}{h\left(x+\frac{mh}{2}\right)};$$

et si l'on appelle π la pesanteur spécifique du mur, sa pesanteur serait

$$\pi h\left(x+\frac{mh}{2}\right),$$

et son moment

$$\pi h\left(x\left(\frac{x}{2}+mh\right)+\frac{2}{3}m\left(\frac{mh^2}{2}\right)\right);$$

ils en déduisaient l'équation d'équilibre

$$\frac{\delta h^3}{6}=\pi h\left(\frac{m^2h^2}{3}+\left(hm+\frac{x}{2}\right)x\right)$$

de laquelle on tire

$$x=-mh\pm\sqrt{\frac{\delta h^2}{3\pi}-\frac{m^2h^2}{3}+m^2h^2}=h\left(-m\pm\sqrt{\tfrac{2}{3}\left(\frac{\delta}{\pi}+m^2\right)}\right),$$

d'après la supposition que le revêtement a un talus.

THÉORIE DE BÉLIDOR.

N°. 13. M. Bélidor ayant supposé le prisme triangulaire des terres qui agit derrière le revêtement, représenté par le profil ADB d'un triangle rectangle isocèle, divise la hauteur du revêtement en parties égales BH, HN, NP, PD. D'après cette division, les surfaces BGH, GHNM, MOPN et OPDA sont entr'elles comme 1 : 3 : 5 : 7; et appelant b l'effort du triangle BGH, celui des trapèzes subséquens sera exprimé par $3b$, $5b$ et $7b$. Ces efforts tendans à renverser le mur BF

Fig. 8.

Digitized by Google

autour du point F, et considérant l'effort du triangle comme agissant au point B, et ceux des trapèzes suivans aux points H, N et P, l'effet du triangle sera exprimé par $4b$, celui du premier trapèze par $9b$, celui du deuxième par $10b$, et celui du troisième par $7b$; de manière que la somme de tous les effets sera exprimée par $30b$; et suivant d'après la théorie des momens, deux effets étant égaux, il suit qu'une force de ces deux effets est égale à l'effet de l'autre force, divisé par le bras de levier de la première; il divise le produit de tous les effets par le bras de levier BD, pour avoir l'expression de la force totale ADB en B; de manière que dans ce cas l'expression de la force du triangle qui agit en B est exprimée par $\frac{15b}{2} = fb$, en faisant $f = 7\frac{1}{2}$; et appelant h la hauteur DB, la quantité $b = \frac{BH}{2} \times GB = \frac{h^2}{2}$: et comme il met en principe qu'un triangle qui glisse sur une hypothénuse, n'exerce que la moitié de son effort contre l'hypothénuse, alors $b = \frac{h^2}{4}$, et son effort est exprimé par $\frac{fh^2}{4}$.

Pour opposer la résistance nécessaire à cette puissance, on détermine l'épaisseur à donner au revêtement, de manière que son poids soit en équilibre avec elle. Il suppose que cette force, au lieu de pousser de A vers B, tire de B en C, et alors la ligne $CE = c$ sera le bras de levier. Soit $EF = d$; $BC = DE = y$; la surface du triangle $CEF = \frac{cd}{2}$; la surface du rectangle $BCED = yc$; et considérant ces surfaces comme leurs poids, on les multipliera par leurs bras de leviers respectifs; de manière que l'effet de la pesanteur du mur avec son talus sera exprimé par $cy\left(\frac{y}{2} + d\right) + \frac{cd}{2} \times \frac{2d}{3}$,

et la somme de ces effets doit faire équilibre à celui de la force tirant de B en C, dont l'expression étant $\frac{fh^2}{2}$, et le bras de levier $CE = c$,

l'on a pour son effet $\frac{fch^2}{4}$, et par conséquent pour équation d'équilibre $\frac{fch^2}{4} = \frac{cy^2}{2} + cdy + \frac{cd^2}{3}$, d'où l'on tire $y = -d \pm \sqrt{\frac{fh^2}{2} + \frac{d^2}{3}}$ épaisseur du revêtement au couronnement.

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE (N°. 12) DE DIVERS INGÉNIEURS, ET SUR CELLE (N°. 13) DE M. BÉLIDOR.

La théorie de divers ingénieurs, plus exacte que celle des précédens, en ce qu'elle ne détermine point le prisme triangulaire des terres agissant d'une manière arbitraire, a néanmoins l'inconvénient d'obliger le constructeur à avoir recours à l'expérience, dans chaque construction, pour connaître l'angle d'éboulement. Cette théorie n'ayant égard ni au frottement, ni à la cohésion, ne saurait satisfaire; et on ne voit pas quel est le motif qui peut déterminer à considérer le point d'application de la résultante au tiers.

Quant à la théorie de Bélidor, elle est fondée sur une infinité de suppositions arbitraires, comme celle des précédens auteurs; mais elle est encore plus défectueuse, en ce qu'il suppose que l'action totale des terres s'exerce au sommet de l'obstacle. Il est plus naturel de supposer, et l'expérience le démontre, que la résultante passe par le centre de gravité de la masse de l'éboulement; on ne peut raisonnablement supposer à cette résultante que deux directions, comme l'ont fait les ingénieurs qui se sont occupés du problème de la poussée des terres, l'une parallèle au plan incliné, l'autre horizontale; ce qui, lorsque l'obstacle est vertical, détermine le point d'application au $\frac{1}{3}$ ou aux $\frac{2}{3}$ de la hauteur de l'obstacle.

Digitized by Google

L'équation d'équilibre de M. Bélidor étant $\frac{cy^2}{2} + cdy + \frac{cd^2}{3} = bcf$,

il ne peut pas avoir $y = -d \pm \sqrt{2bf + \frac{cd^2}{3}}$, comme il le prétend;

mais $y = -d \pm \sqrt{2bf + \frac{d^2}{3}}$.

THÉORIE PARTICULIÈRE

Trouvée dans les cartons du dépôt des fortifications.

N°. 14. L'AUTEUR de cette théorie suppose que le prisme triangulaire des terres exerçant la plus grande poussée, a pour profil un triangle rectangle isocèle tel que DAC, agissant contre un rectangle FDAE représentant le profil d'un mur de revêtement qu'il tend à faire reculer, ou à renverser en le faisant tourner autour du point E. Représentant par la verticale IT, la pesanteur du triangle, il la décompose en deux forces, l'une IS' perpendiculaire au plan incliné AC, l'autre IN parallèle à ce plan. Fig. 7.

Si l'on conserve les dénominations $AD = h = DC$, $FD = x$, $\delta =$ la pesanteur spécifique des terres, $\pi =$ celle des maçonneries; le triangle isocèle rectangle IS'T donne $\overline{IT}^2 = (\overline{IS'})^2 + \overline{IN}^2 = 2\overline{IN}^2$; d'où $IN = IT \times \sqrt{\frac{1}{2}}$; mais $IT = \frac{h^2\delta}{2}$; donc $IN = IS' = \frac{h^2\delta}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$. Mais comme le triangle éprouve un frottement le long du plan incliné en vertu de la force IS', si (n) exprime le rapport du frottement à la pression exercée par IS', le frottement sera exprimé par $\frac{nh\delta}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$: donc l'action de IN sera diminuée de cette quantité, et ne sera plus que

Digitized by Google

$\frac{h^2\delta}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{nh^2\delta}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\delta h^2 \sqrt{\frac{1}{2}}}{2}(1-n)$. Mais la direction de cette force étant oblique au parement intérieur du mur, il la décompose au point de contact M, en deux autres; l'une verticale MZ, qui ne peut avoir aucune action contre le mur; l'autre horizontale ZR, seule agissant avec tout son effet contre le mur, et tendant à le reculer ou à le faire tourner sur l'angle extérieur E. Ces deux nouvelles forces étant représentées par les deux côtés d'un triangle rectangle isocèle dont l'hypothénuse a pour expression $\frac{\delta h^2 \sqrt{\frac{1}{2}}}{2}(1-n)$, et par conséquent celle de ces forces sera $\sqrt{\frac{\delta^2 h^4 \times \frac{1}{2} \times (1-n)^2}{8}} = \frac{\delta h^2}{4}(1-n)$. Mais cette force est appliquée au point M, c'est-à-dire au $\frac{1}{3}$ de AD; donc son bras de levier est $\frac{h}{3}$, et l'expression de son moment $\frac{\delta h^3}{12}(1-n)$.

Le mur qui doit lui faire équilibre a, pour l'expression de sa pesanteur, $\pi h x$. Mais le mur s'oppose à cette force, non seulement en vertu de sa pesanteur, mais encore en vertu de son frottement sur sa base AE, dans le cas du reculement; et si l'on suppose que le rapport du frottement à la pression soit le même que celui des terres, et exprimé par n, le frottement sur la base $= n \pi h x$: d'où il résulte que l'on aura pour équation d'équilibre $\frac{\delta h^2}{4}(1-n) = n \pi h x$, pour le cas du reculement.

Observant que le bras de levier de la résistance du mur dans le cas du renversement, est $\frac{x}{2}$, son moment sera $\frac{\pi h x^2}{2}$, et l'équation d'équilibre pour ce cas $\frac{\delta h^3}{12}(1-n) = \frac{\pi h x^2}{2}$;

D'où l'on tire, pour le premier cas, $x = \frac{\delta h}{4\pi}\left(\frac{1-n}{n}\right)$,

Et pour le deuxième cas, $x = h\sqrt{\frac{\delta}{6\pi}(1-n)}$.

Digitized by Google

Et si l'on suppose que le mur soit reculé et renversé en même tems, l'on substituera πnhx à $\frac{\delta h^2}{4}(1-n)$ dans la deuxième équation; et l'on aura $\frac{h^3 n\pi x}{3} = \frac{\pi h x^2}{2}$, d'où $x = \frac{2nh}{3}$.

Substituant à son tour cette nouvelle valeur de x dans les deux équations $x = \frac{\delta h}{4\pi}\left(\frac{1-n}{n}\right)$, et $x = h\sqrt{\frac{\delta}{6\pi}(1-n)}$, l'on trouvera la même valeur pour $n = -\frac{3\delta}{16\pi} \pm \sqrt{\frac{3\delta}{8\pi} + \frac{9\delta^2}{256\pi^2}}$.

Ainsi si le rapport des pesanteurs spécifiques $\frac{\delta}{\pi} = \frac{2}{3}$,

l'on aura $n = -\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\sqrt{17} = 0{,}39$; et substituant ces valeurs dans ces deux équations, la substitution dans la première donne

$$x = \frac{h}{6}\left(\frac{1}{0{,}39} - 1\right) = \frac{h}{6}(2{,}56 - 1) = h\,(0{,}26);$$

dans la deuxième, $x = h\sqrt{\frac{2}{13}(1-0{,}39)} = h\sqrt{0{,}0678} = h\,(0{,}26)$.

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE PARTICULIÈRE (N°. 14),

Trouvée dans les cartons du dépôt des fortifications.

La théorie de l'auteur ne renferme pas la généralité qu'exige le problème de la poussée des terres. Il suppose que le prisme des terres agissant, glisse sur une hypothénuse formant avec l'horizon un angle de 45°; théorie qui ne donnerait la solution du problème que pour ce cas particulier.

L'auteur n'a point égard à la cohésion, et il fait une supposition très-arbitraire dans le rapport du frottement du prisme des terres et des maçonneries, qu'il suppose le même.

Digitized by Google

Fig. 7. Il suppose par ses substitutions que le mur recule en même tems qu'il tourne sur l'angle extérieur E; effet que jusqu'à ce jour on n'a point reconnu dans la destruction des murs de soutènement. Ce paralogisme et le frottement considéré comme le même pour la maçonnerie et les terres, ne donnent, comme cela doit être, qu'un résultat, c'est-à-dire que l'épaisseur doit être la même, soit que le mur tende à glisser, soit qu'il tende à être renversé; tandis que nous démontrerons qu'il faut une force bien plus considérable pour le faire glisser que pour le renverser.

MÉTHODE

POUR RÉGLER L'ÉPAISSEUR DES MURS DE REVÊTEMENT.

Présentée par M. Buchotte, en 1716.

N°. 15. M. Buchotte dit :

1°. Que le trop grand talus de $\frac{1}{7}$ de la hauteur des murs de revêtement du profil général donné par M. de Vauban, fait séjourner la pluie dans les joints, les fait souffler ou éclater dans la gelée.

2°. Que l'épaisseur de 4 pieds $\frac{1}{2}$ au sommet aux profils des murs qui n'ont que 15 pieds de hauteur, est trop forte, puisque le volume de la maçonnerie de celui de 10 pieds de hauteur, est plus grand que celui des terres à soutenir sur la même hauteur, et que les murs de cette espèce ne doivent pas résister au canon.

3°. Que la hauteur des contre-forts n'augmente pas dans la même proportion que la hauteur des terres qu'ils ont à soutenir : que ces contre-forts ayant, pour un mur de 10 pieds de hauteur, 4 pieds de longueur, ont plus que le tiers de la hauteur pour leur longueur; et que, comme pour chaque 5 pieds de plus de hauteur de mur, la longueur de ces contre-forts augmente d'un pied; pour une hauteur de mur de 30 pieds, ils n'ont que 8 pieds de longueur, moindre que le

Digitized by Google

le $\frac{1}{3}$ de la hauteur, dimension qu'il trouve trop faible; à plus forte raison pour un mur de revêtement de 60 pieds, pour lequel les contre-forts n'ont que 14 pieds, moindres que le $\frac{1}{4}$ de la hauteur, ainsi de suite.

4°. Que l'épaisseur de ces contre-forts augmente à la queue comme à la racine, sans aucune nécessité : savoir, l'épaisseur primitive étant 3 pieds à la racine, elle est de 2 pieds à la queue; et chaque fois que le contre-fort a un pied de plus de longueur, la racine augmente de 6 pouces, et la queue est les $\frac{2}{3}$ de la racine.

5°. Qu'enfin les contre-forts des revêtemens de 40 pieds de hauteur et au-dessous, sont trop éloignés les uns des autres, étant à 15 pieds de milieu en milieu; et que ceux de 50 pieds et au-dessus, espacés à la même distance, sont trop près les uns des autres.

D'après ces observations, M. Buchotte donne un nouveau profil, tel qu'un mur de revêtement de 10 pieds de hauteur, a 3 pieds d'épaisseur; et il augmente l'épaisseur de 6 pouces pour chaque 5 pieds d'élévation au-dessus de celle de 10 pieds. Il base cette augmentation du profil sur ce qu'à chaque hauteur, la pesanteur du mur approche celle des terres qu'il a à soutenir. Pour avoir une base fixe pour connaître ce résultat, l'expérience lui ayant fait juger que la pesanteur spécifique des terres à celle des maçonneries, était dans le rapport de $\frac{2}{3}$; et ne considérant que la pesanteur, il a calculé les murs de manière que leur volume fût les $\frac{2}{3}$ de celui des terres.

Il donne ensuite au mur un talus de $\frac{1}{8}$ de sa hauteur, fraction qui fait partie des $\frac{2}{3}$ du volume de maçonnerie opposé à la poussée des terres.

Il fixe la longueur des contre-forts au $\frac{1}{3}$ de la hauteur des profils : l'épaisseur à la queue a deux pieds, et augmente celle à la racine, à proportion de leur longueur.

Enfin il fixe l'espace entre deux contre-forts à 8 pieds pour une hauteur de revêtement quelconque, au lieu que M. de Vauban les ayant fixés à 15 pieds de milieu à milieu, et leur épaisseur augmentant,

Digitized by Google

comme il a été dit, en raison de la hauteur des murs de revêtement, leur intervalle entre l'un et l'autre, pour une hauteur de mur de 50 pieds, était de 8 pieds; tandis que pour une élévation de 10 pieds, cette distance de l'un à l'autre était de 12 pieds. Sur quoi il observe que la distance de cet intervalle fixée à 8 pieds, donne l'avantage aux terres de se soutenir elles-mêmes, pourvu que ce ne soit point du sable : d'où il conclut que plus les contre-forts sont longs, et plus la brêche est difficile à faire, parce qu'il faut ruiner ces contre-forts en entier.

OBSERVATIONS

SUR LA MÉTHODE (N°. 15) DE M. BUCHOTTE.

Par l'exposé de cette méthode, l'on a vu que la détermination du profil de M. Buchotte n'est fondée sur aucune base qui puisse inspirer de la confiance, parce que la pesanteur du prisme triangulaire des terres n'agit pas de la même manière que celle du prisme quadrangulaire de maçonnerie, puisque l'une agit sur un plan incliné, et que l'autre agit sur un plan horizontal, et que les parties du premier prisme sont plus divisées que celles du second.

M. de Vauban détermina ses profils, à Traben, le 16 mai 1687, et il donnait aux murs de revêtement qui devaient servir aux longs côtés, 4 pieds $\frac{1}{2}$ au couronnement, avec $\frac{1}{7}$ de la hauteur pour talus; et à ceux qui devaient servir aux fronts 5 pieds au couronnement, avec le même que le précédent.

M. Buchotte a tort de dire que M. de Vauban augmentait l'épaisseur des contre-forts à la queue comme à la racine, sans nécessité, parce qu'ils ne pouvaient être renversés sur le côté, étant maintenus en équilibre par les terres. C'est qu'il n'avait pas réfléchi que ces contre-forts s'opposaient à la translation ou au déversement du mur; et lorsque

Digitized by Google

les contre-forts ont fait corps avec le mur de revêtement où sont construits de manière à le faire, ils résistent au contraire d'une manière plus énergique, leur épaisseur étant plus considérable à la queue qu'à la racine; puisque le bras de levier de la plus lourde masse se trouverait plus long dans le cas de rotation; et que pour le cas de translation, si la queue était égale en épaisseur à la racine, le frottement serait plus considérable que si l'épaisseur à la queue était moindre.

PROFILS DE MUR DE REVÊTEMENT

PROPOSÉS EN 1737,

PAR M. LEMAIRE, OFFICIER DU GÉNIE.

N°. 16. M. Lemaire, s'en rapportant au profil général de M. de Vauban, proposa néanmoins en 1737, de rapprocher les contre-forts, ensorte qu'il ne restât que 6 pieds de vide entr'eux, afin que les terres conservassent mieux leur ténacité; et alors de ne donner que 4 pieds au couronnement d'un mur de 30 pieds de hauteur; et de donner 8 pieds de longueur aux contre-forts, 4 pieds d'épaisseur à la racine, réduite à 2 pieds 8 pouces à la queue; et de réduire le talus au $\frac{1}{8}$ de la hauteur.

Il proposa, pour un autre moyen de retarder l'effet du canon, de ne donner à un mur de revêtement de 30 pieds de hauteur, que 3 pieds $\frac{1}{2}$ d'épaisseur au couronnement, avec un talus de $\frac{1}{8}$; mais de fonder avec les murs, des tours creuses demi-cylindriques décrites avec un rayon moyen de 9 pieds; de manière que la naissance de la courbure d'une tour à l'autre, formât un massif de 4 pieds d'épaisseur, qui se maintiendrait comme contre-fort sur une longueur de 6 pieds; de manière que ce ne fût qu'à cette longueur que se trouvât la naissance de l'extrados de ces tours qui, par cette disposition, avaient deux pieds

Digitized by Google

d'épaisseur. Les demi-cylindres creux se trouveraient remplis de terre; et par cet artifice, les murs opposeraient le plus grand obstacle et à la poussée des terres et au canon.

OBSERVATIONS

SUR LE PROFIL DE M. LEMAIRE (N°. 16.)

M. Lemaire n'est entré dans aucune discussion sur le problème de la poussée des terres. Son profil néanmoins me paraît mériter la plus grande attention, sous le point de vue du problème de la poussée des terres, et sous celui de la fortification.

Nous pensons que s'il eût couronné toutes ses demi-tours creuses par un demi-cul-de-four seulement tangent au parement intérieur, l'on conserverait plus long-tems le parapet du rempart, qui doit être en partie détruit par l'entonnoir formé par l'éboulement du cylindre des terres renfermées dans les tours creuses.

THÉORIE DE M. DE QUERLONDE,

ANCIEN OFFICIER DU GÉNIE,

Trouvée dans un Mémoire de 1743.

N°. 17. M. de Querlonde suppose que les terres qui prennent un talus quelconque, n'agissent qu'avec la moitié de la pesanteur spécifique des terres qui s'ébouleraient, dans un creux inférieur à sa base, si le mur était enlevé après le laps de tems nécessaire pour qu'elles puissent prendre leur talus ordinaire.

D'après cette considération, il traite le problème de la poussée

Digitized by Google

des terres relativement à trois espèces différentes : la première, celle dont les terres prennent un talus naturel incliné à 45° à l'horizon, c'est-à-dire, terres végétales.

La deuxième espèce, qu'il appelle terres fortes, prennent une inclinaison naturelle, dont la hauteur est à la base :: 3 : 2.

La troisième espèce qu'il appelle foireuses ou sablonneuses, prennent une inclinaison naturelle, telle que la hauteur du plan incliné est moitié de la base.

Partant du principe que si un poids P est sur un plan incliné, *la force de la pesanteur détruite par la résistance du plan incliné, est à la force qu'exercera ce poids pour glisser le long du plan incliné, comme la base de ce plan est à la hauteur;*

Il décompose les poids P en deux forces; l'une verticale, qui exprime ce qui reste de la pesanteur, soustraction faite de celle qui a été détruite par la résistance du plan incliné, de la pesanteur totale; l'autre horizontale, qui représente la pesanteur détruite par la résistance du plan incliné; de manière que si P représente la pesanteur totale; p la partie de la pesanteur, ou la force qui donne du mouvement au prisme des terres sur le plan incliné; f la force horizontale représentant la pesanteur détruite; l'on aura $f : p :: AC : BC$, en appelant AC la base du plan incliné, et BC la hauteur.

Si donc il était question des terres végétales, alors AC = BC, et Fig. 9.
par conséquent $p = f$; mais $P = p + f = 2p$; donc $p = \frac{P}{2}$. Donc la force qui produit du mouvement sur le plan incliné, est la moitié du poids du triangle.

Si le problème à résoudre avait pour objet des terres fortes, alors le plan incliné serait tel que $AC = \frac{2BC}{3}$; et alors $f = \frac{2p}{3}$, et $P = \frac{2p}{3} + p$, d'où $\frac{3P}{5} = p$. Donc la force qui dans ce cas produit du mouvement sur le plan incliné est les trois cinquièmes du poids total.

Enfin, si les terres que l'on considère sont sablonneuses, le plan

Digitized by Google

incliné serait tel que sa hauteur serait la moitié de sa base; alors AC = 2 BC; et $f = 2p$, et par conséquent $P = 2p + p$; d'où $p = \frac{P}{3}$, c'est-à-dire, que la partie de la pesanteur qui procure du mouvement, est $\frac{1}{3}$ de la pesanteur totale.

Cela posé, il cherche ensuite à rendre les terres et la maçonnerie homogènes; et ayant trouvé que leur rapport est exprimé par $\frac{2}{3}$, il multiplie la partie de la pesanteur qui agit, par cette fraction. Et comme il représente les solides par les profils, il réduit encore à la moitié la surface du triangle d'éboulement, d'après son principe que les terres n'agissent que de la moitié de leur pesanteur. Enfin, pour déterminer la force qui représente la partie de la pesanteur qui agit, il multiplie l'expression de ce profil ainsi réduit, par le rapport de la base du plan incliné à sa hauteur déterminée, d'après le talus ordinaire des terres qui font l'objet du problême à résoudre.

Ces différentes réductions du triangle des terres, sont considérées par lui, comme une puissance horizontale passant par le centre de gravité du triangle, attachée au mur et le tirant extérieurement. Dans cette supposition, cette puissance agit aux $\frac{2}{3}$ de la hauteur du mur; et les $\frac{2}{3}$ de cette hauteur sont, d'après cela, son bras de levier.

PREMIÈRE SOLUTION.

Ainsi, pour des terres dont le talus naturel est incliné à 45°; en appelant a la hauteur du mur, x son épaisseur; la surface du triangle des terres est exprimée par $\frac{a^2}{2}$, puisque dans ce cas AC = BC; mais ce triangle n'agissant que de la moitié de sa pesanteur, cette surface sera $\frac{a^2}{4}$. L'on a vu que dans ce cas, la force verticale qui procure du mouvement, $p = \frac{P}{2}$; donc $p = \frac{a^2}{8}$; et multipliant par 2 la densité des terres, puisque l'on a trouvé que cette densité était à celle des maçonneries :: 2 : 3; l'on

Digitized by Google

aura cette force exprimée par $\frac{2a^2}{8}$, si l'on suppose que c'est une force égale et horizontale qui lui fait équilibre et qui passe par le centre de gravité du triangle, le levier sera exprimé par $\frac{2a}{3}$, et le moment par $\frac{4a^3}{24}$.

La résistance du mur sera déterminée en multipliant sa surface ax par sa densité 3, et l'on aura $3ax$; son bras de levier étant la moitié de l'épaisseur du mur sera $\frac{x}{2}$, et le moment de la résistance $\frac{3ax^2}{2}$; d'où il résulte pour équation d'équilibre $\frac{3ax^2}{2} = \frac{4a^3}{24}$ et $x = \sqrt{\frac{a^2}{9}} = \frac{a}{3}$.

DEUXIÈME SOLUTION.

Si les terres sont fortes, alors $AC = \frac{2BC}{3}$; et la surface du triangle $\frac{a^2}{3}$; sa pesanteur en multipliant par la densité 2, sera $\frac{2a^2}{3}$; et comme d'après le principe posé, il n'agit que de la moitié de son poids, son expression se réduira à $\frac{a^2}{3}$. Mais l'on a vu que dans ce cas, la force verticale ou la partie de la pesanteur qui procure du mouvement, est $p = \frac{3P}{5}$; l'on n'aura donc, pour la puissance agissante, que les $\frac{3}{5}$ du $\frac{a^2}{3}$, c'est-à-dire $\frac{3a^2}{15}$, qui multiplié par son bras de levier $\frac{2a}{3}$, donnera pour son moment $\frac{2a^3}{15}$.

Le moment de la résistance du mur étant le même que celui trouvé dans la première solution $\frac{3ax^2}{2}$, l'équation d'équilibre sera $\frac{2a^3}{15} = \frac{3ax^2}{2}$; d'où $x = \sqrt{\frac{4a^2}{45}} = 2a\sqrt{\frac{1}{45}}$.

Digitized by Google

TROISIÈME SOLUTION.

Si les terres sont sablonneuses, $AC = 2\,BC$; la surface du triangle est a^2; la densité étant 2, sa pesanteur sera $2a^2$, et n'agissant que de la moitié, cette pesanteur sera a^2. Mais dans ce cas $p = \frac{P}{3}$. Donc la puissance agissante sera $\frac{a^2}{3}$; son bras de levier étant $\frac{2a}{3}$, son moment sera $\frac{2a^3}{9}$.

Le moment de la résistance du mur comme ci-dessus, étant $\frac{3ax^2}{2}$, l'équation d'équilibre sera $\frac{2a^3}{9} = \frac{3ax^2}{2}$,

d'où l'on tire $x = \sqrt{a^2\left(\frac{4}{27}\right)} = 2a\sqrt{\frac{1}{27}}$.

D'après ces principes, il résout plusieurs cas particuliers.

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE (N°. 17) DE M. QUERLONDE.

M. de Querlonde sentant qu'il existait un prisme de plus grande poussée dans la masse de terres qui se trouve soutenue sur son talus naturel, divise la base de l'éboulement considérée au niveau du couronnement du mur, en une infinité de petits triangles à bases égales, ayant leur sommet au pied du mur, qu'il suppose ne s'ébouler en rompant leur cohésion, que successivement et par intervalles de tems. De cette supposition il résulte qu'il n'y aurait que le premier éboulement qui aurait agi avec un effet efficace contre le mur; et tous les autres éboulemens sont indifférens à la nature du problème.

Rien n'est donc plus arbitraire, d'après sa propre supposition, que l'éboulement

Digitized by Google

l'éboulement qu'il détermine devoir être la moitié de celui représenté par le prisme qui repose sur le talus naturel des terres, pour tenir compte du frottement et de la cohésion.

M. de Querlonde, en considérant l'action de la pesanteur décomposée en deux forces, l'une verticale, dans la direction de la pesanteur; l'autre horizontale : la première représentant l'action avec laquelle la pesanteur agit, lorsqu'on a retranché de la totalité de son action ce que lui a fait perdre la résistance du plan incliné; l'autre représentant la quantité d'action perdue sur le plan incliné; a supposé que la force capable de faire équilibre à la force verticale, passe par le centre de gravité, et que sa direction est horizontale.

Cette supposition est tout-à-fait arbitraire : car il était plus naturel de supposer la direction de cette force dans la direction de la diagonale de son parallélogramme, puisque cette diagonale est parcourue par le centre de gravité du triangle des terres. Mais la direction de cette diagonale rencontre l'obstacle ou le mur au $\frac{1}{3}$ de sa hauteur : donc le point d'application de la force horizontale aurait dû être au $\frac{1}{3}$; raisonnement qui, depuis, a été confirmé par l'expérience.

Enfin, en supposant que sa théorie fût admissible, elle aurait le défaut de ne pas être générale, puisqu'il lui en faut une particulière pour chaque espèce de terre; tandis qu'il pouvait la présenter de la manière suivante :

Soit (δ) la pesanteur spécifique des terres, (m) le rapport de la base du plan incliné à sa hauteur; alors $\frac{1}{(m+1)}$ sera celui de la partie de la pesanteur qui agit, à la pesanteur totale : et appelant toujours (a) la hauteur du plan incliné, et π la pesanteur spécifique des maçonneries; l'on aura $\frac{ma^2}{2}$ pour la surface du triangle des terres qui s'éboule; $\frac{m\delta a^2}{2}$ sera l'expression de sa pesanteur; et comme, d'après son principe, il n'agit que de la moitié de sa pesanteur, son expression

Digitized by Google

sera $\frac{m\delta a^2}{4}$; et la partie de cette pesanteur qui n'est pas détruite par la résistance du plan incliné, sera exprimée par $\frac{m\delta a^2}{4(m+1)}$, qui sera celle de la force horizontale à lui opposer. Et comme, d'après sa supposition, elle est appliquée aux $\frac{1}{3}$ de la hauteur, son bras de levier sera $\frac{2a}{3}$, et son moment $\frac{m\delta a^3}{6(m+1)}$. Le moment du mur sera $\frac{\pi a x^2}{2}$, et l'équation d'équilibre $\frac{m\delta a^3}{6(m+1)} = \frac{\pi a x^2}{2}$, d'où $x = a\sqrt{\frac{m\delta}{3\pi(m+1)}}$; dans laquelle, si l'on fait $m = 1$, l'on aura la solution du problème des terres végétales prenant un talus de 45°. Si l'on fait $m = \frac{1}{3}$, l'on aura la solution pour les terres fortes. Et enfin, faisant $m = 2$, l'on aura la solution pour les terres sablonneuses. Cette formule conviendrait à une espèce de terre quelconque, en donnant à (m) le rapport de la base à la hauteur du plan incliné qu'elle formerait naturellement.

THÉORIE DE M. BULLET,

DE L'ACADÉMIE ROYALE D'ARCHITECTURE.

N°. 18. M. Bullet est le premier qui ait cherché une théorie sur la poussée des terres, basée sur les principes de la mécanique. Partant du principe de la théorie du plan incliné, que dans le cas de l'équilibre, *le poids du corps est à la force parallèle au plan incliné, comme la longueur de ce plan est à sa hauteur :* considérant ensuite le triangle d'éboulement comme un triangle rectangle isocèle, dont la hauteur est connue; il en prend la surface, et la multipliant par le rapport $\frac{7}{5}$, qui est celui approximatif du côté du carré à la diagonale, et par conséquent celui de la hauteur du plan incliné à sa longueur; il en conclut que cette surface est celle du mur à opposer à l'action du triangle;

Digitized by Google

Mais la hauteur du mur étant donnée, il divise par elle cette surface, et détermine ainsi l'épaisseur du mur.

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE (N°. 18) DE M. BULLET.

La manière de déterminer le prisme triangulaire des terres exerçant la plus grande poussée, est très-arbitraire, et n'est basée sur aucun principe. Ensuite, comme l'observe M. Couplet, le principe de mécanique appliqué par M. Bullet est faux, parce que le triangle étant considéré glisser sur le plan incliné, le mur qui oppose une résistance, ne l'oppose point dans la direction du plan incliné, ce qui devrait être pour admettre ce principe, et au contraire l'action des terres est normale à son parement intérieur.

THÉORIE DE M. COUPLET,

PUBLIÉE DANS LES MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE DE 1726.

N°. 19. Après M. Bullet, c'est M. Couplet qui s'est occupé de résoudre le problême de la poussée des terres, d'après des principes de mécanique. Il a considéré les terres composées d'une infinité de petits grains sphéroïdes reposant les uns sur les autres; comme le seraient des boulets, qui se soutiennent d'eux-mêmes sans le secours d'aucun obstacle. D'après cette considération, il détermine le talus que prennent les terres dans leur éboulement.

Pour cela, il démontre que chaque boulet sera appuyé sur trois autres; et que les boulets étant égaux, ils formeront un tétraèdre, en joignant par des lignes leur centre de gravité. Or, dans un tétraèdre;

Digitized by Google

la hauteur du talus est à sa base, comme $\sqrt{8}$ est à 1, en appelant 3, la perpendiculaire abaissée du sommet d'un angle de la base du tétraèdre sur le côté opposé. D'où il conclut que la hauteur des terres qui se soutiennent sans revêtement est à leur base :: $\sqrt{8}$: 1.

Pour déterminer ensuite l'action du prisme triangulaire des terres, il observe que si les boulets étaient derrière un revêtement, et que l'on tirât les deux qui le soutiennent de son côté, le supérieur n'agirait plus que sur le troisième boulet et sur le revêtement : que par conséquent, on peut considérer la pesanteur du boulet comme décomposée en deux forces, dont l'une dans la direction de la ligne qui joint les centres des deux boulets, et l'autre perpendiculairement.

Fig. 10. Ainsi, si I est considéré comme le centre du boulet supérieur, S comme celui des trois que l'on a laissé ; le boulet I agira contre le revêtement suivant la direction IR, et contre le boulet suivant celle IS ; de manière que la pesanteur totale sera représentée par l'action de ces deux forces. Ainsi, si l'on représente par IT la pesanteur, la force IS se trouvant détruite par la résistance du boulet S ; l'on ne considérera que la force IR seule agissant contre le revêtement : donc le poids total sera à la force comme TS = RI est à IT. Mais IT représente la hauteur du tétraèdre que l'on a trouvé $\sqrt{8}$, en supposant la base de son inclinaison 1 ; et d'après cette supposition TS = 2, parce qu'elle représente les $\frac{2}{3}$ de la perpendiculaire menée d'un des sommets des angles de la surface qui sert de base au tétraèdre : d'où il conclut que la force agissante contre le mur $= \frac{2P}{\sqrt{8}}$, en appelant P le poids total.

Cela posé, si a est la hauteur des terres d'après ce qui a été dit, la base de leur inclinaison sera $\frac{a}{\sqrt{8}}$; et comme il ne considère que les surfaces, celle du triangle sera $\frac{a^2}{2\sqrt{8}}$. Mais l'on vient de voir que ce triangle n'agit que des $\frac{2}{\sqrt{8}}$ de son poids. Son action contre le revê-

Digitized by Google

tement sera donc $\frac{a^2}{8}$; et cette force étant considérée agir aux $\frac{2}{3}$ de la hauteur du mur, l'on aura pour son moment $\frac{2\,a^3}{24} = \frac{a^3}{12}$.

Si l'on suppose que l'épaisseur du mur de revêtement qui lui fait équilibre est x, sa surface sera ax; et comme la pesanteur de la maçonnerie est différente de celle de la terre, il suppose que leur rapport est exprimé par $\frac{p}{q}$: de manière que pour les rendre homogènes en pesanteur, il multiplie ax par $\frac{p}{q}$, et l'expression de cette surface devint $\frac{apx}{q}$, le levier de sa résistance étant $\frac{x}{2}$, l'on a pour son moment $\frac{apx^2}{2q}$; d'où il tire l'équation d'équilibre $\frac{apx^2}{2p} = \frac{a^3}{12}$, et $x = a\sqrt{\frac{q}{6p}}$.

Il applique ensuite cette théorie à différens revêtemens; et il observe qu'elle ne résoud le problême que relativement à des revêtemens parfaitement polis.

DEUXIÈME THÉORIE DE M. COUPLET,

PUBLIÉE DANS LES MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE DE 1727.

N°. 20. Soit le profil des terres ADH qu'il faut soutenir, et HDB le mur de revêtement qui doit les soutenir : Fig. 11.

Soit la hauteur des terres et du revêtement $HD = a$; la base du talus ordinaire des terres $ND = b$; leur talus $AD = c$; et l'épaisseur du mur de revêtement $BD = x$.

Si de l'extrémité B de l'épaisseur du mur de revêtement, l'on tire une parallèle à AD, il n'y aura que le triangle HFO qui tendra à s'ébouler; puisque si l'on substituait au triangle de maçonnerie BFD, un triangle de terres, le trapèse BDAO serait immobile, puisque BO serait le talus que les terres auraient pris naturellement.

Digitized by Google

Cela posé, à cause des triangles semblables BDF, DAN, l'on a $FD = \frac{ax}{b}$, et par conséquent $HF = \frac{ab - ax}{b}$, et $OH = b - x$: la surface du triangle HFO sera donc exprimée par

$$\left(\frac{ab - ax}{b}\right)\left(\frac{b - x}{2}\right) = \frac{ab^2 - 2abx + ax^2}{2b};$$

et si l'on appelle p la pesanteur totale des terres, et f, l'effort qu'elles font parallèlement à leur talus, l'on aura

$$p : f :: \frac{ab^2 - 2abx + ax^2}{2b} : \left(\frac{ab^2 - 2abx + ax^2}{2bp}\right) f,$$

qui sera l'effort que les terres OFH font contre le revêtement HDB parallèlement à leur talus AD.

Puis considérant que le revêtement doit se rompre suivant la ligne BF, et que l'effort étant réuni au centre de gravité P agissant parallèlement au talus AD, est appliqué au bras de levier BV, tiré du point d'appui B perpendiculairement sur PV ; il multiplie cet effort par ce bras de levier pour avoir le moment.

Il détermine BV, au moyen des triangles semblables BVL, DHA d'après lesquels $BV = \frac{ab - ax}{3c}$: et par conséquent le moment de l'effort des terres est $\left(\frac{b^3 - 3b^2x + 3bx^2 - x^3}{2bp}\right)\frac{fa^2}{3c}$.

La surface du revêtement est ax qui multipliée par $\frac{\pi}{\delta}$, rapport des pesanteurs spécifiques des maçonneries aux terres, donne $\frac{\pi ax}{\delta}$, et multipliée par $\frac{x}{2}$ bras de levier, donne pour le moment du mur de revêtement $\frac{\pi ax^2}{2\delta}$; d'où l'on tire l'équation d'équilibre

$$\left(\frac{b^3 - 3bx^2 + 3bx^2 - x^3}{2bp}\right)\frac{fa^2}{3c} = \frac{\pi ax^2}{2\delta}.$$

Digitized by Google

L'on voit d'après cette solution, qu'il reste à déterminer le talus des terres, et l'effort qu'elles font parallèlement à leur talus.

Pour cela, M. Couplet revient à son système. Il prend, comme il l'a déjà fait, un tétraèdre formé de grains de sable égaux, s'engrenant les uns dans les autres, les supérieurs ne poussant que par des lignes perpendiculaires à la surface des inférieurs : il en conclut que l'effort des grains supérieurs ne peut être dirigé que suivant une ligne qui soit, ou l'arête du tétraèdre, ou celle qui, partant de son sommet, en divisera une face en deux parties égales attendu qu'il regarde l'intérieur du parement comme composé d'inégalités sphéroïdes, dans lesquelles s'engrènent les sphéroïdes terreux.

Dans la théorie précédente, il supposait le parement parfaitement poli, de manière que chaque partie du parement était verticale et tangentielle au sphéroïde terreux, ce qui rendait son effort horizontal.

L'on a vu qu'en supposant la base de l'inclinaison du tétraèdre 1, sa hauteur était $\sqrt{8}$, et par conséquent la longueur de cette face 3.

Ainsi, si la hauteur du tétraèdre est exprimée par a, la base de son inclinaison le sera par $\frac{a}{\sqrt{8}} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$, et la longueur du talus d'une face du tétraèdre sera $\frac{3a}{\sqrt{8}} = \frac{3a}{2\sqrt{2}}$.

Si l'on voulait avoir la longueur de l'arête, l'on n'aurait qu'à observer que la ligne de la base de l'inclinaison d'une face du tétraèdre étant (1), la portion comprise entre l'extrémité de cette base et l'angle opposé serait (2), la hauteur toujours $\sqrt{8}$; et par conséquent l'arête étant l'hypothénuse de ces deux lignes, sera $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; et si la hauteur du tétraèdre continue à être exprimée par a, l'arête sera $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Cela posé, il cherche la pesanteur d'un grain suivant la direction du talus formé par une face : et comme ce grain est soutenu par trois grains, il décompose la pesanteur du grain représentée par la verticale ou hau-

Digitized by Google

teur du tétraèdre, en deux autres forces; l'une parallèle à l'arête, l'autre parallèle au talus d'une face. Mais la force selon l'arête est détruite par la résistance du grain inférieur, par le centre de gravité duquel elle est censée passer : de manière que la pesanteur d'un grain est à la force qui le fait mouvoir, comme la hauteur du plan incliné est aux deux tiers de la longueur du talus d'une face; c'est-à-dire :: $a : \frac{a}{\sqrt{2}}$; et dans ce cas-ci, l'on a

$$p : f :: a : \frac{a}{\sqrt{2}} :: a\sqrt{2} : a :: \sqrt{2} : 1 :$$

de manière que dans la formule générale, il faudra substituer

$$(\sqrt{2}) \text{ à } (p); \ (1) \text{ à } (f); \ \left(\frac{a}{2\sqrt{2}}\right) \text{ à } (b);$$

et enfin $\left(\frac{3a}{2\sqrt{2}}\right)$ à (c).

L'on déterminerait de la même manière, l'effort de la pesanteur d'un grain dans la direction de l'arête du tétraèdre.

Enfin il fait encore la supposition que les terres sont arrangées de manière qu'un grain soit appuyé sur quatre autres grains, comme dans les pyramides carrées; et dans ce cas il considère le talus des terres formé par une des faces de cette pyramide, dont il détermine le talus ou la longueur de la face, la hauteur, la base de l'inclinaison et l'effort le long du talus, par la même méthode que celle du tétraèdre, pour faire ensuite les substitutions convenables à p, f, b, c, dans sa formule générale.

Il applique également cette seconde théorie à divers murs de revêtement chargés de différentes manières par les terres. Enfin, dans un mémoire publié dans l'Histoire de l'Académie des sciences, de 1728, M. Couplet s'est occupé, d'après les mêmes principes, de l'influence des contre-forts contre la poussée des terres en faveur des revêtemens.

OBSERVATIONS

Digitized by Google

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE (Nos. 19 et 20) DE M. COUPLET.

La théorie de M. Couplet est fondée, sur un principe faux; car il soumet toutes les espèces de terre à prendre un talus naturel, tel que la hauteur de ces terres soit à leur base $\sqrt{8}$:

Il considère ensuite les terres comme une infinité de petits sphéroïdes reposant les uns sur les autres, qu'il compare ensuite à des boulets pour déterminer l'action de la force qui agit contre le revêtement.

D'où l'on voit que toute sa théorie n'est fondée que sur des hypothèses qui ne doivent inspirer aucun degré de confiance.

Dans sa seconde théorie, il suppose que l'hypothénuse du triangle d'éboulement est parallèle au talus ordinaire des terres; supposition démontrée aussi fausse par les expériences, que celle de l'éboulement sur l'hypothénuse formant leur talus naturel.

M. Couplet prétend, dans son système du tétraèdre, que le boulet supérieur ne peut diriger son effort sur les boulets inférieurs que suivant une ligne qui soit, ou l'arête du tétraèdre, ou celle qui, partant de son sommet, en divisera une face en deux parties égales. Cette dernière direction ne peut avoir lieu; car, d'après son système, le boulet ne peut diriger son effort que vers ses points d'appui qui sont déterminés par les arêtes; et si un revêtement remplace un des boulets, alors il sera poussé suivant la direction de l'arête du tétraèdre. Il en serait de même pour la pyramide carrée; et si, dans celle-ci, on enlevait deux boulets au lieu d'un, le boulet agirait comme s'il n'y en avait eu qu'un : ainsi, dans son système la considération de la pyramide à base carrée ne peut avoir lieu.

M. Gauthey observe que le centre d'impression ne peut pas être

Digitized by Google

aux $\frac{2}{3}$ de la hauteur, comme le prétend M. Couplet, parce qu'il faudrait que chaque boulet qui touche le mur, fût poussé horizontalement par chaque rang horizontal de boulets qui le joint : c'est que M. Couplet a considéré que l'effort de chaque boulet était normal; mais n'a point observé qu'au point de contact il y avait nécessairement une décomposition de forces.

M. Gauthey a encore très-bien observé que la supposition de la rupture du mur suivant une ligne oblique, c'est-à-dire, parallèle au talus de l'éboulement, ne pouvait pas avoir lieu, parce que la ténacité des mortiers est beaucoup plus difficile à vaincre que la poussée des terres, qui ne peuvent nullement empêcher la partie basse du mur de verser. Il observe que la rupture doit se faire dans l'endroit où la ténacité des mortiers est la moindre; et comme cette ténacité est en raison de la surface de rupture, cette ténacité dans la première hypothèse est :: 3 : 1, et dans la seconde :: 7 : 4.

J'observerai que, sans avoir égard à la ténacité du mortier, la ligne de rupture dans le mur ne peut avoir lieu suivant une ligne parallèle au talus d'éboulement.

1°. Les terres comprises entre le centre de gravité du triangle et le talus d'éboulement, forment un trapèze qui charge le triangle de maçonnerie que M. Couplet suppose immuable, et tend à lui donner du mouvement.

2°. Le mur étant construit ou en briques ou en pierres de taille, l'agrégation de ces parties a une adhérence beaucoup plus forte que ne peut être l'entière action des terres, s'il faut que ces matériaux se fendent dans la direction de l'inclinaison de l'éboulement.

3°. En supposant qu'en vertu de cette adhérence, cette ligne de rupture se fasse par échelons, suivant les joints horizontaux et verticaux des briques, mais tendant à former cette ligne de rupture parallèlement au talus d'éboulement; il en résultera dans les joints verticaux un frottement qui tendra à donner du mouvement au triangle que l'on suppose stable; frottement d'autant plus considérable qu'il ne pourra

Digitized by Google

avoir lieu qu'en cassant les briques sur le côté ; ce qui exigera encore une force plus considérable que ne peut l'être la compression des terres, que le mur exerce sur le trapèze qui le presse.

Aussi l'expérience démontre-t-elle que les murs qui se renversent, se désunissent dans la base en se renversant au niveau du sol ; et que cette ligne de rupture n'a lieu que quand le terrain naturel a été excavé au devant du parement, parce qu'alors le sol naturel qui est derrière étant extrêmement compacte et presque incompressible, le mur offre moins de résistance que la désunion de ce terrain naturel et le soulèvement de celui dont il est chargé.

MÉTHODE

POUR DÉTERMINER L'ÉPAISSEUR DES MURS DE REVÊTEMENT,

Publiée en 1749, *par M. de Cormontaigne.*

N°. 21. M. de Cormontaigne n'a donné qu'une méthode pratique pour déterminer l'épaisseur des murs de revêtement. Il suppose que le profil du prisme de terres agissant est un triangle isocèle rectangle dont les deux côtés sont égaux à la hauteur du mur. Les solides agissant et résistant étant dans le même rapport que leurs profils, il ne considère que ceux-ci. Il prend en conséquence la surface du triangle des terres qui s'ébouleraît suivant le talus naturel de ces terres. Il divise cette surface par 2 ; c'est-à-dire qu'il regarde le triangle comme ne produisant que la moitié de son effet. De cette surface il retranche le dixième, plus la surface du triangle formant le talus du parement. Enfin il divise le reste par la hauteur du mur de revêtement, et le quotient détermine son épaisseur.

Ainsi, si la hauteur du mur de revêtement est de 24 pieds, et le talus de $\frac{1}{2}$, la surface du triangle agissant est de 288 pieds ; sa moitié 144,

Digitized by Google

dont, en retranchant le dixième, l'on aura pour reste 134 ; de laquelle retranchant encore 48, surface du triangle du parement du mur, l'on a 86 qui, divisé par 24, donne 3 pieds 7 pouces pour l'épaisseur du mur de revêtement.

Il propose ensuite la théorie de M. Couplet, énoncée dans le mémoire de 1726.

THÉORIE DE M. SALLONNYER,

ANCIEN OFFICIER DU GÉNIE,

Consignée dans un Mémoire de 1767, trouvé au dépôt des fortifications.

N°. 22. M. Sallonnyer dit que si l'on pose un élément terreux sur le plan incliné formé par le talus ordinaire des terres, son engrénage avec les autres élémens ne sera pas suffisant pour le retenir sur ce plan et il roulera ; mais ce ne sera pas avec tout l'effort de sa pesanteur.

Si l'on voulait retenir un élément sur ce plan, il faudrait lui appliquer une force dont la direction fût parallèle à la longueur du plan incliné, et qui agît de bas en haut.

Or, lorsqu'on soutient un corps sur un plan incliné, par le moyen d'une puissance parallèle à ce plan, *la pesanteur de ce corps est à cette puissance, comme la longueur du plan incliné est à la hauteur.*

Comme on peut faire le même raisonnement sur chaque élément que l'on voudrait retenir sur le talus d'éboulement, l'on aura : la somme de la pesanteur de ces élémens ou la pesanteur totale, est à la somme des puissances correspondantes ou à une puissance totale, comme la longueur du talus est à sa hauteur.

Tous les élémens terreux étant généralement homogènes, on pourra considérer leur pesanteur comme réunie au centre de gravité du prisme

Digitized by Google

d'éboulement; et la direction de la puissance qui le fait mouvoir sur le plan incliné, passera aussi par le centre de gravité.

Cela posé, si l'on voulait retenir le triangle ACD sur l'hypoténuse AC, au moyen d'un diaphragme vertical DA qui passerait par l'extrémité A du talus des terres, et que la force appliquée à ce diaphragme fût appelée Q, l'on aurait $Q = \frac{P \times AD}{AC}$; la lettre P exprimant la pesanteur du triangle ACD. Mais comme l'effort se ferait suivant une direction φI parallèle à AC et oblique à AD, on décomposera cette force Q en deux autres, l'une perpendiculaire à AD, représentée par φY, l'autre verticale φA, qui serait détruite par la résistance du point d'appui A; et formant le parallélogramme des forces, le triangle EφY, semblable au triangle ACD, donnera $\varphi E : \varphi Y :: AC : GD$. Mais φE représente la force Q que nous avons trouvée égale à $\frac{P \times AD}{AC}$: donc $\varphi Y = \frac{P \times CD \times AD}{\overline{AC}^2} = R$. Cette force R agit à l'extrémité d'un levier $A\varphi = \frac{AD}{3}$. Ainsi son moment sera $\frac{P \times \overline{AD}^2 \times CD}{3\overline{AC}^2}$ et si l'on exprime la pesanteur P par la surface du triangle, ce moment sera $\frac{\overline{AD}^3 \times \overline{CD}^2}{6\overline{AC}^2}$.

Fig. 12.

L'on a supposé que la face verticale AD n'avait aucune épaisseur; mais si elle en avait une quelconque E'A qui pourrait être celle d'un revêtement, le point d'appui étant en E', la force verticale dans la direction φA représentée par EY ne serait pas détruite, mais elle s'opposerait, par le moyen de son bras de levier AE', à l'effort de la puissance R: et comme il n'existe point de face verticale sans épaisseur, il faut soustraire l'effet de la force représentée par EY, de l'effet de la force R ou du triangle ADC contre cette face. Or, les mêmes triangles donnant EY : φE :: AD : CA, l'on aura

$$EY = \frac{Q \times AD}{CA} = \frac{P \times \overline{AD}^2}{\overline{AC}^2} = \frac{\overline{AD}^3 \times CD}{2\overline{AC}^2} = S,$$

Digitized by Google

et son moment sera $S \times EA = \frac{\overline{AD}^3 \times CD \times EA}{2\overline{AC}^2}$: d'où il résulte que l'énergie du triangle ADC contre le revêtement, ou que la poussée des terres sera exprimée par $\frac{\overline{AD}^3 \times \overline{AD}^2}{6\overline{AC}^2} - \frac{\overline{AD}^3 \times CD \times EA}{2\overline{AC}^2}$.

Si les terres prennent un talus de 45°, alors $DC = AD$, et cette poussée serait exprimée par $\frac{\overline{AD}^5}{6\overline{AC}^2} - \frac{\overline{AD}^4 \times EA}{2\overline{AC}^2}$.

Mais $\overline{AC}^2 = 2\overline{AD}^2$; ce qui réduira cette expression à $\frac{\overline{AD}^3}{12} - \frac{\overline{AD}^2 \times EA}{4}$; et si l'on fait $AD = a$; $EA = x$, elle sera $\frac{a^3}{12} - \frac{a^2x}{4} = \frac{a^3 - 3a^2x}{12}$.

Pour déterminer l'énergie que doit lui opposer le mur, il faut d'abord réduire sa surface qui représente les solides, à être homogène avec celle des terres : ainsi, si l'on suppose que la pesanteur spécifique du revêtement est à celle des terres :: $p : \pi$; la surface du mur étant ax, l'on aura pour l'homogénéité $\frac{pax}{\pi}$; et le bras de levier de ce mur étant $\frac{x}{2}$, son moment sera $\frac{pax^2}{2\pi}$, d'où l'on tire l'équation d'équilibre $\frac{a^3 - 3a^2x}{12} = \frac{pax^2}{2\pi}$.

C'est d'après ces principes que M. Sallonnyer a résolu le problème de la poussée des terres, avec un mur de revêtement, à talus extérieur, avec un pareil mur renforcé de contre-forts, l'un et l'autre remblayés seulement jusqu'à leur couronnement; il l'a encore résolu les murs étant surchargés d'un parapet. Enfin, il a dressé, ainsi que M. de Querlonde, après la solution de ces quatre problèmes, des tables à l'instar de celles de M. de Vauban.

Digitized by Google

THÉORIE DE M. BLAVEAU,

ANCIEN OFFICIER DU GÉNIE,

Consignée dans un Mémoire de 1767.

N°. 13. M. de Blaveau s'occupa, en même temps que M. Saloumon, du problème des terres. Il considéra le prisme triangulaire des terres qui tend à s'ébouler, comme représenté entièrement par son profil ADC, et les élémens de ce triangle composés de triangles semblables à ADC, chacun devant glisser sur une hypoténuse parallèle à AC, qui est l'inclinaison naturelle des terres, s'il n'en est empêché par aucun obstacle. Il considère ensuite le mur qui, par sa résistance, s'oppose au mouvement du triangle, comme une seule masse qui ne peut se diviser. Fig. 12.

Il suppose que la somme des efforts de tous les élémens terreux du triangle ADC est réunie à son centre de gravité I, et agit suivant une ligne Iφ censée chargée de tout le poids du triangle ADC, qui tendrait à glisser sur un plan incliné parallèle à AC. Mais la pesanteur agissant suivant une ligne verticale, on peut la représenter par IT, et la décomposer en deux autres forces; l'une IS', perpendiculaire au plan incliné, et représentant la partie de la pesanteur détruite par la résistance de ce plan; l'autre IN, agissant parallèlement à AC. Ainsi, si l'on appelle P la pesanteur du triangle, R la force égale et opposée à IN capable de retenir le triangle sur le plan incliné, l'on aura, en formant le parallélogramme SINT, les triangles ITS, ADC semblables qui donneront IT : TS' :: AC : AD :: P : R, d'où $R = \frac{AD \times P}{AC}$.

Mais cette force, étant inclinée au parement du mur, se décomposera encore en deux forces; l'une perpendiculaire à ce parement, c'est-à-dire horizontale, φ Y; l'autre verticale, telle que φ A: de manière que la diagonale φ E représentera la force R.

Digitized by Google

De cette nouvelle décomposition, il en résulte les triangles semblables φYE, ADC, qui donnent $\varphi Y : \varphi E :: DC : AC$,

d'où $\varphi Y = \frac{R \times DC}{AC}$; et substituant la valeur de R, l'on aura, pour la force qui représente l'action des terres, $\varphi Y = \frac{AD \times DC \times P}{AC^2}$: et si l'on suppose $AD = a$, $DC = b$, l'on aura $\varphi Y = \frac{ab \times P}{a^2 + b^2}$, dans laquelle P représente la pesanteur du triangle ADC qui tend à s'ébouler, et qui est exprimée par sa surface, c'est-à-dire par $\frac{ab}{2}$: donc $\varphi Y = \frac{a^2 b^2}{2a^2 + 2b^2}$.

Mais cette force agit au point φ qui est au tiers de AD : donc $\frac{a}{3}$ sera le levier avec lequel elle agit pour renverser le revêtement sur son arête E; son énergie sera donc exprimée par $\frac{a^3 b^2}{6(a^2 + b^2)}$.

Si l'on suppose que les terres de l'éboulement forment un talus de 45°, alors $a = b$, et l'énergie de cette surface sera $\frac{a^3}{12}$, même résultat que celui de M. Couplet.

Et si la densité des terres est exprimée par (δ), son énergie, quel que soit le talus des terres, sera $\frac{a^3 b^2 \delta}{6(a^2 + b^2)}$.

A présent la résistance du revêtement ayant un talus exprimé par (t) et l'épaisseur au sommet par (x), se détermine comme on l'a déjà fait d'après tous les auteurs. 1°. En prenant la surface du profil de ce revêtement qui sera $\left(ax + \frac{at}{2}\right)$; 2°. en la multipliant par π qui exprimera sa densité, et donnera pour expression $\pi\left(ax + \frac{at}{2}\right)$; 3°. enfin, en multipliant la surface du rectangle et celle du triangle du talus, chacune

Digitized by Google

chacune par son bras de levier, l'on aura

$$\pi ax\left(\frac{x}{2}+t\right)+\left(\frac{at\pi}{2}\right)\times\frac{2t}{3}=\frac{\pi ax^2}{2}+\pi axt+\frac{at^2\pi}{3}=\ldots$$

$$=\pi a\left(\frac{x^2}{2}+tx+\frac{t^2}{3}\right)$$

pour l'énergie du revêtement; d'où l'on tire pour l'équation d'équilibre

$$\frac{\delta a^3 b^2}{6(a^2+b^2)}=\pi a\left(\frac{x^2}{2}+tx+\frac{t^2}{3}\right)$$

$$\text{et } x=-t\pm\sqrt{\frac{\delta a^2 b^2}{3\pi(a^2+b^2)}-\frac{2t^2}{3}+t^2}=\ldots\ldots$$

$$=-t\pm\sqrt{\frac{\delta a^2 b^2}{3\pi(a^2+b^2)}+\frac{t^2}{3}}.$$

D'après cette formule générale, il résout tous les problèmes relatifs à la fortification, et il construit des tables pour épargner la peine des calculs aux constructeurs.

THÉORIE DE M. TRINCANO,

Ainsi qu'elle est énoncée dans les élémens de fortification de cet auteur, édition de 1768.

N°. 24. M. Trincano prétend que la poussée des terres contre un mur n'est autre chose que l'effort qu'elles font pour s'affaisser et se mettre sous l'angle de 45°.

Il observe ensuite que les terres vierges se soutiennent à plomb, et que les terres damées par lits de six pouces en six pouces, derrière les remparts, ont d'autant moins de poussée qu'elles ont plus de ténacité; qu'en conséquence on peut réduire la poussée du triangle rectangle isocèle qui agit contre le mur.

Ainsi, si la hauteur du triangle ou du mur est exprimée par a, sa surface sera $\frac{a^2}{2}$; et comme d'après l'expérience, le rapport de la pesan-

Digitized by Google

teur spécifique des terres est à celle des maçonneries :: 2 : 3, la pesanteur de ce triangle sera a^2, dont on ne doit prendre que le $\frac{1}{2}$ pour avoir son action contre le mur, qui sera exprimée par $\frac{a^2}{4}$.

Considérant les terres comme un corps dont le poids réuni à son centre de gravité, tend à se mouvoir sur un plan incliné, et n'y est retenu que par une puissance horizontale, l'on a cette analogie, d'après la propriété du plan incliné : *la puissance horizontale est à la poussée des terres du triangle, comme la hauteur du plan incliné est à sa base.* Et puisque le triangle est rectangle et isocèle, sa base est égale à sa hauteur, l'on a $R : \frac{a^2}{4} :: a : a$. D'après sa supposition, la puissance horizontale R agit aux deux tiers de sa hauteur, qui, considérée comme un levier à l'extrémité duquel agit un poids $\frac{a^2}{4}$, pour renverser le mur sur l'arête extérieure de sa base, donne, pour l'énergie de la poussée du triangle, $\frac{a^2}{4} \times \frac{2a}{3} = \frac{a^3}{6}$.

La résistance du mur, en appelant x son épaisseur, sera $3ax$, et son énergie $\frac{3ax^2}{2}$: d'où il résulte l'équation d'équilibre $\frac{3ax^2}{2} = \frac{a^3}{6}$; d'où $x = \frac{a}{3}$.

D'après cette théorie, il résout divers problèmes relativement aux différens talus que l'on donne aux revêtemens et aux charges des parapets que doit supporter le terreplein, et ensuite à l'addition des contre-forts.

Enfin, il propose les revêtemens en décharge en espaçant des contre-forts de douze pieds de longueur et de cinq pieds d'épaisseur, à vingt pieds de milieu en milieu, et les liant ensemble par deux voûtes l'une sur l'autre adossées et liées au revêtement. Il donne à ces voûtes quatre pieds de flèche, et dix-huit pouces d'épaisseur à la clef; la première ayant sa naissance à huit pieds en contre-haut des fondations, et la deuxième ayant son extrados à trois pieds au-dessous du cordon.

Digitized by Google

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE (N°. 22) DE M. SALLONNYER, SUR LA THÉORIE (N°. 23) DE M. DE BLAVEAU, ET SUR CELLE (N°. 24) DE M. TRINCANO.

M. Sallonnyer paraît être le premier ingénieur qui ait traité le problème de la poussée des terres comme il convient, quoique sa décomposition de forces soit différente de tous les autres auteurs. Mais comme ceux-ci, il n'a point eu égard au frottement, à la cohésion et au prisme de plus grande poussée.

Cependant comme le Mémoire de M. de Blaveau est de la même année, et qu'il a envisagé la question sous le même point de vue, on ne sait auquel des deux on doit attribuer la solution incomplète du problème de la poussée des terres.

Rien n'est plus arbitraire que l'hypothèse de M. Trincano sur l'effort que fait le prisme triangulaire des terres, qu'il suppose d'abord être formé d'après un éboulement de 45°, et dont il réduit l'effet au quart de sa pesanteur.

Il n'avait pas besoin de la théorie du plan incliné pour déterminer la force horizontale. Puisqu'il suppose que le prisme de terres agit avec le $\frac{1}{4}$ de sa pesanteur contre l'obstacle, cet effort étant normal, et l'obstacle étant vertical, il faut, pour le cas d'équilibre, opposer à cette action une force diamétralement opposée, et qui ne pourrait par conséquent qu'être horizontale.

La conclusion que cette force horizontale agit aux deux tiers de la hauteur, est encore fondée sur des suppositions.

On voit, d'après cette théorie, que l'auteur n'a pas saisi les difficultés du problème, ou qu'il a voulu les éluguer.

Digitized by Google

THÉORIE DE M. DE TERSAC DE MONTLONG,

Exposée dans un Mémoire du 15 mars 1774, trouvé au dépôt des fortifications.

N°. 25. M. de Tersac, après avoir fait des objections très-judicieuses sur la théorie des divers ingénieurs qui l'ont précédé, détermine la manière d'établir l'équilibre entre les murs de revêtement et les terres dont ils sont chargés, en supposant qu'elles agissent à la manière des corps placés sur des plans inclinés, et que le mur fait l'office d'un levier pesant de la manière suivante :

Fig. 13. Soit ADFE le profil d'un revêtement chargé d'une masse de terres de même hauteur que lui : soit supposé que les terres vierges en avant EP, sont, au point E, de niveau avec EB, de manière que la fondation est représentée par le quadrilatère EAΘO. Pour que le mur fût renversé, il faudrait que la masse FDΘO fît un mouvement autour du point O; et elle ne pourrait le faire qu'autant que la partie FD descendrait, et la partie OΘ monterait.

Si l'on tire EM parallèle au talus ordinaire des terres, on divisera la masse dont le revêtement est chargé en deux parties, dont l'une DMN agira sur NDFE du mur, pour l'obliger à se renverser; tandis que l'autre MNAC agit sur le triangle NAE, pour l'empêcher de remonter; car s'il était remplacé par des terres de même espèce, il ne ferait aucun mouvement, puisque NE se trouverait suivant l'inclinaison naturelle des terres : et comme NAE, dans ce cas, aurait moins de consistance que ce même triangle en maçonnerie, ce dernier s'oppose avec plus d'énergie à toute espèce de mouvement.

Pour qu'il y ait donc équilibre, il faut que la résistance de DFEA suivant la ligne XZ, s'oppose au mouvement de ces deux parties. Ayant mené par le point E la ligne IK perpendiculaire à EM, et des centres

Digitized by Google

de gravité G, g, les parallèles GI, gK, à la ligne ME, l'on aura EI pour le bras de levier avec lequel MDN agira, et EK pour le bras de levier de MNAC : enfin, le bras de levier de la pesanteur du revêtement sera ER.

Cela posé, soit l'action de la gravité du triangle MND = G; celle du trapèze MNAC = g; le poids total du revêtement DFEA = P; la pesanteur spécifique des terres (δ); celle des maçonneries (π) :

L'équation d'équilibre sera

$$\delta \times G \times EI = P \times \pi \times RE + g \times \delta \times EK.$$

Si l'on suppose que le mur est à plomb, et que la ligne EM est inclinée à 45°, alors CD = DA et MD = DN; et faisant DA = a, l'on a CA = $a\sqrt{2}$; et DN = AD − AN = $a - x$, dans la supposition de AE = x; parce que AN = AE; et DS = $\sqrt{\frac{\overline{DN}^2}{2}} = \frac{a-x}{\sqrt{2}}$; et puisque G est le centre de gravité du triangle MDN, il suit que GS = $\frac{DS}{3} = \frac{a-x}{3\sqrt{2}}$ = EI. Enfin, cherchant le centre de gravité du trapèze MNAC, d'après la considération des momens par rapport à un plan passant par MN; et observant que ce centre de gravité doit se trouver sur la ligne SV, puisqu'elle divise ses côtés parallèles en deux parties égales, l'on aura, pour la distance du point g à la ligne MN, l'expression

$$Sg = \frac{MN \times \frac{SV}{2} \times \frac{SV}{3} + CA \times \frac{SV}{2} \times \frac{2SV}{3}}{(MN + CA)\frac{SV}{2}} = \frac{SV}{3}\left(\frac{MN + 2CA}{MN + CA}\right).$$

Mais à cause de MN = $(a - x)\sqrt{2}$, et de SV = NT = $\frac{x}{\sqrt{2}}$; l'on a S g = $\frac{x(3a-x)}{3(2a-x)\sqrt{2}}$ = EK.

Si l'on cherche à présent la valeur de G, en considérant sa pesanteur exprimée par le triangle MND, l'on aura, d'après la théorie du plan incliné, MND : G :: CA : CD, d'où G = $\frac{MND \times CD}{CA}$. Mais

Digitized by Google

CD = AD = a, et CA = $a\sqrt{2}$, et MND = $\frac{1}{2}(a-x)^2$; donc G = $\frac{(a-x)^2}{2\sqrt{2}}$. Par la même raison, g = $\frac{\text{MCAN} \times \text{CD}}{\text{CA}}$.

Mais MCAN = surf. CDA — surf. MND = $\frac{a^2}{2} - \frac{1}{2}(a-x)^2$: donc g = $\frac{2ax - x^2}{2\sqrt{2}}$, et enfin P = ax.

Substituant ces valeurs dans l'équation d'équilibre, l'on aura $\frac{\delta(a-x)^2}{2\sqrt{2}} \times \frac{(a-x)}{3\sqrt{2}} = \frac{\pi a x^2}{2} + \delta\left(\frac{3ax - x^2}{3(2a-x)\sqrt{2}}\right) \times x \times \ldots$ $\ldots \times \left(\frac{2a-x}{2\sqrt{2}}\right)$; d'où l'on tire $\frac{\pi a x^2}{2} = \frac{\delta a^3 - 3a^2 \delta x}{12}$, et enfin $x = -\frac{a\delta}{4\pi} \pm a\sqrt{\frac{\delta}{6\pi} + \frac{\delta^2}{16\pi^2}}$.

D'après ces principes, M. de Tersac résout le problème en supposant au mur un talus; ensuite en supposant le rempart chargé d'un parapet; et il fait ensuite l'application à ses formules du profil donné par M. de Vauban, et de celui de M. de Cormontaigne, et enfin il résout le problème pour les demi-revêtemens.

Après avoir traité, comme on vient de le voir, le problème de la poussée des terres, il dit qu'il est faux que les terres agissent à la manière des corps placés sur des plans inclinés, comme on l'a supposé dans la théorie précédente : d'autant plus, dit-il, qu'il a supposé, comme ceux qui ont traité avant lui ce problème, que l'angle d'inclinaison que prennent naturellement les terres est de 45°. Mais, comme il est à peu près impossible de déterminer la manière dont les terres forment leur poussée, et que, dans cette supposition, on leur attribue plus d'activité qu'elles n'en ont réellement, supposition à l'avantage de la résistance, il pense qu'on peut l'admettre sans inconvénient.

Il pense aussi que le mur peut avoir un mouvement de translation, et que ce n'est que dans le cas où la poussée des terres ne prévaudrait pas

Digitized by Google

sur le frottement du revêtement sur sa base, que l'on peut faire usage de la théorie précédente. En conséquence, il fait dépendre du frottement, la résistance que le mur oppose à la poussée des terres.

Les maçonneries, de quelque espèce qu'elles soient, sont composées d'assises de différentes hauteurs posées horizontalement les unes sur les autres : en sorte qu'un mur doit être considéré comme composé de tranches horizontales, et chacune de ces tranches peut être regardée comme un seul solide dans une longueur peu considérable, vu son peu de hauteur et la liaison intime des parties dont elle est composée. Or, une puissance φ appliquée à ce mur, si elle y produit quelque effet, ce sera le déplacement des tranches qui le composent, lesquelles n'opposeront de résistance qu'en vertu du frottement qu'il faudrait vaincre pour les forcer à glisser les unes sur les autres. Cela posé, il cherche à quoi se réduit cette force φ lorsqu'elle est le résultat des terres dont le mur est chargé.

Soit tirée la ligne EM, pour déterminer le triangle de poussée MDN; soit menée par le centre de gravité GY, parallèle à MN, la poussée de la masse des terres pourra être représentée par LY, suivant laquelle elle est dirigée; et la décomposant en deux forces, l'une horizontale LX, et l'autre verticale XY, la première, qui seule tend à faire glisser le mur, représentera la force R; l'autre XY, que nous appellerons P', formera une pression qui augmentera d'une certaine quantité le frottement que doit éprouver la masse DFφL sur la surface dont la base serait φL, avant de se mettre en mouvement. Ce frottement total sera proportionnel à la pression de la force P', et au poids de la masse DFφL.

Si l'on nomme le rapport du frottement à la pression (f); le profil de la partie DFφL du revêtement (P); la pesanteur spécifique des terres (δ); la pesanteur spécifique des maçonneries (π) :

Il est clair que la poussée effective contre le mur sera exprimée par $\delta \times$ R; et que l'on peut regarder cette poussée comme s'exerçant au point L.

Digitized by Google

En vertu de la force P′ représentant XY, il résultera sur la base φL, un frottement exprimé par $P' \times \delta \times f$.

Le poids de la masse DFφL produira également sur cette base φL, un frottement qui sera exprimé par $P \times \pi \times f$.

Il faudra donc, pour que la masse DFφL ne soit pas déplacée, que $\delta \times R = P' + \delta f + P \times \pi \times f$. Ainsi, si l'on fait AD $= a$, DF $= x$; et si l'on suppose que le talus naturel que prennent les terres est tel, que l'on ait CA : AD : DC :: r : m : n;
l'on aura AN : AE :: AD : DC :: m : n;

d'où $AN = \frac{mx}{n}$. Mais d'après la théorie du plan incliné, la pesanteur du triangle MDN est à LY, force propre à le retenir et parallèle au plan incliné que j'appellerai (ϵ), comme MN : DN :: r : m: donc $\epsilon = \frac{m \times MDN}{r}$. Mais $DN = DA - AN = a - \frac{mx}{n}$, et MD : DN :: n : m; donc $MD = \left(a - \frac{mx}{n}\right)\frac{n}{m}$ et par conséquent $MDN = \left(a - \frac{mx}{n}\right)^2 \times \frac{n}{2m}$: donc $\left(a - \frac{mx}{n}\right)^2 \times \frac{n}{2r} = \epsilon$;
mais R : ϵ :: LX : LY :: n : r. Donc $R = \left(a - \frac{mx}{n}\right)^2 \times \frac{n^2}{2r^2}$.

D'après les triangles semblables CAD, XLY, l'on aura

LY : XY :: ϵ : P′ :: CA : DA :: r : m;

d'où $P' = \epsilon \times \frac{m}{r} = \left(a - \frac{mx}{n}\right)^2 \times \frac{mn}{2r^2}$.

Et enfin $P = DF\varphi L = DL \times LR$. Mais d'après la valeur de $DN = a - \frac{mx}{n}$ et $DL = \frac{2DN}{3} = \frac{2}{3}\left(a - \frac{mx}{n}\right)$;
l'on a $P = \frac{2}{3}\left(a - \frac{mx}{n}\right) \times x$. Substituant ces différentes valeurs dans l'équation d'équilibre ci-dessus, l'on aura $\left(a - \frac{mx}{n}\right)^2 \times \frac{\delta n^2}{2r^2} = \ldots$

$$\ldots = \left(a - \frac{mx}{n}\right)^2 \times \frac{\delta fmn}{2r^2} \times \frac{2\pi f}{3}\left(a - \frac{mx}{n}\right)x,$$

d'où

d'où l'on tire $x = \frac{3a\delta n^2 - 3a\delta fmn}{3\delta mn - 3\delta fm^2 + 4\pi f r^2}$; et si le talus ordinaire des terres est incliné de 45° à l'horizon, alors $m = n = 1$, et $r = \sqrt{2}$; et fesant $\delta = 2$, $\pi = 3$, $f = \frac{1}{3}$, l'on a $x = \frac{a}{3}$.

Il résout, d'après ces principes, le problème de la poussée des terres, le mur de revêtement ayant un talus; ensuite au lieu de faire $f = \frac{1}{3}$, comme il l'avait supposé, il détermine le frottement d'une masse DFφL sur la base φL, d'après un profil de M. de Vauban, en supposant que la force horizontale résultante au point L est égale à ce frottement. D'après cette supposition, et après avoir introduit dans la formule générale la valeur qui en résulte pour (f), il résout le problème, le mur de revêtement étant chargé d'un parapet; ainsi que ceux des murs à plomb et murs en talus chargés d'une masse de terre, qu'on appelle demi-revêtemens. Enfin, il le résout encore avec la considération des contre-forts; et il construit des tables, d'après ces formules; à l'instar de celles de M. de Vauban.

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE (n°. 25) DE M. DE TERSAC DE MONTLONG.

M. de Tersac présume qu'un mur nouvellement construit, commencera à prendre une forme convexe s'il est trop faible, et que le mortier n'ait point fait encore corps; qu'ensuite la force constante de la poussée le rompra, et qu'enfin il sera entraîné par morceaux, au lieu d'être renversé en masse.

Les expériences faites à Juliers sont contre cette présomption; car non-seulement les murs construits en mortier de terrasse, mais même ceux construits en briques sans mortier, ne se sont rompus que dans la base, à commencer de l'extrémité du talus, en prenant dans la

Digitized by Google

ligne de rupture, à peu près la forme du talus de l'éboulement. En outre de ces expériences, nous en avons eu la preuve dans un mur de 20 pieds de hauteur, dont on avait laissé consolider la maçonnerie : il s'est rompu au niveau du sol, en formant une ligne de rupture qui eût pu, dans le profil, être la diagonale d'un carré qui eût eu pour côté l'épaisseur du mur. Il faut observer qu'à l'extérieur de ce mur, les terres vierges avaient été déblayées ; tandis que dans l'intérieur, elles avaient été laissées à leur sol naturel ; de manière que le mur faisait parement en contre-bas du sol naturel.

Fig. 13. Avant d'exposer sa théorie, il commence à réfuter la théorie de ceux qui, en considérant le triangle des terres qui tend à renverser le mur sur l'arête extérieure de sa base, par sa rupture suivant un plan incliné, ne déduisent pas l'action du trapèze CANM qui s'oppose à ce renversement.

En considérant que l'effort total des terres se fait suivant une ligne passant par le centre de gravité du triangle, et parallèle au plan incliné, et que cet effort est égal à la gravité respective des terres considérées comme un corps placé sur un plan incliné, on représente cet effort par une partie YL de sa direction, et on le décompose en deux autres forces, l'une verticale XY, l'autre horizontale LX.

Pourquoi, dans cette supposition (demande-t-il avec juste raison) ne tient-on pas compte de la force verticale ? M. Sallonnyer, dans son système, n'a pas commis une pareille erreur. Il est clair que cette force agit dans le même sens du mur. Donc, ainsi que lui, elle doit contribuer à la résistance.

Il demande encore si le mur est consolidé de manière à n'être plus qu'une seule masse indivisible : *Pourquoi la partie des fondations n'a pas l'avantage d'être réunie au reste de la maçonnerie, et de concourir à la résistance ?*

Ses objections sont très-judicieuses. Certainement on devrait avoir égard à la résistance de la fondation, si le mur était considéré comme un corps tellement indivisible que l'adhésion de ses parties prévalût

Digitized by Google

sur la pesanteur de la fondation, sur la compression des terres vierges sur le devant, et sur la cohésion et le poids de celles que ces fondations tendraient à soulever en arrière, si ces fondations éprouvaient un mouvement de rotation sur leur arête.

En supposant que les maçonneries eussent fait corps, on devrait avoir égard à l'adhérence des mortiers le long de la ligne EA, dans la supposition que cette adhérence fût moindre que la pesanteur de la fondation, la compression des terres en avant, et la cohésion et le soulèvement de celles en arrière réunies.

Dans sa théorie, il considère la masse DFEA comme indivisible, ce qui n'est point, telle siccité que puisse avoir le mortier. Il était donc plus naturel de considérer l'adhérence du mortier de N en E; cette désunion se faisant du point N au point E, suivant les joints horizontaux et verticaux qui se trouvent entre ces deux points : et dans ce cas, l'on n'eût eu à considérer que la poussée du triangle MDN sur la résistance DNEF. C'est ainsi que l'a considéré M. Couplet dans sa théorie de 1727, à laquelle on a répondu à son article.

L'on voit que M. de Tersac avait bien reconnu qu'il y avait un prisme de plus grande poussée; mais il croyait presque impossible de le déterminer.

L'expérience a démontré que son opinion sur la résistance des murs en vertu du frottement, est fausse lorsqu'ils sont bien fondés; puisque dans la vingt-deuxième expérience faite à Juliers, et celle du 4 novembre 1807, le mur a été déversé comme une masse sur l'arête extérieure, au niveau du terrain; et cette expérience répond à son objection, que lorsqu'un mur est sorti de son aplomb, il ne résiste qu'en vertu du frottement : car il ne pouvait y avoir de frottement, puisqu'il déversait tout en entier sans se désunir; et s'il n'est pas tombé, c'est que les terres ont perdu leur action par leur compression dans leur tassement, et que ce n'est que l'action de ce tassement qui a prévalu un moment sur la résistance du mur.

Enfin M. de Tersac n'a point, dans la résolution du problème de la

Digitized by Google

poussée des terres, déterminé le prisme de plus grande poussée ; et dans la supposition que l'on parvînt à connaître ce prisme par l'expérience, on ne pourrait faire aucun usage de sa théorie, puisqu'il n'a eu aucun égard à la cohésion ni au frottement des terres.

THÉORIE DE M. CHAUVELOT,

ANCIEN OFFICIER DU GÉNIE,

Appliquée aux tables particulières de M. de Vauban.

N°. 26. M. Chauvelot, pour établir sa théorie, commence à poser en principe, que, d'après l'expérience, les terres nouvellement remuées et mises en tas sans aucune espèce d'assujétissement, prennent ordinairement d'elle-mêmes, un talus qui fait avec l'horizon un angle de 45°.

Il rejette la considération du prisme de terres comme un solide ou corps dur sans liaison avec l'hypoténuse sur laquelle il glisse, d'après laquelle plusieurs auteurs ont établi une théorie défectueuse.

Fig. 7. Il considère le prisme des terres qui n'a pu se former sur le talus naturel, comme le prisme de plus grande poussée, représenté par le triangle rectangle isocèle ADC ; et en même tems comme une masse qui, en se comprimant, comprime à son tour les plans AC, AD, qui la retiennent, et qui tend par conséquent, tant à s'unir au plan AC, qu'à renverser le revêtement AD.

Cela posé, I étant le centre de gravité du triangle rectangle isocèle ADC qui, en comprimant les plans AD, AC, tend à les écarter l'un de l'autre, et conséquemment à renverser le rectangle ADFE, en lui donnant un mouvement de rotation sur l'angle extérieur E de sa base, la verticale IT représentera le poids du triangle : soit décomposée cette force de la pesanteur IT en deux autres, l'une IS perpen-

Digitized by Google

diculaire au plan incliné, l'autre IR également normale au plan AD. Soit supposé que la cohésion et le frottement soient exprimés par une ligne Iu : ce frottement et cette cohésion s'opposant à l'action normale de RI, la direction de la ligne Iu doit être la même, la force Iu agissant en sens contraire. Donc, l'action de la force perpendiculaire au revêtement ne sera plus exprimée que par $RI - Iu$, et son moment sera $(RI - Iu) \times RA$. La pesanteur du revêtement sera $AD \times DF \times \pi$, en appelant π la densité de la maçonnerie; et son moment sera exprimé par $\frac{\overline{DF}^2 \times AD \times \pi}{2}$.

Mais le triangle RIT étant isocèle,

$$RI = IT = \frac{AD \times DC}{2} \times \delta = \frac{\overline{AD}^2}{2} \times \delta = \frac{\delta h^2}{2},$$

en appelant (δ) la densité des terres, et faisant $AD = h$; alors $RA = \frac{2h}{3}$, et si l'on suppose que $\frac{m}{n}$ exprime le rapport de la cohésion et du frottement au poids des terres comprimantes, le poids de ces terres étant $\frac{\delta h^2}{2}$, l'expression $\frac{m \delta h^2}{2n} = Iu$, ou la résistance occasionnée par le frottement et la cohésion. Enfin, si $DF = x$, l'on aura pour l'équation d'équilibre, $\frac{\delta h^3}{3} - \frac{m \delta h^3}{3n} = \frac{\pi h x^2}{2}$

d'où l'on tire $x = \pm \sqrt{\frac{2h^2\delta}{3\pi}\left(\frac{n-m}{n}\right)}$.

Si l'on eût supposé un talus au parement extérieur du mur, dont la base de ce talus eût été exprimée par (d), l'équation d'équilibre aurait été $\frac{\delta h^3}{3} - \frac{m \delta h^3}{3n} = \pi h x \left(d + \frac{x}{2}\right) + \frac{\pi h d}{2} + \frac{2d}{3}$;

d'où l'on tire $x = -d \times \sqrt{\frac{2dh^2}{3\pi n}(n-m) + \frac{d^2}{3}}$.

C'est à ces formules que M. Chauvelot a appliqué les tables de M. de Vauban.

Digitized by Google

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE (N°. 26) DE M. CHAUVELOT.

1°. M. Chauvelot, dans sa théorie, considère le prisme de plus grande poussée, comme agissant sur un plan incliné formant avec l'horizon un angle de 45°; effet qui n'a lieu pour aucune espèce de terre; car dans la première expérience, faite avec des sables jaunes, l'angle formé avec l'horizon par ces sables, a été de 39° 21′ 6″, lorsqu'on a insensiblement lâché l'obstacle.

Ce même sable, lorsqu'on a voulu lui donner le tems de former son prisme de plus grande poussée, au moyen de l'appareil qui a été décrit, a donné une hypothénuse inclinée à l'horizon de 62° 31′ 30″.

2°. En considérant l'effet du prisme dans son action divisé en deux forces, l'une normale au plan incliné, l'autre horizontale agissant contre le parement du mur, (ce qui doit être, puisque le prisme est supposé en équilibre), il suppose que l'effet du prisme est réuni à son centre de gravité, puisqu'il considère le point d'application aux $\frac{2}{3}$ de la hauteur; effet démontré contraire par nos expériences et par celles de M. Gauthey; tandis que dans son exposé sur les recherches de la poussée des terres, il regarde cette considération, admise parmi certains constructeurs, comme défectueuse.

3°. S'il considère le prisme de terres agissant partiellement et non comme une masse continue, chaque partie du parement vertical du mur est pressée par une force horizontale; et rien ne démontre alors que la résultante de ces forces, passe aux $\frac{2}{3}$ de la hauteur du mur.

4°. Sa théorie n'est que pour un cas particulier soumis à ces deux conditions; que le prisme de plus grande poussée exerce une partie de son effet sur une hypoténuse inclinée de 45° vers l'horizon; et que le parement intérieur du mur soit vertical : car s'il ne l'était pas, le point

Digitized by Google

d'application ne serait plus aux $\frac{1}{3}$ de la hauteur du mur, en considérant même l'effet du prisme comme réuni à son centre de gravité.

Le Mémoire de M. Chauvelot ayant été présenté à l'Académie des sciences, dans son avis du 22 janvier 1783, cette société de savans déclara que le problême de la poussée des terres était susceptible d'une solution rigoureuse, si par des expériences antérieures, on connaissait la forme de la masse des terres qui est soutenue par le revêtement; et si l'on pouvait mesurer avec quelque précision, la cohésion que cette masse contracte sous différentes pressions, avec les terres sur lesquelles elle repose, et le frottement qui s'oppose à son mouvement. Elle pense encore que l'application des formules exige toujours, dans chaque cas, des recherches particulières sur la nature des terres et sur celle des matériaux qui doivent entrer dans la composition des revêtemens; que l'équilibre rigoureux entre la pression qu'éprouvent les murs et la résistance dont ils sont capables, ne serait pas suffisante dans la construction des fortifications, soit à cause des manœuvres d'artillerie et des surcharges, soit à cause de la résistance qu'elles doivent opposer à l'action des batteries de l'assiégeant; et comme M. Chauvelot regarde les tables de M. de Vauban comme des résultats donnés par l'expérience, et qu'il compare ses formules à ces tables, l'Académie a pensé que le travail de M. Chauvelot pouvait être utile, et ses formules adoptées pour un talus qui ne différera pas beaucoup de celui de M. de Vauban, tel que celui qu'on a coutume de donner aujourd'hui aux revêtemens des fortifications.

THÉORIE DE M. COULOMB,

TELLE QU'ELLE EST EXPOSÉE DANS SON MÉMOIRE DE 1773.

N°. 27. M. Coulomb a considéré dans ce problême, le profil d'un prisme triangulaire de terre comme un triangle rectangle solide, dont

Digitized by Google

un des côtés est vertical, et dont l'hypoténuse touche un plan incliné sur lequel le triangle tend à glisser, sollicité par sa pesanteur ; mais sur lequel il est retenu par une force horizontale, par sa cohésion et pas son frottement, qui agissent le long de cette hypoténuse. Il détermine par les lois de la statique, cette force pour le cas d'équilibre. Il observe ensuite qu'en général, les terres étant homogènes, peuvent se séparer dans le cas de rupture, suivant une ligne droite ou suivant une ligne courbe quelconque : que par conséquent si l'on peut trouver parmi toutes les surfaces décrites dans un plan vertical indéfini (1), la surface qui sollicitée par sa pesanteur et retenue par son frottement et sa cohésion, exigerait pour son équilibre d'être soutenue par une force horizontale qui fût un maximum, l'on aura résolu le problême ; car il est évident que toute autre figure demanderait, dans le cas d'équilibre, une force moindre, la masse adhérente ne pouvant se diviser. Comme l'expérience donne, dans les éboulemens, à peu près une ligne droite, M. Coulomb cherche, dans le plan vertical, la surface triangulaire décrite sur ce plan vertical, qui exigerait un maximum pour la force horizontale.

Fig. 6. 1°. Cela posé, soit un mur de revêtement FEAD, derrière lequel on fasse un remblai indéfini en terre CDAB, dont le prisme triangulaire représenté par le profil DGA, se détacherait si l'on pouvait enlever le mur FDAE qui le retient sur l'hypoténuse GA, que l'on peut considérer comme une force Q appliquée à ce mur, et dont la direction est perpendiculaire à DA.

2°. Le prisme ou triangle est sollicité à glisser sur GA en vertu de sa pesanteur P ; mais il s'y trouve retenu par la force Q, par sa cohésion sur GA et par son frottement sur elle. Décomposant ces deux forces chacune en deux autres, dont l'une représentant la pression normale détruite par la résistance GA, et l'autre agissant dans ce sens parallè-

(1) Ce plan est perpendiculaire au parement de l'obstacle qui empêche l'éboulement qui aurait lieu s'il n'existait pas.

lement

Digitized by Google

ment à AG; l'on aura, pour les composantes de P, les forces représentées par PI, IH, et pour celles de Q, les lignes QL, LH. Par conséquent le triangle ne peut avoir du mouvement qu'en vertu de IH; mais LH agissant dans le sens contraire de A en G, s'oppose à IH, et est de plus secondée par la cohésion et par le frottement: l'équation d'équilibre sera donc IH = LH + cohésion + frottement.

Soit $AD = h$; $DG = x$; $AG = \sqrt{h^2 + x^2}$; $PH = P$; $QH = Q$; Expressions des composantes.

l'on a $AG : DG :: PH : PI = \frac{Px}{\sqrt{h^2 + x^2}}$; $AG : PH :: DA : HI$,

d'où $HI = \frac{Ph}{\sqrt{h^2 + x^2}}$; $AG : DA :: QH : QL = \frac{Qh}{\sqrt{h^2 + x^2}}$;

enfin, $AG : DG :: QH : LH = \frac{Qx}{\sqrt{h^2 + x^2}}$. Si la densité des terres est exprimée par (δ), alors $P = \frac{\delta hx}{2}$. Si (γ) représente la cohésion sur l'unité de surface, cette cohésion ayant lieu sur toute la ligne GA, la cohésion totale sera $\gamma\sqrt{h^2 + x^2}$. D'après l'expérience, le frottement étant proportionnel à la pression, $\frac{1}{f}$ en exprimera le rapport constant, mais la pression normale sur GA est égale à $QL + PI = \frac{Qh + Px}{\sqrt{h^2 + x^2}}$; l'on aura $\frac{Qh + Px}{f\sqrt{h^2 + x^2}}$ pour l'expression du frottement.

3°. De ces données, il résulte l'équation d'équilibre Équation d'équilibre.

$$\frac{Ph}{\sqrt{h^2 + x^2}} = \frac{Qx}{\sqrt{h^2 + x^2}} + \frac{Qh + Px}{f\sqrt{h^2 + x^2}} + \gamma\sqrt{h^2 + x^2},$$

et par conséquent

$$Q = \frac{f\delta h^2 x - \delta hx^2 - 2\gamma f(h^2 + x^2)}{2(fx + h)} = \frac{\frac{\delta hx}{2}\left(h - \frac{x}{f}\right) - \gamma(h^2 + x^2)}{x + \frac{h}{f}}.$$

Il ne reste plus qu'à déterminer, par la théorie des *maximis* et *minimis*, dans la masse des terres indéfinie CDAB, celui de tous les triangles

Digitized by Google

qui exerce la plus grande pression. Or, l'on a d'après cette théorie,

$$dQ = \frac{2f\delta h^2(fx+h)dx - 4x\delta h(fx+h)dx - 8x\gamma f(fx+h)dx -}{4(fx+h)^2}$$

$$\ldots\ldots \frac{-2f^2\delta h^2 x dx + 2f\delta h x^2 dx + 4\gamma f^2(h^2+x^2)dx}{4(fx+h)^2};$$

d'où

$$\frac{dQ}{dx} = o = x^2(-2f\delta h - 4f^2\gamma) - x(4\delta h^2 + 8fh\gamma) + h^2(2f\delta h + 4f^2\gamma);$$

Distance de la ligne de rupture au parement intérieur du mur.

d'où l'on tire $x = -\frac{h}{f} \pm h\sqrt{1+\frac{1}{f^2}}$. Substituant cette valeur de (x) dans l'expression de $Q = \frac{\frac{\delta hx}{2}\left(h - \frac{x}{f}\right) - \gamma(h^2+x^2)}{x+\frac{h}{f}}$,

l'on aura

$$Q = h^2\left(\frac{-\frac{\delta}{f} - \frac{\delta}{f^3} \pm \frac{\delta}{2}\sqrt{1+\frac{1}{f^2}} \pm \frac{\delta}{f^2}\sqrt{1+\frac{1}{f^2}}}{\sqrt{1+\frac{1}{f^2}}}\right) -$$

$$\ldots - \gamma h\left(\frac{\frac{2}{f^2} + 2 \mp \frac{2}{f}\sqrt{1+\frac{1}{f^2}}}{\sqrt{1+\frac{1}{f^2}}}\right); \text{ et faisant}$$

Expression de la force horizontale nécessaire pour retenir le prisme triangulaire des terres sur son hypothénuse.

$$\frac{-\frac{\delta}{f} - \frac{\delta}{f^3} \pm \frac{\delta}{2}\sqrt{1+\frac{1}{f^2}} \pm \frac{\delta}{f^2}\sqrt{1+\frac{1}{f^2}}}{\sqrt{1+\frac{1}{f^2}}} = a, \text{ et}$$

$$\frac{\frac{2}{f^2} + 2 \mp \frac{2}{f}\sqrt{1+\frac{1}{f^2}}}{\sqrt{1+\frac{1}{f^2}}} = b; \text{ l'on aura } Q = ah^2 - b\gamma h.$$

4°. De la valeur de (x) ci-dessus trouvée, il en conclut, avec juste raison, que les dimensions du triangle qui produit la plus grande pression, ne dépendent que du frottement, et que l'adhérence n'influe point

Digitized by Google

sur la valeur de (x), puisqu'aucune fonction de la cohésion n'entre dans son expression.

5°. Si le frottement était nul, quelle que fût la cohésion, alors $x = h$; c'est-à-dire que le triangle exerçant la plus grande poussée serait isocèle.

6°. L'expression $Q = ah^2 - b\gamma h$ est celle de la force horizontale qui est capable de résister au triangle exerçant la plus grande pression sur une hauteur (h); mais pour connaître quelle devrait être la force horizontale capable de résister sur une hauteur quelconque, l'on différenciera l'équation par rapport à (h); et l'on aura $dQ = 2hadh - b\gamma dh$, pour l'expression des différentes pressions des triangles exercées sur DΘ et DA, et appelant la hauteur totale $\Theta D = h'$, cette pression horizontale élémentaire agissant à l'extrémité d'un bras de levier $A\Theta = h' - h$, aura pour son moment autour du point O, base du revêtement $(2hadh - b\gamma dh) \times (h' - h) = 2hh'adh - bh'\gamma dh - 2h^2adh + b\gamma hdh$, et intégrant, l'on aura, pour le moment total sur la hauteur (h) autour du point O, l'expression $a\left(h^2h' - \frac{2h^3}{3}\right) + b\left(\frac{\gamma h^2}{2} - h'\gamma h\right)$; et lorsque $h' = h$, l'on a la somme des momens sur la hauteur totale h' égale à l'expression $a\left(\frac{(h')^3}{3}\right) - b\left(\frac{\gamma (h')^2}{2}\right)$.

Moment de la force horizontale qui retient le prisme triangulaire des terres sur le plan incliné AG.

7°. Voilà toute la théorie de M. Coulomb, dans laquelle nous ne rapportons point ces considérations sur le frottement qu'éprouve le triangle contre le parement intérieur du revêtement au moment de rupture; parce que ce frottement étant infiniment moindre que celui des terres, n'entraîne aucune conséquence essentielle dans l'application.

8°. Cette considération n'est, relativement aux constructions, qu'un objet de curiosité que l'on peut aisément satisfaire; car le frottement étant proportionnel à la pression normale, cette pression pour le parement du mur, sera égale à Q; et si l'on suppose que le rapport du frottement à cette expression soit exprimé par $\frac{1}{m}$, le frottement le sera

Digitized by Google

par $\frac{Q}{m}$; de manière que dans l'expression de (Q) ci-dessus trouvée, l'on n'aura qu'à substituer à (P) la quantité $P - \frac{Q}{m} = \frac{\delta h x}{2} - \frac{Q}{m}$, qui n'offrira pas plus de difficultés dans le calcul, que la solution de la considération suivante.

9°. Il arrive souvent que des murs de revêtement doivent résister à la pression de matières hétérogènes : comme, par exemple, un mur de quai doit non-seulement prévaloir sur l'action de la pesanteur des terres, mais encore sur celle d'un pavé, d'un trotoir, etc. ou un mur sur celle d'un réservoir. Ces constructions étant d'un usage fréquent, ont également occupé M. Coulomb. La solution de ce problême n'offre plus aucune difficulté; car dans la formule à l'art. 3°.

$Q = \frac{\frac{\delta h x}{2}\left(h - \frac{x}{f}\right) - \gamma(h^2 + x^2)}{x + \frac{h}{f}}$, il suffit de substituer à (P) l'expression $(P + \varphi)$, si l'on supposait que la surcharge des terres fût (φ); c'est-à-dire que l'équation deviendrait

$$Q = \frac{\left(\frac{\delta h x}{2} + \varphi\right) \times \left(h - \frac{x}{f}\right) - \gamma(h^2 + x^2)}{x + \frac{h}{f}};$$

Distance de la ligne de rupture au parement intérieur du mur, lorsque les terres sont surchargées de matières hétérogènes.

et par la théorie des *maximis* et *minimis*

$$\frac{dQ}{dx} = 0 = -x^2\left(\frac{\delta h}{2f} + \gamma\right) - x\left(\frac{\delta h^2}{f^2} - \frac{2h\gamma}{f}\right) + \ldots$$

$$\ldots + h^2\left(\frac{\delta h}{2f} + \gamma\right) - h\left(\frac{\varphi}{f^2} + \varphi\right), \text{ et divisant par}$$

$\left(\frac{\delta h}{2f} + \gamma\right)$, l'on a $x = -\frac{h}{f} \pm \sqrt{h^2\left(1 + \frac{1}{f^2}\right) - \frac{2h\varphi(1+f^2)}{f(\delta h + 2f\gamma)}}$;

d'où l'on voit qu'en substituant cette valeur dans l'expression de Q; qu'en cherchant de la même manière qu'à l'art. 6° le moment total des terres et de leur surcharge autour de l'arête de la base du mur qui doit résister à leur pression; et égalant ce moment à celui de la pesanteur du mur, on déterminerait l'épaisseur du revêtement.

Digitized by Google

THÉORIE DE M. COULOMB,

EN SUBSTITUANT AUX QUANTITÉS LINÉAIRES LES QUANTITÉS ANGULAIRES.

N°. 28. Soit considéré le profil DAG comme celui d'un corps repo- Fig. 6.
sant sur le profil du plan incliné AG; et soit représenté ce corps par une force P équivalente à sa pesanteur, et dont par conséquent la direction est verticale; il est évident que le corps ne pourrait se maintenir sur ce plan, puisque la direction de sa pesanteur ne lui est pas perpendiculaire; et que s'il s'y maintient, ce ne peut être qu'en vertu d'un obstacle que l'on peut représenter par une force Q, dont la direction sera telle que le corps se trouvera en équilibre avec elle. Décomposant ces deux forces chacune en deux autres, dont l'une sera perpendiculaire au plan incliné, et l'autre parallèle, les composantes de P seront PI, IH; celles de Q seront QL, LH. Mais les forces PI, QL étant détruites par la résistance du plan incliné, pour qu'il y ait équilibre, il faut que LH = IH. Si l'on appelle DAC = τ; l'angle DAG = ς, et l'angle QHA = c, l'on aura HI : PH ou P :: *cos.* ς : *sin.* total; et LH : QH ou Q :: *cos.* c : *sin.* total : d'où l'on tire pour l'expression de la force dans la direction IH = P *cos.* ς, et pour l'expression de la force dans la direction LH = Q *cos.* c; et pour qu'il y ait équilibre, il faut que P *cos.* ς = Q *cos.* c.

Si l'on suppose que l'obstacle qui s'oppose à l'éboulement est vertical, alors la force Q doit être considérée comme horizontale; attendu que l'effet des terres contre cet obstacle doit lui être normal : dans ce cas, *cos.* c = *sin.* ς, et l'équation d'équilibre devient P *cos.* ς = Q *sin.* ς.

La pression qu'exercent les deux forces sur le plan incliné, est exprimée par PI + QL = Q *sin.* c + P *sin.* ς, lorsque la direction de la force n'est pas horizontale; mais lorsque, comme dans cette supposition, la force Q est horizontale, la pression de ces deux forces PI + QL = Q *cos.* ς + P *sin.* ς.

Digitized by Google

Le frottement étant proportionnel à la pression, si on exprime par (f) le rapport de l'un avec l'autre, l'on aura, pour l'expression du frottement, $f(Q\,cos.\,\varsigma + P\,sin.\,\varsigma)$.

Si l'on appelle (γ) la force de cohésion sur l'unité de surface, et (b) le profil de la surface sur laquelle elle a lieu, γb sera l'expression de la cohésion du prisme des terres agissant sur le plan incliné, représenté par le profil ou la ligne AG.

On a vu que l'équation d'équilibre était $Q\,sin.\,\varsigma = P\,cos.\,\varsigma$. Ce serait véritablement là l'expression de la force propre à retenir le corps sur le plan incliné, si le corps et le plan incliné étaient parfaitement polis, et qu'il ne pût exister aucun frottement ni adhésion entr'eux; suppositions qui sont contraires à l'état de la question, qui n'existent pas d'ailleurs dans la nature.

Ainsi, le corps P sollicité à descendre sur le plan incliné par la composante $P\,cos.\,\varsigma$, y est retenu par la composante $Q\,sin.\,\varsigma$, secondée par le frottement et par la cohésion. L'équation d'équilibre sera par conséquent exprimée par $Q\,sin.\,\varsigma + f(Q\,cos.\,\varsigma + P\,sin.\,\varsigma) + \gamma b = P\,cos.\,\varsigma$; d'où l'on tire $Q = \frac{P\,(cos.\,\varsigma - f\,sin.\,\varsigma) - \gamma b}{sin.\,\varsigma + f\,cos.\,\varsigma}$. Comme les masses sont représentées par les profils, si l'on appelle (π) la pesanteur spécifique des terres, la pesanteur du triangle DAG sera $\left(\frac{AD}{2} \times DG\right)\pi = P$; et fesant $DA = h$, le triangle DAG donnera $DG = \frac{h\,sin.\,\varsigma}{cos.\,\varsigma} = h\,tang.\,\varsigma$, et par conséquont $P = \left(\frac{h^2\,tang.\,\varsigma}{2}\right)\pi$.

La surface sur laquelle la cohésion a lieu étant représentée par la ligne $b = AG = \frac{h}{cos.\,\varsigma}$, la cohésion totale sera $\frac{\gamma h}{cos.\,\varsigma} = \gamma b$. Substituant ces valeurs, l'on aura, pour nouvelle équation d'équilibre,

$$Q = \frac{\left(\frac{\pi h^2}{2}\,tang.\,\varsigma\right)(cos.\,\varsigma - f\,sin.\,\varsigma) - \frac{\gamma h}{cos.\,\varsigma}}{sin.\,\varsigma + f\,cos.\,\varsigma};$$

Digitized by Google

et divisant le haut et le bas par $(cos.\varsigma)$ l'on a

$$Q = \frac{\frac{\pi h^2}{2} tang.\varsigma - \frac{\pi h^2 f}{2} tang.^2\varsigma}{tang.\varsigma + f} - \frac{\gamma h}{cos.^2\varsigma\,(tang.\varsigma + f)}.$$

Différenciant par rapport à (Q) et à (ς) pour avoir le *maximum*, l'on aura

$$dQ = \frac{\frac{\pi h^2}{2\,cos.^2\varsigma}(tang.\varsigma + f)\,d\varsigma - \frac{\pi h^2\,tang.\varsigma}{2\,cos.^2\varsigma}d\varsigma - \ldots\ldots}{(tang.\varsigma + f)^2}$$

$$\ldots\ldots \frac{-\frac{\pi h^2 f\,tang.\varsigma}{cos.^2\varsigma}(tang.\varsigma + f)\,d\varsigma + \frac{\pi h^2 f}{2\,cos.^2\varsigma}(tang.^2\varsigma)\,d\varsigma - \ldots}{(tang.\varsigma + f)^2}$$

$$\ldots\ldots - \frac{2\gamma h cos.\varsigma\,sin.\varsigma\,(tang.\varsigma + f)\,d\varsigma + \gamma h d\varsigma}{cos.^4\varsigma\,(tang.\varsigma + f)^2}.$$

Réduisant au même dénominateur, en multipliant et divisant par $cos.^4\varsigma$, et faisant en même tems $\frac{dQ}{d\varsigma} = o$, l'on a

$$sin.\varsigma = \pm\sqrt{\tfrac{1}{2} \pm \sqrt{\tfrac{1}{4} - \frac{1}{4(1+f^2)}}} = \sqrt{\frac{\pm f + \sqrt{1+f^2}}{2\sqrt{1+f^2}}};$$

et par conséquent

$$cos.\varsigma = \pm\sqrt{\tfrac{1}{2} \mp \sqrt{\tfrac{1}{4} - \frac{1}{4(1+f^2)}}} = \sqrt{\frac{\mp f + \sqrt{1+f^2}}{2\sqrt{1+f^2}}};$$

d'où

$$tang.\varsigma = \frac{sin.\varsigma}{cos.\varsigma} = \pm\sqrt{\frac{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{4(1+f^2)}}}{\frac{1}{2} \mp \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{4(1+f^2)}}}} = \pm f + \sqrt{1+f^2}.$$

Si du sommet d'un triangle rectangle, on abaisse une perpendiculaire sur l'hypothénuse, les parties de cette hypothénuse représenteront la tangente et la cotangente d'un des angles formés par cette perpendiculaire et les côtés du triangle, dont les valeurs sont données par le double signe $\pm f + \sqrt{1+f^2}$; et comme, d'après l'expérience, le prisme de l'éboulement ne forme jamais sa ligne de rupture à une distance plus

Digitized by Google

grande que la hauteur du remblai, il suit qu'il faut prendre la partie de cette hypothénuse moindre que la perpendiculaire pour la tangente de l'angle dont il est question. Or, dans la double expression de $tang.\,\varsigma = \pm f + \sqrt{1+f^2}$ la plus petite est $-f+\sqrt{1+f^2}$; donc $tang.\,\varsigma = -f+\sqrt{1+f^2}$ est la valeur qui répond à la question.

Substituant cette valeur dans

$$Q = \frac{\frac{\pi h^2}{2} tang.\,\varsigma - \frac{\pi h^2 f}{2} tang.^2\varsigma}{tang.\,\varsigma + f} - \frac{\gamma h}{cos.^2\varsigma\,(tang.\,\varsigma + f)},$$

l'on aura

$$Q = \frac{\pi h^2}{2}\left(\frac{-2f+\sqrt{1+f^2}-2f^3+2f^2\sqrt{1+f^2}}{\sqrt{1+f^2}}\right) - \ldots;$$

$$\ldots. - \frac{\gamma h(2+2f^2-2f\sqrt{1+f^2})}{\sqrt{1+f^2}}.$$ En substituant la valeur de

$cos.^2\varsigma = \frac{1}{1+tang.^2\varsigma}$, que l'on peut mettre sous cette forme, $Q = ah^2 - \gamma eh$, qui est l'expression de la force horizontale capable de soutenir une masse indéfinie DABC, dans laquelle, pour les applications, il n'y aura qu'à déterminer ($tang.\,\varsigma$) d'une manière convenable.

Si l'on voulait également déterminer le prisme de plus grande poussée, c'est-à-dire la ligne de rupture $DG = h\,tang.\,\varsigma$, l'on substituerait la valeur de ($tang.\,\varsigma$), et l'on aurait $DG = h\,(-f+\sqrt{1+f^2})$.

THÉORIE

D'APRÈS LAQUELLE ON RÉSOUT LE PROBLÈME D'UNE MANIÈRE GÉNÉRALE.

N°. 29. D'après la théorie de M. Coulomb, il était aisé de résoudre le problème de la poussée des terres d'une manière générale, en ne considérant

Digitized by Google

considérant point la direction de la force capable de retenir le prisme de terre de plus grande poussée sur son plan incliné comme parallèle à l'horizon. Cette direction suppose que l'obstacle est vertical, attendu que l'action du prisme des terres doit être considérée comme normale à cet obstacle. Si l'on s'est occupé du problème de la poussée des terres, ce n'a été que pour déterminer l'épaisseur à donner aux murs de revêtement, quelle que soit sa forme dans le cas d'équilibre. Par la considération de la force horizontale, on restreint le constructeur à ne faire que des murs de terrasse verticaux; et il ne peut pas juger s'ils sont plus avantageux que ceux que l'on inclinerait vers les terres, ou ceux auxquels on donnerait un talus au parement intérieur.

Pour satisfaire donc à toutes les combinaisons de construction de murs de terrasse, il n'y a qu'à considérer la direction de la force capable de retenir le prisme d'éboulement sur son plan incliné, comme faisant un angle quelconque avec l'horizon.

Ainsi, soit le parement du mur ou de l'obstacle représenté par la ligne inclinée AD ou AD'; soit la verticale BA, et l'angle sous lequel Fig. 14.
l'éboulement a lieu BAG $= \varsigma$; l'angle BAD ou BAD' $= e$ supposé connu, attendu que l'on a déterminé l'inclinaison que l'on a voulu donner à l'obstacle; soit P la pesanteur du triangle DAG représentée par la verticale PH; et Q la force capable de retenir le prisme triangulaire des terres sur l'hypoténuse AG, représentée par la direction QH ou Q'H normale au parement de l'obstacle.

Soient ces deux forces décomposées en deux autres, l'une perpendiculaire au plan incliné, l'autre parallèle. Les composantes de P seront représentées par les directions PI, HI; et, en vertu des triangles semblables BAG, PHI, l'on aura PH : HI :: GA : BA :: *sin. tot.* : *cos.* ς; d'où HI $=$ P *cos.* ς, et PH : PI :: *sin. tot.* : *sin.* ς; d'où PI $=$ P *sin.* ς. Les composantes de Q seront représentées par HK et QK; et observant que l'angle QHA est le complément de l'angle DAG, l'on aura QH : HK :: *sin. tot.* : *sin.* DAG.

Mais DAG $=$ BAG $-$ BAD $= \varsigma - e$; et s'il avait été question du

Digitized by Google

triangle D'AG, l'on aurait D'AG = BAG + BAD' = $\varsigma + e$, en supposant DB = D'B : donc l'expression de la composante HK = Q (*sin.* ($\varsigma - e$)) pour être générale, sera HK = Q *sin.* ($\varsigma \mp e$) : le signe — sera pour le cas où le mur surplombera du côté des terres, et le signe + pour le cas contraire.

D'après cette observation, l'on voit évidemment que l'expression générale de l'autre composante QK = Q *cos.* ($\varsigma \mp e$).

N°. 30. Cela posé, s'il n'existait ni cohésion ni frottement, l'équation d'équilibre serait Q × *sin.* ($\varsigma \mp e$) = P *cos.* ς. Mais la composante de Q se trouvant aidée par le frottement et la cohésion, et le frottement étant proportionnel à la pression, si l'on continue d'en exprimer le rapport par f, et la pression étant égale à PI + QK = P *sin.* ς + Q *cos.* ($\varsigma \mp e$); le frottement sera exprimé par f (P *sin.* ς + Q *cos.* ($\varsigma \mp e$)).

Si l'on appelle γ la cohésion sur l'unité de surface, cette cohésion devant avoir lieu sur toute la ligne AG, l'on aura pour son expression $\gamma \times$ AG ; mais si l'on fait AB = h, elle deviendra $\frac{\gamma h}{cos.\ \varsigma}$.

Par conséquent, l'équation d'équilibre sera

$$Q \times sin.\ (\varsigma \mp e) + f(P\ sin.\ \varsigma + Q\ cos.\ (\varsigma \mp e)) + \frac{\gamma h}{cos.\ \varsigma} = P\ cos.\ \varsigma,$$

d'où l'on tire $Q = \frac{P(cos.\ \varsigma - f\ sin.\ \varsigma) - \frac{\gamma h}{cos.\ \varsigma}}{sin.\ (\varsigma \mp e) + f\ cos.\ (\varsigma \mp e)}$. Si l'on fait la densité des terres égale à (δ), l'on aura $P = \frac{AB \times DG \times \delta}{2}$. Mais DG = BG ∓ BD, et AB : BG :: *cos.* ς : *sin.* ς, d'où BG = h *tang.* ς. De même, AB : BD :: *cos.* e : *sin.* e; d'où BD = h *tang.* e.

Par conséquent $P = \frac{\delta h^2}{2}$ (*tang.* $\varsigma \mp$ *tang.* e). Substituant cette valeur et celle de *sin.* ($\varsigma \mp e$) = *sin.* ς *cos.* $e \mp$ *sin.* e *cos.* ς, et *cos.* ($\varsigma \mp e$) = *cos.* ς *cos.* $e \pm$ *sin.* ς *sin.* e,

Digitized by Google

l'on aura

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}(tang.\,\varsigma \mp tang.\,e)(cos.\,\varsigma - f\,sin.\,\varsigma) - \frac{\gamma h}{cos.\,\varsigma}}{sin.\,\varsigma\,cos.\,e \mp sin.\,e\,cos.\,\varsigma + f\,cos.\,\varsigma\,cos.\,e \pm f\,sin.\,\varsigma\,sin.\,e};$$

et divisant par $(cos.\,\varsigma)$, l'on a

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}\,tang.\,\varsigma \mp \frac{\delta h^2}{2}\,tang.\,e - \frac{\delta f h^2}{2}\,tang.^2\varsigma \pm \ldots\ldots\ldots}{cos.\,e\,tang.\,\varsigma \mp sin.\,e + f\,cos.\,e \pm f\,sin.\,e\,tang.\,\varsigma}$$

$$\cdots \pm \frac{f\frac{\delta h^2}{2}\,tang.\,e\,tang.\,\varsigma - \gamma h(1 + tang.^2\varsigma)}{cos.\,e\,tang.\,\varsigma \mp sin.\,e + f\,cos.\,e \pm f\,sin.\,e\,tang.\,\varsigma},$$ en mettant

la valeur de $cos.^2\varsigma = \frac{1}{1 + tang.^2\varsigma}$. Différenciant par rapport à (Q)

et à (ς), et faisant $\frac{dQ}{d\varsigma} = 0$, l'on a

$$tang.\,\varsigma = -\left(\frac{\pm\frac{\delta h^2 f}{2}sin.\,e - \frac{\delta f^2 h^2}{2}cos.\,e \pm \gamma h\,sin.\,e - f\gamma h\,cos.\,e}{-\frac{\delta f h^2}{2}cos.\,e \mp \frac{\delta f^2 h^2}{2}sin.\,e - \gamma h\,cos.\,e \mp f\gamma h\,sin.\,e}\right) \pm \ldots\ldots$$

$$\pm\sqrt{1 + \left(\frac{\pm\frac{\delta f h^2}{2}sin.\,e - \frac{\delta f^2 h^2}{2}cos.\,e \pm \gamma h\,sin.\,e - f\gamma h\,cos.\,e}{-\frac{\delta f h^2}{2}cos.\,e \mp \frac{\delta f^2 h^2}{2}sin.\,e - \gamma h\,cos.\,e \mp f\gamma h\,sin.\,e}\right)^2}.$$

N°. 31. Si le mur est incliné vers les terres, alors l'équation devient

$$tang.\,\varsigma = -\frac{\left(\frac{\delta f h^2}{2}sin.\,e - \frac{\delta f^2 h^2}{2}cos.\,e + \gamma h\,sin.\,e - f\gamma h\,cos.\,e\right)}{-\frac{\delta f h^2}{2}cos.\,e - \frac{\delta f^2 h^2}{2}sin.\,e - \gamma h\,cos.\,e - f\gamma h\,sin.\,e} \pm \ldots\ldots$$

$$\pm\sqrt{1 + \left(\frac{\frac{\delta f h^2}{2}sin.\,e - \frac{\delta f^2 h^2}{2}cos.\,e + \gamma h\,sin.\,e - f\gamma h\,cos.\,e}{-\frac{\delta f h^2}{2}cos.\,e - \frac{\delta f^2 h^2}{2}sin.\,e - \gamma h\,cos.\,e - f\gamma h\,sin.\,e}\right)^2}.$$

Digitized by Google

N°. 32. Lorsqu'au contraire le parement intérieur du mur a un talus dans le sens opposé aux terres, l'on a

$$tang.\varsigma = -\frac{\left(-\frac{\delta f h^2}{2} sin.e - \frac{\delta f^2 h^2}{2} cos.e - \gamma h sin.e - f\gamma h cos.e\right)}{-\frac{\delta f h^2}{2} cos.e + \frac{\delta f^2 h^2}{2} sin.e - \gamma h cos.e + f\gamma h sin.e} \pm \ldots$$

$$\pm \sqrt{1+\left(\frac{-\frac{\delta f h^2}{2} sin.e - \frac{\delta f^2 h^2}{2} cos.e - \gamma h sin.e - f\gamma h cos.e}{-\frac{\delta f h^2}{2} cos.e + \frac{\delta f^2 h^2}{2} sin.e - \gamma h cos.e + f\gamma h sin.e}\right)^2}.$$

N°. 33. Si le mur a son parement intérieur vertical, alors on a $sin.e=0$, et $cos.e = 1$, et l'équation devient $tang.\varsigma = -f \pm \sqrt{1+f^2}$, qui donne deux valeurs comme les précédentes, c'est-à-dire l'expression de deux tangentes, d'une $-f+\sqrt{1+f^2}$ de l'angle cherché; l'autre $-f-\sqrt{1+f^2}$ tangente de son supplément qui est dans le sens contraire : c'est-à-dire que l'expression qui convient à l'état de la question, est $tang.\varsigma = -f+\sqrt{1+f^2}$, comme on l'a trouvée (N°. 28).

Pour simplifier, faisons

$$\frac{\pm\frac{\delta f h^2}{2} sin.e - \frac{\delta f^2 h^2}{2} cos.e \pm \gamma h sin.e - f\gamma h cos.e}{\mp\frac{\delta f^2 h^2}{2} sin.e - \frac{\delta f h^2}{2} cos.e - \gamma h cos.e \mp f\gamma h sin.e} = a, \text{ et}$$

alors $tang.\varsigma = -a \pm \sqrt{1+a^2}$; et substituant cette valeur dans Q, l'on a

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}(-a\pm\sqrt{1+a^2}) \mp \frac{\delta h^2}{2} tang.e - \frac{\delta f h^2}{2}(-a\pm\sqrt{1+a^2})^2 \pm \ldots}{cos.e(-a\pm\sqrt{1+a^2}) \mp sin.e + f cos.e \pm f sin.e(-a\pm\sqrt{1+a^2})}$$

$$\ldots \frac{\pm\frac{f\delta h^2}{2} tang.e(-a\pm\sqrt{1+a^2}) - \gamma h\left[1+(-a\pm\sqrt{1+a^2})^2\right]}{cos.e(-a\pm\sqrt{1+a^2}) \mp sin.e + f cos.e \pm f sin.e(-a\pm\sqrt{1+a^2})}$$

que l'on peut mettre sous la forme de $Q = mh^2 - n\gamma h$.

Digitized by Google

N°. 34. Cette force résiste sur la hauteur totale BA comme agit le triangle DAG sur cette hauteur en vertu de sa pesanteur ; et si l'on ne considérait que le triangle quelconque DRS évidemment l'expression de la force capable de retenir ce triangle sur SR, serait $Q' = my^2 - n\gamma y$ si l'on faisait $y = BX$: et, différenciant par rapport à (Q') et à (y), l'on aura $dQ' = 2mydy - n\gamma dy$, qui sera celle de la force élémentaire résistant sur la hauteur totale tR d'un triangle élémentaire tRu de DRS ; mais cet élément agit en R : son bras de levier sera donc $XA = AB - BX = h - y$, et l'expression de son moment $(2my - \gamma n)\,dy\,(h - y) = 2mhydy - 2my^2dy - n\gamma hdy + n\gamma ydy$. Intégrant, l'on a $mhy^2 - \frac{2my^3}{3} - n\gamma hy + \frac{n\gamma y^2}{2}$, à laquelle on n'ajoute pas de constante arbitraire, parce que la somme des momens étant nulle lorsque $y = o$, cette constante serait zéro.

Cette expression étant celle du moment de la force Q' résistant sur la hauteur entière BX ou sur DR ; pour avoir celle qui résisterait sur la hauteur totale BA, il n'y aurait qu'à faire $y = h$, et l'on aurait $mh^3 - \frac{2mh^3}{3} - n\gamma h^2 + \frac{n\gamma h^2}{2} = \frac{mh^3}{3} - \frac{n\gamma h^2}{2}$. Et comme dans le cas d'équilibre, l'action doit être égale à la réaction, il suit que cette expression est celle de l'action du prisme de terres contre l'obstacle représenté par la ligne AD ou celle FA.

N°. 35. Si le prisme de plus grande poussée se trouvait chargé d'un poids Θ, l'on substituerait (N°. 30) à $P = \frac{\delta h^2}{2}(tang.\,\varsigma \mp tang.\,e)$, l'expression $P = \frac{\delta h^2}{2}(tang.\,\varsigma \mp tang.\,e) + \Theta$, et l'on aurait pour équation d'équilibre

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}tang.\,\varsigma - \frac{f\delta h^2}{2}tang.^2\varsigma \mp \frac{\delta h^2}{2}tang.\,e \pm \ldots\ldots}{cos.\,e\,tang.\,\varsigma \mp sin.\,e + f\,cos.\,e \pm f\,sin.\,e\,tang.\,\varsigma}$$

$$\pm \frac{\frac{f\delta h^2}{2}tang.\,e\,tang.\,\varsigma + \Theta - \Theta f\,tang.\,\varsigma - \gamma h(1 + tang.^2\varsigma)}{cos.\,e\,tang.\,\varsigma \mp sin.\,e + f\,cos.\,e \pm f\,sin.\,e\,tang.\,\varsigma},$$

Digitized by Google

et la différenciant par rapport à (Q) et à (ς) pour déterminer le prisme de plus grande poussée, et faisant $\frac{dQ}{d\varsigma} = o.$, l'on obtiendrait

$$tang.\varsigma = -\left(\frac{\pm\frac{f\delta h^2}{2}sin.e - \frac{\delta f^2 h^2}{2}cos.e \pm \gamma h sin.e - \gamma h f cos.e}{-\frac{f\delta h^2}{2}cos.e \mp \frac{\delta f^2 h^2}{2}sin.e - \gamma h cos.e \mp f\gamma h sin.e}\right) \pm$$

$$\pm\left(\frac{-\frac{f\delta h^2}{2}cos.e \mp \frac{f^2\delta h^2}{2}cos.e\,tang.e + \Theta cos.e + \Theta f^2 cos.e - \gamma h cos.e \pm f\gamma h sin.e}{-\frac{f\delta h^2}{2}cos.e \mp \frac{f^2\delta h^2}{2}sin.e - \gamma h cos.e \mp f\gamma h sin.e} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\pm\frac{f\delta h^2}{2}sin.e - \frac{\delta f^2 h^2}{2}cos.e \pm \gamma h sin.e - \gamma h f cos.e}{-\frac{f\delta h^2}{2}cos.e \mp \frac{\delta f^2 h^2}{2}sin.e - \gamma h cos.e \mp f\gamma h sin.e}\right)\right)^{\frac{1}{2}}$$

appelant o le premier terme du radical et c^2 le second l'on a

$$tang.\varsigma = -c \pm \sqrt{o + c^2}$$

N°. 36. Si l'on voulait encore avoir égard au frottement qui a lieu contre le parement au moment de rupture, le problème offrirait une longueur de calcul plus considérable, mais pas plus de difficulté. Car ce frottement aurait lieu en vertu d'une force équivalente à (Q); et si l'on suppose que le rapport de ce frottement à sa pression soit exprimé par (m'), l'expression de ce frottement sera m'Q qui s'opposera à l'action de la pesanteur, valeur qu'il faudra donc soustraire de (P) de manière que celle à substituer dans l'équation d'équilibre à cette quantité P, sera $\frac{\delta h^2}{2}(tang.\varsigma \mp tang.e) + \Theta - Qm'$; et l'équation d'équilibre trouvée étant $Q = \frac{P(cos.\varsigma - f sin.\varsigma) - \frac{\gamma h}{cos.\varsigma}}{sin.(\varsigma \pm e) + f cos.(\varsigma \pm e)}$, l'on aura

Digitized by Google

$$Q=\frac{\frac{\delta h^2}{2}\,tang.\,\varsigma-\frac{f\delta h^2}{2}\,tang.^2\varsigma\mp\frac{\delta h^2}{2}\,tang.\,e\pm\ldots.}{cos.\,e\,tang.\,\varsigma\mp sin.\,e+f\,cos.\,e\pm f\,sin.\,e\,tang.\,\varsigma+m'-m'f\,tang.\,\varsigma}$$
$$\pm\frac{\frac{f\delta h^2}{2}\,tang.\,e\,tang.\,\varsigma+\Theta-\Theta f\,tang.\,\varsigma-\gamma h\,(1+tang.^2\varsigma)}{cos.\,e\,tang.\,\varsigma\mp sin.\,e+f\,cos.\,e\pm f\,sin.\,e\,tang.\,\varsigma+m'-m'f\,tang.\,\varsigma},$$

et différenciant par rapport à (Q) et à (ς), et fesant $\frac{dQ}{ds}=o$ l'on aura

$$tang.\,\varsigma=-d\pm\sqrt{g+d^2}.$$

en observant que

$$d=\frac{\pm\frac{f\delta h^2}{2}sin.e-\frac{\delta f^2h^2}{2}cos.e-\frac{f\delta h^2}{2}m'\pm\gamma h\,sin.e-\gamma hf\,cos.e-\gamma hm'}{-\frac{f\delta h^2}{2}cos.e\mp\frac{\delta f^2h^2}{2}sin.e+\frac{\delta f^2h^2}{2}m'-\gamma h\,cos.e\mp f\gamma h\,sin.e-f\gamma hm'},$$

que

$$g=\frac{-\frac{f\delta h^2}{2}cos.\,e-\frac{\delta h^2}{2}m'\mp\frac{\delta f^2h^2}{2}cos.\,e\,tang.e+\Theta cos.e+\Theta f^2cos.e-\gamma hcos.e\mp f\gamma hsin.e+f\gamma hm'}{-\frac{f\delta h^2}{2}cos.\,e\mp\frac{\delta f^2h^2}{2}sin.\,e+\frac{\delta f^2h^2}{2}m'-\gamma h\,cos.\,e\mp f\gamma h\,sin.\,e+f\gamma h\,m'},$$

Substituant cette valeur dans Q, l'on aura pour son expression

$$Q=\frac{\frac{\delta h^2}{2}\left(-d\pm\sqrt{g+d^2}\right)-\frac{f\delta h^2}{2}\left(-d\pm\sqrt{g+d^2}\right)^2\mp\frac{\delta h^2}{2}tang.\,e\pm\frac{\delta fh^2}{2}tang.\,e\left(-d\pm\sqrt{g+d^2}\right)+\ldots}{cos.\,e\left(-d\pm\sqrt{g+d^2}\right)\mp sin.\,e+f\,cos.\,e\pm sin.\,e\left(-d\pm\sqrt{g+d^2}\right)+m'-m'f\left(-d\pm\sqrt{g+d^2}\right)}\cdot$$
$$\frac{\ldots\ldots+\Theta-\Theta f\left(-d\pm\sqrt{g+d^2}\right)-\gamma h-\gamma h\left(-d\pm\sqrt{g+d^2}\right)^2}{cos.\,e\left(-d\pm\sqrt{g+d^2}\right)\mp sin.\,e+f\,cos.\,e\pm sin.\,e\left(-d\pm\sqrt{g+d^2}\right)+m'-m'f\left(-d\pm\sqrt{g+d^2}\right)}.$$

L'expression de Q du (N°. 35) par la substitution de $tang.\,\varsigma=-c\pm\sqrt{o+c^2}$, étant absolument semblable à cette dernière; il suit que l'une et l'autre peuvent être représentées par $Q=\delta h^2 s-\gamma ht'$.

N°. 37. Quoique nous venions de donner la solution générale de la détermination du prisme de terre de plus grande poussée, en ayant égard au frottement qui a lieu contre le parement intérieur de l'obstacle; nous n'en faisons point usage dans celle de la détermination de l'épaisseur à donner aux murs de revêtement, d'après les observations que nous faisons sur cette théorie.

Digitized by Google

Ainsi donc la détermination générale du prisme de plus grande poussée étant exprimée par $h\ tang.\ \varsigma = h\left(-c \pm \sqrt{o + c^2}\right)$; la force capable de le retenir sur le plan incliné d'éboulement sera

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}\left(-c \pm \sqrt{o+c^2}\right) - \frac{f\delta h^2}{2}\left(-c \pm \sqrt{o+c^2}\right)^2 \mp \frac{\delta h^2}{2} tang.\ e \pm \ldots\ldots}{cos.\ e\left(-c \pm \sqrt{o+c^2}\right) \mp sin.\ e + f cos.\ e \pm sin.\ e\left(-c \pm \sqrt{o+c^2}\right) + m' - m' f\left(-c \pm \sqrt{o+c^2}\right)}$$

$$\frac{\ldots\ldots \pm \frac{\delta f h^2}{2} tang.\ e\left(-c \pm \sqrt{o+c^2}\right) + \Theta - \Theta f\left(-c \pm \sqrt{o+c^2}\right) - \gamma h - \gamma h\left(-c \pm \sqrt{o+c^2}\right)^2}{cos.\ e\left(-c \pm \sqrt{o+c^2}\right) \mp sin.\ e + f cos.\ e \pm sin.\ e\left(-c \pm \sqrt{o+c^2} + m' - m' f\left(-c \pm \sqrt{o+c^2}\right)\right.}$$

dans laquelle en substituant les valeurs connues

de (f), (c), (o), $(tang.\ e)$, $(sin.\ e)$, et $(cos.\ e)$,

on ramenerait cette expression à $Q = \delta s h^2 - \gamma h t'$, comme on l'a dit au (N°. 36) de la formule précédente ; et le moment de cette force serait exprimé par $\frac{\delta s h^3}{3} - \frac{\gamma h^2 t'}{2}$.

N°. 38. Cherchons actuellement quelle est la résistance à opposer à cette force, par l'épaisseur d'un mur de revêtement. Ce mur ne peut être construit que de quatre manières, savoir :

1°. Incliné ou droit, et conservant dans ces deux situations, une égale épaisseur dans toute sa hauteur.

2°. Ayant un talus intérieur, et le parement extérieur sans talus.

3°. Le parement extérieur en talus, et le parement intérieur sans talus.

4°. Enfin, ayant un talus de chaque côté.

Cette dernière construction renfermant les trois autres, nous allons nous occuper de celle-ci, pour avoir la formule la plus générale sur la résistance des murs de revêtement.

Soit (h) la hauteur du mur égale à celle du remblai ; (x) l'épaisseur du mur au couronnement ; $\frac{1}{m}$ le rapport de la base du talus intérieur à la hauteur ; $\frac{1}{n}$ celui de la base du talus extérieur à la hauteur.

Fig. 14. La surface du premier triangle D'EA formant le talus intérieur ; sera exprimée par $\frac{h^2}{2m}$. Celle du corps du mur D'EMO par hx. Celle du triangle

Digitized by Google

triangle NOM formant le talus extérieur par $\frac{h^2}{2n}$. Et si l'on appelle (π) la pesanteur spécifique de la maçonnerie, l'on aura pour l'inertie du mur $\pi\left(\frac{h^2}{2m}+hx+\frac{h^2}{2n}\right)$ dont le moment sera exprimé par

$$\frac{h^3\pi}{6m^2}+\frac{h^2\pi x}{2m}+\frac{h^3\pi}{2mn}+\frac{\pi x^2 h}{2}+\frac{\pi h^2 x}{n}+\frac{h^3\pi}{3n^2}.$$

Mais cette maçonnerie ne résiste pas seulement en vertu de sa pesanteur, mais encore en vertu de l'adhérence des mortiers, et si l'on appelle cette adhérence sur l'unité de surface (t), l'on aura, pour l'expression de cette ténacité, $t\left(\frac{h}{m}+x+\frac{h}{n}\right)$, et pour celle de son moment $\frac{t}{2}\left(\frac{h}{m}+x+\frac{h}{n}\right)^2$. Ajoutant les momens de la résistance de ces deux expressions, l'on en tire l'équation d'équilibre en l'égalant au moment de la force (Q) exprimée (au N°. 37) par $\frac{\delta' s h^3}{3}-\frac{\gamma h^2 t'}{2}$;

et l'on a $x^2\left(\frac{\pi h+t}{2}\right)+x\left(\frac{\pi h^2}{2m}+\frac{\pi h^2}{n}+\frac{2ht}{2n}+\frac{2ht}{2m}\right)+\ldots$

$$\ldots+h^2\left(\frac{\pi h}{6m^2}+\frac{\pi h}{2mn}+\frac{\pi h}{3n^2}+\frac{t}{2n^2}+\frac{t}{2m^2}+\frac{t}{mn}\right)=h^2\left(\frac{2\delta' sh-3\gamma t'}{6}\right),$$

d'où l'on tire $x=-\frac{\pi h^2 n+2\pi h^2 m-2mht-2nht+\ldots}{2mn(\pi h+t)}$

$$\ldots\left[h^2\left(\frac{2\delta' sh-3\gamma t'}{3(\pi h+t)}\right)-h^2\left(\frac{\pi hn^2+3mn\pi h+2m^2\pi h+3m^2t+6mnt+3n^2t}{3m^2n^2(\pi h+t)}\right)+\ldots\right.$$

$$\left.\ldots+\left(\frac{\pi h^2 n+2m\pi h^2+2mht+2nht}{2mn(\pi h+t)}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}.$$

N°. 39. Lorsqu'il n'y aura qu'un talus extérieurement l'épaisseur du mur au sommet sera exprimée par

$$s=-\frac{\pi h^2-ht}{n(\pi h+t)}+\sqrt{h^2\left(\frac{2\delta' sh-3\gamma t'}{3(\pi h+t)}\right)-h^2\left(\frac{2\pi h+3t}{3n^2(\pi h+t)}\right)+\left(\frac{\pi h^2+ht}{n(\pi h+t)}\right)^2}.$$

N°. 40. Lorsqu'au contraire, il n'y aura point de talus extérieurement,

Digitized by Google

et que le talus sera intérieur, l'on aura

$$x = -\frac{\pi h^2 - 2ht}{2m(\pi h + t)} + \sqrt{h^2\left(\frac{2\delta sh - 3\gamma t'}{3(\pi h + t)}\right) - h^2\left(\frac{\pi h + 3t}{3m^2(\pi h + t)}\right) + \left(\frac{\pi h^2 + 2ht}{2m(\pi h + t)}\right)^2}.$$

N°. 41. Enfin, si le mur a ses paremens verticaux, son épaisseur au sommet sera exprimée par $x = h\sqrt{\frac{2\delta sh - 3\gamma t'}{3(\pi h + t)}}$.

N°. 42. Si le mur se trouvait, par intervalles, retenu par des contre-forts espacés de milieu à milieu sur une longueur exprimée par (e); que la hauteur de ces contre-forts fondés comme les murs fût (h), et que la surface d'une section moyenne fût (ωl), la lettre (l) représentant la longueur des contre-forts à la base; enfin que (t) représente la tenacité du mortier sur l'unité de surface : l'on aura, pour le moment de la force capable de retenir sur la distance (e) le prisme de plus grande poussée sur son plan incliné, $(e-\omega) \times \left(\frac{\delta sh^3}{3} - \frac{\gamma h^2 t'}{2}\right)$; et le moment de résistance du mur sera

$$ex^2\left(\frac{\pi h + t}{2}\right) + ex\left(\frac{\pi h^2}{2m} + \frac{\pi h^2}{n} + \frac{ht}{n} + \frac{ht}{m}\right) + \ldots$$

$$\ldots + eh^2\left(\frac{\pi h}{6m^2} + \frac{\pi h}{2mn} + \frac{\pi h}{3n^2} + \frac{t}{2n^2} + \frac{t}{2m^2}\right).$$ Le moment du contre-fort sera $\left(h\omega l\pi\right)\left(\frac{l}{2} + \frac{h}{m} + x + \frac{h}{n}\right) + t\omega l \times \frac{l}{2}$.

On ne prend, pour le levier de la ténacité des mortiers, que $\frac{l}{2}$, attendu que l'on a compris dans le moment du mur celui de la ténacité de la base de ce mur qui correspond aux contre-forts.

Ainsi, l'équation d'équilibre sera

$$x^2\left(\frac{e\pi h + ct}{2}\right) + x\left(\frac{e\pi h^2}{2m} + \frac{e\pi h^2}{n} + \frac{eht}{n} + \frac{eht}{m} + h\omega l\pi\right) + \ldots$$

$$\ldots + \frac{e\pi h^3}{6m^2} + \frac{e\pi h^3}{2mn} + \frac{e\pi h^3}{3n^2} + \frac{eh^2 t}{2n^2} + \frac{eh^2 t}{2m^2} + \frac{eh^2 t}{mn} + \frac{h\omega\pi l^2}{2} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{\omega\pi lh^2}{m} + \frac{\omega\pi lh^2}{n} + \frac{t\omega l^2}{2} = (e-\omega) \times \left(\frac{\delta sh^3}{3} - \frac{\gamma h^2 t^2}{2}\right);$$

Digitized by Google

de laquelle on tire $x = a + \sqrt{b + c + a^2}$, en observant que

$$a = \frac{-en\pi h^2 - 2em\pi h^2 - 2emht - 2enht - 2mnl\omega\pi h}{2mn(e\pi h + et)},$$

que $b = \frac{2\delta seh^3 - 2\delta s\omega h^3 - 3\gamma et'h^2 + 3\gamma\omega t'h^2}{3(e\pi h + et)}$,

et que $c = \frac{-e\pi n^2 h^3 - 3e\pi mnh^3 - 2em^2\pi h^3 - 3em^2th^2}{3m^2n^2(e\pi h + et)} - \ldots$

$$- \frac{6mnth^2 e - 3en^2th^2 - 3m^2n^2h\omega\pi l^2 - 6mn^2\omega\pi lh^2}{3m^2n^2(e\pi h + et)} - \ldots.$$

$$\ldots - \frac{6m^2n\omega\pi lh^2 - 3m^2n^2\omega tl^2}{3m^2n^2(e\pi h + et)}.$$

N°. 43. Lorsqu'il n'y aura qu'un talus extérieurement, l'épaisseur du mur au sommet sera $x = a' + \sqrt{b + c' + (a')^2}$, et observant que $a' = \frac{-\pi h^2 e - hte - l\omega\pi hn}{n(e\pi h + te)}$; que la quantité (b) reste la même que ci-dessus, et que

$$c' = \frac{-2e\pi h^3 - 3eth^2 - 3n^2h\omega\pi l^2 - 6n\omega\pi lh^2 - 3n^2\omega tl^2}{3n^2(e\pi h + et)}.$$

N°. 44. Si, au contraire, le mur n'a qu'un talus intérieur, son épaisseur au sommet sera $x = a'' + \sqrt{b + c'' + (a'')^2}$, en observant que $a'' = \frac{-e\pi h^2 - 2eht - 2ml\omega\pi h}{2m(e\pi h + te)}$; que la quantité (b) est la même qu'au (n°. 42), et que

$$c'' = \frac{-e\pi h^3 - 3eth^2 - 3m^2h\omega\pi l^2 - 6m\omega\pi lh^2 - 3m^2\omega tl^2}{3m^2(e\pi h + et)}.$$

N°. 45. Enfin, lorsque le mur sera vertical, son épaisseur sera exprimée par $x = a''' + \sqrt{b + c''' + (a''')^2}$,

en observant que $a''' = \frac{-\omega l\pi h}{e\pi h + te}$, que la valeur de (b) est comme ci-dessus, et que $c''' = \frac{-\omega l^2}{e}$.

Digitized by Google

N°. 46. Si l'on supposait que l'action du prisme triangulaire des terres exerçant la plus grande pression, donnât à l'obstacle un mouvement de translation; c'est-à-dire que le mur de revêtement fût poussé horizontalement en glissant sur sa base, ce qui ne peut avoir lieu que par un défaut de construction, ainsi qu'on le fera observer d'après l'expérience; l'on aura dans ce cas-là, pour la pression exercée par le prisme de plus grande poussée, l'expression de la force énoncée au (n°. 36), que l'on peut présenter sous la forme de $Q = \delta h^2 s - \gamma h t''$, dans laquelle entre m', qui exprime le rapport du frottement à la pression qui a lieu contre le parement intérieur, afin d'obtenir l'expression la plus générale.

Supposant toujours la pesanteur du mur $\left(\frac{h^2}{2m} + hx + \frac{h^2}{2n}\right)\pi e$; celle des contre-forts $(h\omega l\pi)$; la ténacité des mortiers sur l'unité de surface (t), et enfin le rapport du frottement qu'exercerait la pesanteur du mur sur sa base au moment de translation (q), l'on aura l'équation d'équilibre sur une distance (e),

exprimée par $(e - \omega)\ (\delta h^2 s - \gamma h^2 t'') = \ldots\ldots$

$$\ldots = q\pi e\left(\frac{h^2}{2m} + hx + \frac{h^2}{2n}\right) + h\omega l\pi q + \frac{the}{m} + txe + \frac{hte}{n} + t\omega l,$$

d'où l'on tire $x = \frac{e\delta h^2 s - e\gamma h^2 t'' - \omega\delta h^2 s + \gamma h^2 t''\omega}{q\pi he + te} - \ldots\ldots$

$$\ldots - h\left(\frac{q\pi nh + q\pi mh + 2tn + 2tm}{2nm(q\pi h + t)}\right) - l\left(\frac{h\omega\pi q + t\omega}{e(q\pi h + t)}\right).$$

N°. 47. Lorsque le mur n'aura qu'un talus extérieurement,

$$x = \frac{e\delta h^2 s - e\gamma h^2 t'' - \omega\delta h^2 s + \gamma h^2 t''\omega}{e(q\pi h + t)} - h\left(\frac{q\pi h + 2t}{2m(q\pi h + t)}\right) - \ldots$$

$$\ldots - l\left(\frac{h\omega\pi q + t\omega}{e(q\pi h + t)}\right).$$

N°. 48. Lorsqu'au contraire, le mur n'aura point de talus extérieu-

Digitized by Google

rement, et que ce talus sera intérieur,

l'on aura $x = \frac{e\delta h^2 s - e\gamma h^2 t'' - \omega\delta h^2 s + \gamma h^2 t''\omega}{e(\pi q h + t)}$ . . . . . .

. . . . $- h\left(\frac{q\pi h + 2t}{2n(q\pi h + t)}\right) - l\left(\frac{h\omega\pi q + t\omega}{e(h\pi h + t}\right)$.

N°. 49. Lorsqu'enfin le mur aura ses paremens verticaux,

$$x = \frac{e\delta h^2 s - e\gamma h^2 t'' - \omega\delta h^2 s + \gamma h^2 t''\omega}{e(\pi q h + t)}.$$

OBSERVATIONS

SUR LA THÉORIE (N°. 27) DE M. COULOMB, SUR CELLE (N°. 28), *dans laquelle on a substitué les quantités angulaires aux quantités linéaires*, ET SUR LA MÊME THÉORIE (N°s. 29 ET 30), *considérée d'une manière plus générale.*

M. Coulomb, dans les applications qu'il a faites à sa théorie, a supposé des terres végétales, et a observé que, par leur nature, abandonnées à elles-mêmes, elles prenaient un talus de 45°, et que dans ce cas, d'après la théorie du plan incliné, le frottement était égal à la pression.

M. Prony, d'après cette idée, en substituant les quantités angulaires aux quantités linéaires, ainsi qu'on l'a fait n°. 28, détermine le rapport du frottement à la pression d'après la théorie du plan incliné formé par l'éboulement naturel des terres, et introduit dans l'équation d'équilibre, au lieu de f rapport du frottement à la pression, l'expression $\frac{1}{tang.\ \tau}$. (L'angle formé par le talus naturel des terres et la verticale étant exprimée par τ), il parvient, d'après cette substitution et la méthode *de maximis et minimis*, à ce résultat très-simple $tang.\ \tau = tang.\ 2\varsigma$, le signe ς représentant, comme on l'a vu n°. 28, l'angle formé par l'éboulement du prisme de plus grande poussée et la verticale; duquel il résulte que $\tau = \frac{1}{2}\varsigma$, c'est-à-dire que l'angle formé par le prisme de plus Fig. 6.

Digitized by Google

grande poussée, est moitié de l'angle formé par le talus ordinaire des terres et la verticale.

Cette expression très-simple sous la forme analytique, n'offre point la même simplicité dans l'application. Car il faut, au moyen des tables des logarithmes, déterminer les tangentes de la moitié de l'angle formé par le talus naturel des terres, tandis qu'il est plus simple d'avoir la base du prisme de plus grande poussée en fonctions de f, comme M. Coulomb; ou si la formule est exprimée en quantités angulaires, d'avoir l'expression de la tangente de l'angle d'éboulement en mêmes fonctions, ce rapport f étant déterminé par l'expérience.

Cette détermination de f, d'après la théorie du plan incliné, quoique très-ingénieuse, laisse des doutes sur sa valeur, que l'expérience seule peut faire disparaître; car l'on sait que lorsque les pressions deviennent considérables, et qu'elles varient, le rapport du frottement à la pression varie aussi; dans ce cas, il faut prendre le rapport du frottement à la pression sur le plan incliné formé par l'éboulement; au lieu que $\frac{1}{tang.\ \tau} = f$ suppose que dans les terres, de quelque nature qu'elles soient, le rapport du frottement à la pression est constant et commun, quelle que soit l'inclinaison du talus sur lequel il a lieu.

Car le rapport du frottement à la pression exprimé par $f = \frac{1}{tang.\ \tau}$,

Fig. 6. désigne le rapport du frottement à la pression pris sur le plan d'inclinaison AC talus naturel des terres, tandis que dans l'équation d'équilibre, on a introduit $(Q\ cos.\ \varsigma + P.\ sin.\ \varsigma)$ pour l'expression de la pression prise d'après l'inclinaison AG, talus formé par l'éboulement du prisme de plus grande poussée. Ainsi, pour lever toute espèce de doute, il faut déterminer le frottement sur le plan sur lequel il a lieu; mais le frottement de deux corps quelconques composés de parties homogènes ou hétérogènes, ne peut être connu que lorsqu'une force quelconque est parvenue à détruire l'engrénage de leurs parties.

Une force quelconque est parvenue à détruire l'engrénage des parties

Digitized by Google

de deux corps, lorsque les points de contact de ses parties ne sont plus les mêmes; et ce n'est que dans ce cas, que l'on peut faire des recherches sur le frottement.

Pour faire ces recherches, il faut distinguer deux espèces de frottement dans les terres végétales, ou de toute autre nature, que j'appellerai *frottement parfait* et *frottement imparfait*. Le *frottement parfait*, serait celui exercé par les parties terreuses ou sables, après que leur engrénage s'est opéré le plus parfaitement possible, par l'attraction et la continuité de pression qu'elle exerce; et celui-ci doit être distingué de la cohésion qui suppose la réunion des parties en masse par la combinaison d'une substance étrangère qui les agglutine.

Le *frottement imparfait*, serait celui qui a lieu lorsque l'on jette les sables, les parties terreuses, les décombres, etc. sur un plan incliné formé des mêmes substances. Alors l'engrénage complet n'ayant pas lieu, une partie roule ou frotte sur ses saillans en vertu de la pesanteur seulement, la pression étant en partie détruite par le mouvement.

Ainsi, ce n'est pas ce dernier frottement qu'il importe de connaître, mais le *frottement parfait* qui n'a lieu qu'en vertu du prisme de plus grande poussée, qui produit un tassement plus ou moins considérable, déterminé par l'action de la pression, qui finit par perdre de son énergie, lorsque l'engrénage des parties est opéré. C'est celui qui a été déterminé par les expériences; car il ne pouvait y avoir de cohésion, puisque les terres étaient émiétées et ses sables secs.

La théorie de M. Coulomb n'est point générale, quoiqu'il soit le premier qui ait résolu le problême de la poussée des terres. Il a mis pour condition dans sa solution que la force capable de soutenir le prisme de plus grande poussée, sur son plan incliné avait sa direction horizontale; ce qui suppose l'obstacle vertical; et il ne pouvait guères considérer le problême autrement dès qu'il n'employait que les quantités linéaires pour résoudre la question. L'introduction des quantités angulaires a donné l'avantage de traiter le problême sous le point de vue le plus général, comme on l'a fait au (N°. 29), en considérant la

Digitized by Google

force capable de retenir le prisme de plus grande poussée sur son hypoténuse, ayant une direction quelconque.

Dans l'application, cette direction se détermine d'après l'inclinaison de l'obstacle à l'horizon. Si la formule en est compliquée, c'est qu'elle renferme la plus grande généralité; mais l'on verra qu'elle se simplifie dans les applications, où il est extrêmement rare que l'on doive avoir égard à toutes les conditions qu'elle renferme. Cependant, comme elles peuvent se présenter, c'eût été une défectuosité et un embarras pour le constructeur, lorsqu'il aurait voulu avoir égard à toutes les considérations que comporte le problême.

COMPARAISON

DE LA FORMULE LINÉAIRE ET SPÉCIALE DE M. COULOMB, A LA FORMULE GÉNÉRALE.

N°. 50. Si ces formules pouvaient différer, ce ne serait que dans la valeur de la base du prisme de terres exerçant la plus grande poussée, puisque l'une et l'autre fixent le volume de ce prisme. Or, dans la formule de M. Coulomb, cette base est représentée par la quantité

$x = -\frac{h}{f} \pm h\sqrt{1+\frac{1}{f^2}}$, lorsqu'il n'y a point de surcharge.

Dans la formule générale, cette base est représentée par ($h\,tang.\,\varsigma$). Mais l'on a vu (N°. 30) que lorsque le mur est vertical

$h\,tang.\,\varsigma = -f + \sqrt{1+f^2}$.

Sur quoi il faut observer que dans la formule de M. Goulomb, (f) représente une quantité (m); et que dans la formule générale, il représente $\frac{1}{m}$; par conséquent $x = -\frac{h}{m} \pm h\sqrt{1+\frac{1}{m^2}}$, dans la formule de M. Coulomb et de même dans la formule générale

$x = h\,tang\,\varsigma = -\frac{h}{m} \pm \sqrt{1+\frac{1}{m^2}}$ valeurs identiques.

LIVRE

Digitized by Google

LIVRE TROISIÈME.

COMPARAISON DES EXPÉRIENCES DE JULIERS ET DE LA THÉORIE DE M. COULOMB GÉNÉRALISÉE, DÉMONTRÉE, PAR L'ANALYSE ET L'EXPÉRIENCE, ÊTRE LA SEULE VRAIE ET LA PLUS SIMPLE.

CHAPITRE PREMIER.

COMPARAISON DES EXPÉRIENCES SUR LES TERRES, ET DE LA THÉORIE.

N°. 51. Si l'on observe que le cube des terres qui ont agi dans la septième expérience faite avec un parapet, au moment de la chûte du mur, a été de $1^m,54^c$; que celui de la vingt-unième, également avec un parapet, au moment de la chûte du mur, a été de $1^m,51^c$, et que les poids de ces cubes ne diffèrent que de 7 kilogr.; on en induira que les terres étant les mêmes, ainsi que leur poids, elles ont agi de la même manière.

D'un autre côté, le cube de la sixième expérience, le coffre rempli seulement de niveau sans parapet, a été de $1^m,03^c$; celui de la vingt-unième expérience, déterminé d'après les dimensions prises après l'éboulement, était de $0^m,97875$, et aurait été de $0^m,99^c$ en supposant le foisonnement dans le rapport donné par la sixième expérience. La différence du poids de ces cubes n'est que de 8 kilogr.

D'où l'on doit conclure que le cube des terres, le coffre n'étant arrasé que de niveau à la partie supérieure dans la vingt-unième expérience,

Digitized by Google

est le même que celui de la sixième; et a agi sur le mur de la même manière que celui de la sixième expérience a agi sur le tablier.

Détermination de la distance de la résultante au pied du mur, d'après l'expérience.

Mais dans les sixième et septième expériences, le point d'application était au $\frac{1}{3}$ en contre-haut du fond du coffre: par conséquent la résultante, dans la vingt-unième expérience, passait également au $\frac{1}{3}$ en contre-haut de la base du mur.

N°. 52. Examinons actuellement si la théorie s'accorde en ce point avec l'expérience. On a vu (N°. 34) que le moment total des terres autour du point E était exprimé par $\frac{mh^3}{3} - \frac{n\gamma h^2}{2}$, dans lequel

$$m = \frac{\frac{\delta}{2}\left(-a \pm \sqrt{b+a^2}\right) \mp \frac{\delta}{2} tang.e - \frac{\delta f}{2}\left(-a \pm \sqrt{b+a^2}\right)^2 \pm \frac{f\delta}{2} tang.e\left(-a \pm \sqrt{b+a^2}\right)}{cos.e\left(-a \pm \sqrt{b+a^2}\right) \mp sin.e + f\,cos.e \pm f\,sin.e\left(-a \pm \sqrt{b+a^2}\right)}$$

$$\text{et } n = \frac{-\gamma - \gamma\left(-a + \sqrt{b+a^2}\right)^2}{cos.e\left(-a \pm \sqrt{b+a^2}\right) \mp sin.e + f\,cos.e \pm f\,sin.e\left(-a \pm \sqrt{b+a^2}\right)}.$$

On a vu également dans le N°. 33, que $Q = mh^2 - n\gamma h$. Si l'on divise $\frac{mh^3}{3} - \frac{n\gamma h^2}{2}$ par l'expression de Q, il est évident que l'on aura la distance de la résultante de toutes les pressions horizontales au pied du mur, exprimée par $\frac{\frac{mh^3}{3} - \frac{n\gamma h^2}{2}}{mh^2 - n\gamma h}$. Mais dans la vingt-unième expérience, ainsi que dans les sixième et septième, les terres végétales étaient parfaitement corroyées; par conséquent leur cohésion était nulle. Il faut donc faire $\gamma = 0$, dans cette expression qui deviendra $\frac{mh^3}{3} \times mh^2 = \frac{h}{3}$, résultat conforme à l'expérience.

Détermination de la distance de la résultante au pied du mur, d'après la théorie.

N°. 53. Dans la vingt-sixième expérience, le poids des terres éboulées qui ont agi sur la petite caisse avec un effort de 224 kilogr., était de 1045 kilogr., et le point d'application se trouvait à $0^m,50^c$ au dessus du fond du coffre.

Après avoir recouvert avec un plancher le talus formant l'hypoténuse

Digitized by Google

du triangle d'éboulement, ces mêmes terres ont agi avec un effort de 362 kilogr.; d'où il résulte une différence de 138 kilogr. qui représente un poids de $643^{kil},8$; car 1045 kilogrammes ayant fait un effort de 224 kilogr., il suit qu'il aurait fallu un poids de 1687 kilogr. pour produire un effet de 362 kilogrammes.

Observons maintenant que la pression totale sur GA est exprimée par PI + QL; appellant N cette pression, et l'angle GAB = e; PH = P; QH = Q; l'on aura N = P *cos.* e + Q *sin.* e: et comme l'on sait que $Q = \frac{P \sin. e}{\cos. e}$, l'on en déduit $N = \frac{P}{\cos. e}$. Fig. 6.

Si l'on applique actuellement à ces valeurs les résultats de la vingt-sixième expérience, l'on aura P = 1045 kilogr.; *cos.* e = 0,82; donc N = 1274 kilogr., pression totale. Mais le frottement, comme on l'a vu au second article de ce N°, est égal à l'effet d'un poids de 644 kilogr.: il peut être par conséquent regardé comme égal à $\frac{N}{2}$; donc le rapport du frottement à la pression est exprimé par $\frac{1}{2} = f$.

Détermination du rapport du frottement à la pression, d'après l'expérience, pour les terres végétales.

N°. 54. *En général, lorsque l'on aura à construire des murs de revêtemens pour soutenir des terres végétales, l'on substituera à* (f) *dans la formule générale, la quantité numérique* $\frac{1}{2}$. Et Lorsqu'on voudra faire des applications à la théorie de M. Coulomb, c'est le nombre (2) qu'il faudra substituer à (f) dans sa formule.

N°. 55. Pour la vingt-unième expérience, on a construit un mur en mortier de terrasse, derrière lequel on a jeté des terres végétales parfaitement corroyées. Examinons l'épaisseur que détermine la théorie générale pour le parfait équilibre. Mais auparavant cherchons l'expression numérique de la distance de la ligne de rupture au mur, mesurée au niveau de son sommet.

On a vu (N°s. 30 et 33) que $BG = h\ tang.\ \zeta = h\left(-f + \sqrt{1-f^2}\right)$; Fig. 14.
et (N°. 54) que $f = \frac{1}{2}$; d'où $BG = h\ (0,618) = h\ tang.\ e$.

Digitized by Google

Démonstration de la conformité des résultats de la théorie et de l'expérience.

Mais dans la vingt-unième expérience $h = 1^m,50^c$; donc BG = 0,927, distance de la ligne de rupture au mur, conforme à l'expérience vingt-une, puisque généralement elle était de $0^m,93^c$, et que ce n'était que sur les bords qu'elle était de $0^m,76^c$, par l'adhérence des terres aux parois du coffre.

Observons que dans l'équation d'équilibre du N°. 30,

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2} tang.\ \varsigma \mp \frac{\delta h^2}{2} tang.\ e - \frac{\delta f h^2}{2} tang.^2\ \varsigma \pm \frac{f\delta h^2}{2} tang.\ e\ tang.\ \varsigma - \gamma h(1 + tang.^2 \varsigma)}{cos.\ e\ tang.\ \varsigma \mp sin.\ e + f\ cos.\ e \pm f\ sin.\ e\ tang.\ \varsigma};$$

Fig. 14. il faut faire *tang.* e et *sin.* e égal à zéro, et *cos.* $e = 1$; puisque le mur étant vertical fait disparaître l'angle BAD ou BAD′: et alors l'on a

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2} tang.\ \varsigma - \frac{\delta f h^2}{2} tang.^2\ \varsigma - \gamma h\,(1 + tang.^2\ \varsigma)}{tang.\ \varsigma + f},$$ observant encore que dans cette expérience, la cohésion étant nulle, l'on a

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2} tang.\ \varsigma - \frac{\delta f h^2}{2} tang.^2\ \varsigma}{tang.\ \varsigma + f},$$ et substituant à $(tang.\ \varsigma)$ sa valeur (0,618), et $(\frac{1}{2})$ au lieu de (f) l'on a

$$Q = \delta h^2 \left(\frac{0{,}309 - 0{,}0955}{1{,}118}\right) = \delta h^2\ (0{,}19097),$$ et par conséquent dans l'équation $Q = mh^2 - n\gamma h$, exprimée à la fin du N°. 33, $m = \delta\ (0{,}19097)$, la quantité (γ) étant zéro.

Mettant cette valeur de $m = \delta\ (0{,}19097)$ dans l'expression du moment total de la force $\frac{mh^3}{3} - \frac{n\gamma h^2}{2}$; trouvée N°. 34, dans laquelle l'on doit également faire $\gamma = 0$; l'on aura pour l'action totale des terres de la vingt-unième expérience $\frac{h^3\delta}{3}\ (0{,}19097) = \delta h^3\ (0{,}063657)$.

N°. 56. Cherchons actuellement la résistance du mur. Nous avons trouvé à la fin du N°. 38, que son expression était

$$\frac{\pi h^3}{6m^2} + \frac{\pi x h^2}{2m} + \frac{\pi h^3}{2mn} + \frac{\pi h x^2}{2} + \frac{\pi x h^2}{n} + \frac{\pi h^3}{3n^2} + \frac{t}{2}\left(\frac{h}{m} + x + \frac{h}{n}\right)^2.$$

Digitized by Google

Mais comme dans ce cas-ci, le mur n'avait point de talus, $\frac{1}{m} = o$, et $\frac{1}{n} = o$. De plus, à cause de la fraîcheur des maçonneries, on doit encore faire $t = o$. De manière que son moment se réduit à $\frac{\pi h x^2}{2}$, et que l'équation d'équilibre devient $\frac{x^2 \pi h}{2} = \delta h^3$ (0,063657),

d'où $x = \sqrt{\frac{\delta}{\pi}(0,12731)}$, qui est la même que celle du (N°. 41), en faisant $s = (0,063657)$. Si dans cette valeur l'on substitue à $\delta = 38^{kil}$, $\pi = 60^{kil}$, et à $h = 1^m,5$, ainsi qu'on l'a trouvé dans la vingt-unième expérience, l'on aura $x = 1,50\sqrt{\frac{38}{60}(0,12731)} = (1^m,5)(0,284) = 0,426$, dimension confirmée par cette expérience, dans laquelle on a vu que le mur avait $0,^m40^c$ d'épaisseur, et que lorsque les terres avaient été arrasées au niveau de la hauteur, il avait cédé de $0^m,04^c$, et que cependant il n'était tombé qu'après avoir fait vider deux fois les terres du coffre, les y avoir rejetées et formé un parapet; ce qui doit faire conclure avec certitude que le mur était au moment de l'équilibre, et que s'il eût eu $0,^m03^c$ de plus, il n'eût fait aucun mouvement.

Autre démonstration de la conformité des résultats entre la théorie et l'expérience.

N°. 57. Faisons une application de cette formule générale à l'expérience vingt-deux, et observons que les terres n'ont point de cohésion, que par conséquent, la formule $x = \sqrt{\frac{2\delta s h^3 - 3\gamma h^2 t}{3(\pi h + t)}}$ deviendra $x = \sqrt{\frac{2\delta s h^3}{3\pi h + 3t}}$; le mur de cette expérience ayant été construit en brique sans mortier, $t = o$, et l'équation se réduit à $x = \sqrt{\frac{2\delta s h^2}{3\pi}}$.

Mais on a vu au quatrième article du N°. 55, que $\frac{h^3\delta}{5}$ (0,19097)

Digitized by Google

représentait $\frac{mh^3}{3}$, ou bien $\frac{\delta s h^3}{3}$; donc $s = (0,19097)$ et $x = h\sqrt{\frac{\delta}{h}(0,12735)}$. Dans cette expérience l'unité de mesure de terre pesait $38^{kil} = \delta$, et celle de brique $41^{kil}, 60 = \pi$, et l'on avait comme dans la précédente expérience, $h = 1^m,50^c$ faisant ces substitutions $x = (1,50)\sqrt{\frac{38}{41,6}(0,12737)} = 0,51$.

Après que le mur fut remblayé au niveau de sa hauteur avec des terres végétales, il surplomba de $0^m,03^c$, et n'avait qu'une épaisseur de $0^m,50^c$. On eut beau vider le coffre et le remplir plusieurs fois, avec la surcharge d'un parapet, on ne put parvenir à le faire tomber comme le mur en maçonnerie; on ne fit qu'augmenter le surplomb, d'où l'on peut conclure d'une manière péremptoire, qu'il était au moment de l'équilibre lorsque les terres furent remblayées de niveau à son sommet; et qu'il n'eût reçu aucun mouvement s'il eût eu $0^m,51^c$ d'épaisseur au lieu de $0^m,50^c$.

Autre application qui démontre la conformité des résultats entre la théorie et l'expérience.

CHAPITRE II.

APPLICATION DE LA THÉORIE

A DIFFÉRENTES ESPÈCES DE MURS DE TERRASSES.

Fig. 15. N°. 58. Soit supposé une escarpe de maçonnerie de $11^m,37 = h$ de hauteur, surchargée d'un remblai de terres végétales et d'un parapet ordinaire, et ayant ses paremens verticaux.

On commencera par déterminer la distance de la ligne de rupture des terres au mur, au moyen des formules du (N°. 30), et pour cela

Digitized by Google

l'on sait que cette distance est exprimée par (h *tang.* ς), dont l'expression deviendra en substituant ($\frac{1}{2}$) à (f); valeur déduite (N°. 54) de l'expérience 26 sur les terres végétales; h *tang.* $\varsigma = h$ (0,618), ainsi qu'on l'a vu (N°. 55); d'où h *tang.* $\varsigma = 7^{m},03^{c}$.

N°. 59. Cela posé, soit pris CE $= 7^{m},03^{c}$, et tirée la ligne EF; le triangle EFC sera le profil du prisme de terre exerçant la plus grande pression contre le mur CF; et comme l'on a vu dans les observations sur les expériences faites à Juliers, que la surcharge influait peu sur la ligne de rupture, l'on doit en conclure, d'une manière générale, que *la ligne de rupture dans les remblais faits derrière les murs avec de la terre végétale, est éloignée du couronnement du mur de* (0,618) h, *lorsque le parement intérieur du mur est vertical; la lettre* (h) *représentant la hauteur du remblai.*

Détermination générale de la ligne de rupture au couronnement des murs, pour les remblais formés avec des terres végétales.

N°. 60. De ce que l'angle EFC ne varie point par la surcharge, il suit que si l'on prolongeait FE, il serait facile de former un trapèze tel que celui ELMC, dont la surface fût égale à celle de EGHINCE, observant que le parallélogramme CNKB est en faveur de la résistance. Mais pour plus de solidité, supposons au contraire qu'il tende à renverser le mur; alors le trapèze ELMC devra être égal au profil EGHIKBE; ce qui, dans ce cas, ferait MC $= 1^{m},63^{c}$, et par conséquent ferait que la hauteur du prisme des terres agissant, serait FM $= 13^{m}. = h$. L'on a supposé que CF $= 11^{m},37^{c} = a$, et si pour les densités, l'on s'en rapporte à l'expérience 21, l'on aura $\delta = 38$, $\pi = 60$, et enfin CB $= x$.

Dans ce cas-ci, la hauteur du remblai étant différente de la hauteur du mur, la formule générale du (N°. 41), au lieu d'être $x = h\sqrt{\frac{2\delta sh - 3\gamma t'}{3(\pi h + t)}}$ devient $x = h\sqrt{\frac{2\delta sh - 3\gamma t'}{3(\pi a + t)}}$; et si l'on suppose que le remblai est fait avec des terres jetées à la pelle, sans précaution, derrière le mur, et que le mur soit nouvellement cons-

Digitized by Google

truit, alors $t = o$, et $\gamma = o$, et $x = h\sqrt{\frac{2\delta sh}{3\pi a}}$, dans laquelle, comme on l'a vu au (N°. 57) $s = 0{,}19097$. Substituant à ces quantités leurs valeurs, l'on aura $x = 3^{m},944$.

N°. 61. Si l'on n'avait point eu égard au parapet, alors $a = h = 11^{m},37^{c}$, et $x = a\sqrt{\frac{2\delta s}{3\pi}} = 3^{m},23^{c}$.

Il suffit de calculer les dimensions du mur, comme s'il ne devait pas être chargé d'un parapet.

N°. 62. On peut adopter cette dimension pour les terres jetées en remblai sans être damées et ayant une surcharge, puisque dans ce cas-là, avant de mettre la surcharge ou de former un parapet, on serait obligé d'attendre leur tassement; et lorsqu'il est opéré, leur action devrait être traitée comme terres damées. Mais de la comparaison de la sixième expérience des terres roulantes sans parapet, et de la seizième à terres damées, il résulte que l'effet des terres roulantes est six fois plus considérable que celui des terres damées. De la comparaison de la septième expérience en terres roulantes avec parapet, et de la quinzième en terres damées également avec parapet, l'effet des terres roulantes est cinq fois plus considérable que celui des terres damées. En outre, on n'a tenu aucun compte du parallélogramme NKBC qui est en faveur de la résistance, et que l'on a, au contraire, considéré comme agissant contre le mur. Enfin les mortiers, pendant le tems du tassement, prennent une consistance considérable à laquelle il faudrait avoir égard. Toutes ces considérations sont confirmées par les expériences 21 et 22, dont on n'a augmenté le déversement des murs, et le renversement de celui de l'expérience 21, qu'en chargeant les terres à trois reprises.

D'après toutes ces raisons, lorsque le mur devra résister à un remblai de terres végétales jetées à la pelle et surchargées d'un parapet de $2^{m},6^{c}$ de hauteur, on peut calculer l'épaisseur du mur comme si le parapet n'existait point, lorsque ce mur sera destiné à éprouver des salves

Digitized by Google

salves d'artillerie, où un excès de solidité est en faveur de la fortification. Cette solidité est encore augmentée par le constructeur, qui, lors du remblai, a l'attention de le damer par lits de $0^m,16^c$ d'épaisseur, arrasés d'une manière convenable sur une distance fixée par la ligne de rupture; quoique ces mesures ne soient pas nécessaires dans ce cas-ci, pour la résistance du mur.

De pareilles dimensions ne doivent être prises que sous les rapports de la fortification, et nous verrons que sous le rapport de l'architecture civile, elles doivent être moindres, en ayant égard à la cohésion et à la ténacité des mortiers.

N°. 63. Si, sur la hauteur du remblai précédent, on voulait connaître l'épaisseur du mur au sommet, en lui supposant au parement extérieur un talus de $\frac{1}{5}$ de la hauteur, ainsi que M. de Vauban le pratiquait dans ses constructions; il faudrait faire les applications dans la formule du (N°. 39).

$$x = -\frac{\pi h^2 - th}{n(\pi h + t)} + \sqrt{\frac{2\delta s h^3 - 3\gamma h^2 t'}{3(\pi h + t)} - \frac{2\pi h^3 - 3h^2 t}{3n^2(h\pi + t)} + \left(\frac{\pi h^2 + th}{n(\pi h + t)}\right)^2},$$

dans laquelle $a = h$. Si l'on suppose la cohésion et la ténacité nulles, l'on aura $x = -\frac{\pi h^2}{n\pi h} + \sqrt{\frac{2\delta s h^3}{3\pi h} - \frac{2\pi h^3}{3n^2\pi h} + \frac{\pi^2 h^4}{n^2\pi^2 h^2}} = \ldots$

$\ldots = -\frac{h}{n} + h\sqrt{\frac{2\delta s}{3\pi} + \frac{1}{3n^2}}$, et substituant dans cette expression à $h = 11^m,37$, $n = 5$, $\delta = 38$, $\pi = 60$, et $s = 0,19097$; l'on aura $x = -\frac{11,37}{5} + (11,37) \times \sqrt{\frac{14,51}{180} + \frac{1}{75}} = 1^m,21$.

N°. 64. Si en même tems que l'on a supposé que le mur eût $\frac{1}{5}$ de la hauteur pour la base du talus, on l'eût considéré comme surchargé d'un parapet; alors la hauteur du mur eût été exprimée par $a = 11^m,37$; tandis que la hauteur du remblai aurait été $h = 13^m$; ce qui change la formule ci-dessus en

$$x = -\frac{\pi a^2 - ta}{n(\pi a + t)} + \sqrt{\frac{2\delta s h^3 - 3\gamma h^2 t'}{3(\pi a + t)} - \frac{2\pi a^3 - 3a^2 t}{3n^2(a\pi + t)} + \left(\frac{\pi a^2 + ta}{n(\pi a + t)}\right)^2}$$

Digitized by Google

et regardant la ténacité des mortiers et la cohésion des terres comme nulles, l'on a

$$x=-\frac{a}{n}+\sqrt{\frac{2\delta sh^3}{3\pi a}-\frac{2a^2}{3n^2}+\frac{a^2}{n^2}}=-\frac{a}{n}+\sqrt{\frac{2\delta sh^3}{3\pi a}+\frac{a^2}{3n^2}},$$ et faisant les mêmes substitutions qu'au (N°. 63), l'on trouve

$$x=-\frac{11,37}{5}+\sqrt{\frac{3187847}{204660}+\frac{129,277}{75}}=1^m,886,$$ qui se rapproche de celle de M. de Vauban; car il donnait cinq pieds au couronnement.

N°. 65. En faisant l'application des cas où le mur aurait un talus de chaque côté, de celui où il n'aurait qu'un talus intérieurement, et de celui où, n'ayant aucun talus, le mur se trouve en entier incliné vers les terres, nous allons chercher, parmi les constructions des murs de terrasses usitées, celle qui, à hauteur de remblai égale, offre une masse de maçonnerie moins considérable pour résister à sa poussée.

Nous comparerons pour cela les profils des différentes constructions : mais auparavant rappelons les expressions qui déterminent le prisme de plus grande poussée; celles qui représentent l'action des terres, et leur moment; et enfin le moment de la résistance des murs relatif à chaque construction.

On a trouvé l'expression de ($tang.\varsigma$) 1°. (N°. 31) pour le cas où le mur serait incliné vers les terres; 2°. (N°. 32) pour le cas ou le parement intérieur du mur aurait un talus dans le sens opposé aux terres; et 3°. (N°. 33) pour le cas où le parement intérieur du mur serait vertical.

Si l'on suppose que la cohésion des terres soit nulle, on déduira de ces trois expressions;

N°. 66. Pour le premier cas,

$$tang.\varsigma=\frac{f-tang.e}{-1-f\,tang.e}\pm\sqrt{1+\left(\frac{f-tang.e}{-1-f\,tang.e}\right)^2}.$$

Digitized by Google

N°. 67. Pour le second cas,

$$tang.\ \varsigma = \frac{tang.\ e + f}{f\,tang.\ e - 1} \pm \sqrt{1 + \left(\frac{f + tang.\ e}{f\,tang.\ e - 1}\right)^2}.$$

N°. 68. Pour le troisième cas,

$$tang.\ \varsigma = -f \pm \sqrt{1 + f^2}.$$

N°. 69. Si l'on suppose que l'inclinaison du mur et celle des talus, soit $\frac{h}{5}$; alors $tang.\ e = \frac{1}{5}$, et $tang.^2 e = \frac{1}{25}$; et comme il est question des terres végétales, $f = \frac{1}{2}$, comme on l'a vu (N°. 54), d'où l'on tire,

Pour le premier cas, $tang.\ \varsigma = 0{,}763$.

Pour le deuxième cas, $tang.\ \varsigma = 0{,}489$.

Pour le troisième cas, $tang.\ \varsigma = 0{,}618$.

Si l'on observe actuellement que la supposition du mur talutant de $\frac{1}{7}$ de la hauteur, rend $sin.\ e = \frac{1}{7} = 0{,}2$, et $cos.\ e = 1$; et que l'on substitue ces différentes valeurs dans l'équation du N°. 30.

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2} tang.\ \varsigma \mp \frac{\delta h^2}{2} tang.\ e - \frac{\delta f h^2}{2} tang.^2 \varsigma \pm \frac{f \delta h^2}{2} tang.\ e\, tang.\ \varsigma}{cos.\ e\ tang.\ \varsigma \mp sin.\ e + f\ cos.\ e \pm f\ sin.\ e\ tang.\ \varsigma},$$

dans laquelle, d'après ce qui a été supposé, l'on a fait $\gamma = o$, observant que lorsqu'il y a deux signes, on doit prendre le supérieur pour le premier cas, et l'inférieur pour le deuxième; que pour le troisième, $tang.\ e = sin.\ e = o$, et $cos.\ e = 1$: on aura

N°. 70. Pour le premier cas, $Q = \delta h^2\ (0{,}1525)$.

N°. 71. Pour le deuxième cas, $Q = \delta h^2\ (0{,}228)$.

N°. 72. Pour le troisième cas, $Q = \delta h^2\ (0{,}1909)$.

N°. 73. Mais (N°. 34) la force (Q) étant exprimée par $(mh^2 - n\gamma h)$, son moment $= \frac{mh^3}{3} - \frac{n\gamma h^2}{2}$; et lorsque la cohésion des terres est

Digitized by Google

nulle, ce moment est $\frac{mh^3}{3}$. Donc en multipliant par $\frac{h}{3}$ l'expression de chacune de ces forces, on aura leur moment, savoir :

N°. 74. Pour le premier cas, $\frac{\delta h^3}{3}(0{,}1525) = \delta h^3\,(0{,}0508)$.

N°. 75. Pour le deuxième cas, $\frac{\delta h^3}{3}(0{,}228) = \delta h^3\,(0{,}076)$.

N°. 76. Pour le troisième cas, $\frac{\delta h^3}{3}(0{,}1909) = \delta h^3\,(0{,}0636)$.

Fig. 14. N°. 77. Déterminons actuellement la résistance du mur, et continuons de supposer que sa densité est exprimée par π; et que la ténacité des mortiers est nulle.

Pour le premier cas, le mur étant d'une égale épaisseur et se trouvant incliné du côté des terres, doit retenir une hauteur de remblai égale à (h). Ainsi, si nous appelons sa base $AE = x$, sa masse sera exprimée par (πhx), et son bras de levier par rapport au point de rotation autour du point E, sera exprimé par $\frac{h}{10} + \frac{x}{2}$, en observant que la quantité dont talute le mur est de $\frac{h}{5}$ comme nous l'avons supposé (N°. 63). Par conséquent, l'on aura pour son moment $\frac{\pi hx^2}{2} + \frac{\pi xh^2}{10}$; et pour équation d'équilibre,

$$\frac{\pi hx^2}{2} + \frac{\pi xh^2}{10} = \delta h^3\,(0{,}0508),$$

d'où $x = -\frac{h}{10} + h\sqrt{\frac{2\delta}{\pi}(0{,}0508) + \frac{1}{100}}$,

et substituant à $\frac{\delta}{\pi}$ le rapport $\frac{38^k}{60^k}$, l'on a $x = (0{,}166)\,h$.

Fig. 14. N°. 78. Pour le second cas, on supposera que le mur n'a qu'un talus intérieur et que son parement extérieur est vertical, ayant à soutenir

Digitized by Google

une même hauteur de remblai que le cas précédent. Si (x) exprime son épaisseur, la base du talus étant comme on l'a déjà observé, égale à $\frac{h}{5}$; sa masse sera exprimée par $\pi h\left(x+\frac{h}{10}\right)$; et son bras de levier par rapport au point M, le sera par $\frac{\frac{hx^2}{2}+\frac{h^2x}{10}+\frac{h^3}{150}}{h\left(x+\frac{h}{10}\right)}$, et par conséquent le moment sera $\frac{\pi hx^2}{2}+\frac{h^2x\pi}{2m}+\frac{h^3\pi}{6m^2}$; ce que l'on aurait trouvé dans la formule de l'article 4 du N°. 38, en faisant $n=o$ et observant que $m=5$. Comparant ce moment à celui de la force relative à ce cas (N°. 75), l'on a pour équation d'équilibre $\frac{x\pi h^2}{2}+\frac{h^2x\pi}{10}+\frac{h^3\pi}{150}=\delta h^3(0{,}076)$, d'où l'on tire

$$x=-\frac{h}{10}+h\sqrt{\frac{2\delta}{\pi}(0{,}076)-\frac{1}{75}+\frac{1}{100}}=h(0{,}205).$$

N°. 79. Pour le troisième cas, on supposera que le mur est vertical, ayant la même hauteur (h). Sa masse sera (πhx); son bras de levier $\left(\frac{x}{2}\right)$; son moment $\frac{\pi hx^2}{2}$; et l'équation d'équilibre $\frac{\pi hx^2}{2}=\delta h^3(0{,}0636)$, d'où $x=h\sqrt{\frac{2\delta}{\pi}(0{,}0636)}=h(0{,}2838)$.

On a supposé, dans ces trois cas, que $\delta=38^{kil}$, et $\pi=60^{kil}$, comme l'a donné la vingt-deuxième expérience.

N°. 80. Pour déterminer quelle est la construction des murs de terrasse la plus avantageuse, relativement à la résistance qu'ils doivent opposer à la poussée des terres, il ne reste plus qu'à comparer les profils de ces sortes de constructions les plus usitées, ce que les trois applications ci-dessus mettront à portée de faire. Celui des profils qui-

Digitized by Google

aura une moindre surface, sera évidemment celui qui opposera une plus grande résistance.

N°. 81. Comparons donc le premier cas avec le second. La base du premier $x = (0,166)\ h$; et sa hauteur (h) donnent une surface $h^2\ (0,166)$.

Les murs inclinés vers les terres ayant même épaisseur sur toute la hauteur, offrent une plus grande résistance que les murs qui n'ont qu'un talus intérieur.

L'épaisseur au couronnement du second est $(0,205)\ h$, et ayant un talus dont la base est $\frac{h}{5}$, l'épaisseur moyenne est $h\ (0,305)$. Sa surface étant $(0,305)\ h^2$, il résulte que $h^2\ (0,166) < h^2\ (0,305)$; et que par conséquent la construction des murs inclinés vers les terres, offre une plus grande résistance que les murs qui n'ont qu'un talus intérieur.

Les mêmes murs ont une plus grande résistance que les murs verticaux.

N°. 82. Comparons le premier cas avec le troisième. L'épaisseur du mur vertical est $h\ (0,2838)$ et sa surface est $h^2\ (0,2838) > h^2\ (0,166)$; d'où il faut conclure que les murs inclinés vers les terres, ayant même épaisseur, résistent avec une énergie plus forte que les murs verticaux.

Les murs verticaux sont préférables à ceux qui n'ont qu'un talus intérieur.

N°. 83. La surface du troisième cas, $h^2\ (0,2838 < h^2\ (0,305)$ surface du deuxième cas, il résulte que les murs verticaux résistent davantage à la poussée des terres que les murs qui n'ont qu'un talus intérieur.

Dans la reconstruction du fort de Kehl, il a été proposé de construire les murs d'escarpe avec un talus intérieur. M. Malus, lieutenant-colonel du génie, dans la sous-direction duquel se trouve cette place, en discutant le projet, a démontré qu'en supposant le prisme de terres de plus grande poussée glissant sur un plan incliné formant avec l'horizon un angle de plus de 45°, la résistance des murs verticaux était plus considérable que celle des murs avec un talus intérieur. Comme sa supposition est celle d'un remblai fait avec des terres végétales, dont le plan incliné sur lequel l'éboulement a lieu, fait toujours avec l'horizon un angle plus grand que 45°; il suit que le résultat que nous avons énoncé dans ce numéro est conforme à celui de M. Malus.

Digitized by Google

N°. 84. Outre les trois constructions que nous venons de comparer il en existe plusieurs autres usitées, que nous comparerons de même successivement en faisant des applications.

Supposons que le mur de terrasse n'ait qu'un talus extérieur; par conséquent son parement intérieur est vertical. Le moment de l'action des terres contre le mur est celui du (N°. 76) δh^3 (0,0636). On aura le moment de la résistance du mur avec un talus extérieur en faisant $m = o$ dans la formule générale (de l'art. 4 du N°. 38), et $n = 5$; et par conséquent l'équation d'équilibre

$$\frac{\pi x^2 h}{2} + \frac{\pi h^2 x}{5} + \frac{h^3 \pi}{75} = \delta h^3 \ (0{,}0636),$$

de laquelle on tire $x = -\frac{h}{5} \pm h\sqrt{\frac{\delta}{\pi}(0{,}1272) + 0{,}0133} = h(0{,}1063)$ épaisseur au sommet.

Les murs inclinés s'opposent avec plus d'énergie à la poussée des terres, que les murs qui n'ont qu'un talus extérieur.

Dès que la base du talus $= h(0{,}2)$ l'épaisseur à la base de ce mur sera h (0,3063); par conséquent la surface de son profil sera exprimée par h^2 (0,2063) $> h^2$ (0,166). Donc les murs qui n'ont qu'un talus extérieur, offrent moins de résistance que les murs inclinés ayant une épaisseur égale sur toute la hauteur.

Les murs qui n'ont qu'un talus extérieur résistent plus à la poussée que les murs qui n'ont qu'un talus intérieur.

N°. 85. h^2 (0,2063) $< h^2$ (0,305). Par conséquent les murs qui n'ont qu'un talus extérieur, résistent davantage que les murs qui ont au contraire le talus intérieur.

Les murs qui n'ont qu'un talus extérieur quant à leur résistance sont préférables aux murs ordinaires verticaux.

N°. 86. h^2 (0,2063) $< h^2$ (0,2838). Par conséquent les murs qui n'ont qu'un talus extérieur, résistent davantage que les murs à paremens verticaux.

N°. 87. Si le mur de terrasse avait un talus de chaque côté, le moment de l'action des terres contre le mur, est celui du (N°. 75) δh^3 (0,076). On aura celui de la résistance du mur, en faisant $m = n = 5$, et en regardant, comme nous l'avons fait précédemment,

$$t = o \text{ (art. 4, N°. 38)} \frac{x^2 \pi h}{2} + \left(\frac{3\pi x h^2}{10}\right) + \left(\frac{\pi h^3}{25}\right) = \delta h^3 \ (0{,}076);$$

Digitized by Google

d'où l'on tire $x = -\frac{3h}{10} + h\sqrt{\frac{2\delta}{\pi}(0{,}076) - \frac{2}{25} + \frac{9}{100}} = h(0{,}021)$.

N°. 88. Pour déterminer le profil du mur qui serait en équilibre avec l'action des terres, ne donnons point une valeur déterminée à ces talus, mais supposons que l'un et l'autre soient dans le rapport de $\frac{1}{m}$, c'est-à-dire que leur base soit $\frac{h}{m}$. Cette supposition rend $tang.\ e = \frac{1}{m}$, et $tang.^2 e = \frac{1}{m^2}$; $sin.\ e = \frac{1}{m}$, et $cos.\ e = 1$; et comme il est question des terres végétales $f = \frac{1}{2}$. Substituant cette valeur dans l'expression de $tang.\ \varsigma$ du (N°. 67), qui est celle du cas où le mur a un talus intérieur dans le sens opposé aux terres, l'on aura

$$tang.\ \varsigma = \frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2},$$

et substituant celle-ci à son tour dans l'expression de (Q) rapportée (N°. 69), l'on obtient

$$Q = \frac{\frac{\delta h}{2}\left(\frac{2+m}{-1-2m}\right) + \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2} + \frac{\delta h}{2m} - \frac{\delta h^2}{4}\left(\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2}\right)^2 - \ldots}{\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2} + \frac{1}{m} - \frac{1}{2m}\left(\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2}\right)}$$

$$\frac{\ldots\ldots - \frac{\delta h^2}{4m}\left(\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2}\right).}{\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2} + \frac{1}{m} - \frac{1}{2m}\left(\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2}\right)}$$

Mais on a vu au dernier article du N°. 35, que l'expression de la force $Q = mh^2 - n\gamma h$ avait pour moment $\frac{mh^3}{3} - \frac{n\gamma h^2}{2}$; et lorsque la cohésion est nulle, ce moment est exprimé par $\frac{mh^3}{3}$; d'où il résulte que, pour avoir le moment de cette force, il faut la multiplier par $\frac{h}{3}$.

Le moment de la résistance du mur se détermine facilement d'après la

Digitized by Google

la formule générale trouvée à la fin du (N°. 39), dans laquelle, en faisant $t = 0$ et $m = n$ pour simplifier, l'on obtient, pour le moment de cette résistance $x^2\left(\frac{\pi h}{2}\right) + x\left(\frac{3\pi h^2}{2m}\right) + h^2\left(\frac{\pi h}{m}\right)$, et par conséquent l'on a pour équation d'équilibre

$$x^2\left(\frac{\pi h}{2}\right) + x\left(\frac{3\pi h^2}{2m}\right) + h^2\left(\frac{\pi h}{m^2}\right) = Q\frac{h}{3},$$

de laquelle, en substituant la valeur de (Q) ci-dessus trouvée, l'on tire

$$x = -\frac{3h}{2m} + h\left[\frac{\frac{9}{4m^2} - \frac{2}{m^2} + \frac{\delta}{3\pi}\left(\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+1m}\sqrt{5+8m+5m^2}\right) + \ldots}{\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2} + \frac{1}{m} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2m}\left(\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2}\right)}\right.$$

$$\left. \ldots + \frac{\frac{\delta}{3m\pi} - \frac{\delta}{6\pi}\left(\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2}\right)^2 - \frac{\delta}{6m\pi}\left(\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2}\right)}{\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2} + \frac{1}{m} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2m}\left(\frac{2+m}{-1-2m} \pm \frac{1}{1+2m}\sqrt{5+8m+5m^2}\right)}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Supposons actuellement que le talus soit de $\frac{1}{6}$ de la hauteur, c'est-à-dire que $m = 6$ et que $\delta = 38^{kil}$; $\pi = 60^{kil}$, l'on aura $x = h(0{,}0656)$ épaisseur du mur au couronnement, et son épaisseur à la base à cause de son double talus, sera $h(0{,}399)$; l'épaisseur moyenne $h(0{,}2323)$, et la surface du profil $h^2(0{,}2323) < h^2(0{,}2838)$ surface du profil du mur vertical, déduite du (N°. 79) : d'où il résulte que les murs à double talus sont préférables aux murs verticaux quant à la résistance, malgré le talus intérieur dans le sens opposé aux terres, dont la défectuosité ne détruit pas en entier l'avantage du talus extérieur, comme l'on s'en convaincra dans la comparaison suivante.

N°. 89. Ainsi, examinons si les murs à double talus résistent davantage que les murs à un seul talus intérieur dans le sens opposé aux terres. Nous avons vu (N°. 67) que pour ce cas

$$tang.\,\varsigma = \frac{tang.\,e + f}{f\,tang.\,e - 1} + \sqrt{1 + \left(\frac{tang.\,e + f}{f\,tang.\,e - 1}\right)^2};$$

et comme l'on suppose la base du talus égale à $\frac{h}{6}$, il suit que $tang.\,e = 0{,}1667$; $cos.\,e = 1$; $sin.\,e = 0{,}1667$. De plus, l'on sait

Digitized by Google

que $f = 0{,}5$: l'on a donc *tang.* $\varsigma = 0{,}51$ et *tang.*^{2} $\varsigma = 0{,}26$. Substituant ces différentes valeurs dans l'expression de (Q), trouvée au dernier article du (N°. 69), en faisant attention que c'est le signe inférieur qu'il faut prendre pour l'état de la question, l'on aura $Q = \delta h^2 (0{,}188)$, dont le moment sera $\frac{\delta h^3}{3} (0{,}188) = \delta h^3 (0{,}063)$.

On a vu (N°. 78) que le moment de la résistance du mur était $\frac{\pi h x^2}{2} + \frac{h^2 x \pi}{2m} + \frac{h^3 \pi}{6m^2}$, et faisant $m = 6$, on a pour équation d'équilibre $\frac{\pi h x^2}{2} + \frac{h^2 \pi x}{12} + \frac{h^3 \pi}{216} = \delta h^3 (0{,}063)$, de laquelle on tire $x = -\frac{h}{12} + \sqrt{\frac{2\delta}{\pi}(0{,}063) - \frac{1}{108} + \frac{1}{144}} = h(0{,}196)$, en faisant $\delta = 38^{kil}$ et $\pi = 60^{kil}$ comme dans les exemples précédens. D'après cette épaisseur au sommet, il suit que l'épaisseur à la base sera $h(0{,}363)$; l'épaisseur moyenne $h(0{,}2795)$, et la surface du profil du mur avec un talus intérieur dans le sens opposé aux terres $h^2(0{,}2795) > h^2(0{,}2323)$, surface d'un profil de mur à double talus. D'où il résulte que les murs à double talus, en forme de digue, résistent davantage que les murs qui n'ont qu'un talus intérieur dans le sens opposé aux terres. On devait prévoir ce résultat, puisque l'on avait déjà trouvé que les murs verticaux étaient préférables aux murs qui n'avaient qu'un talus intérieur dans le sens opposé aux terres, et que les murs qui avaient un talus extérieur et le parement intérieur vertical, résistaient davantage que les murs verticaux.

Les murs à double talus résistent davantage que les murs qui n'ont qu'un talus intérieur.

N°. 90. Comme l'on pourrait encore imaginer de construire des murs inclinés dont l'épaisseur ne fût point égale sur toute la hauteur, et qu'elle fût décroissante jusqu'au sommet; soit le mur représenté par profil ABCD. L'expression de la force Q qui agirait contre le mur serait la même que celle trouvée à la fin du dernier article du N°. 30, et si

Fig. 16.

Digitized by Google

l'on suppose que l'inclinaison du mur vers les terres soit telle que FB $= \frac{h}{m}$ alors, l'on aura *tang.* $e = \frac{1}{m}$; *tang.*^{2} $e = \frac{1}{m^2}$; *cos.* $e = 1$; et comme il est question de terres végétales $f - \frac{1}{2}$. Mais (N°. 31)

$$tang.\varsigma = \frac{\frac{-\delta f h^2}{2} sin.e + \frac{\delta f^2 h^2}{2} cos.e - \gamma h\ sin.e + f\gamma h\ cos.e}{\frac{-\delta f h^2}{2} cos.e - \frac{\delta f^2 h^2}{2} sin.e - \gamma h\ cos.e - f\gamma h\ sin.e} \pm \ldots$$

$$\pm \sqrt{1 + \left(\frac{\frac{\delta f h^2}{2} sin.e + \frac{\delta f^2 h^2}{2} sin.e - \gamma h\ sin.e + f\gamma h\ cos.e}{\frac{-\delta f h^2}{2} cos.e - \frac{\delta f^2 h^2}{2} sin.e - \gamma h\ cos.e - f\gamma h\ sin.e} \right)^2},$$

de laquelle en substituant les différentes valeurs l'on tire

$$tang.\varsigma = \frac{\frac{-\delta f h^2}{2m} + \frac{\delta f^2 h^2}{2} - \frac{\gamma h}{m} + f\gamma h}{-\frac{\delta f^2 h^2}{2m} - \frac{\delta f h^2}{2} - \frac{f\gamma h}{m} - \gamma h} \pm \ldots$$

$$\pm \sqrt{1 + \left(\frac{\frac{\delta f h^2}{2m} - \frac{\delta f^2 h^2}{2} + \frac{\gamma h}{m} - f\gamma h}{-\frac{\delta f^2 h^2}{2m} - \frac{\delta f h^2}{2} - \frac{\gamma h f}{m} - \gamma h} \right)^2}$$ et si l'on

suppose le premier terme égal à (*a*) l'on aura *tang.* $\varsigma = a \pm \sqrt{1 + a^2}$ et substituant cette valeur dans l'expression de Q trouvée (N°. 30) l'on aura

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}(a \pm \sqrt{1+a^2}) \pm \frac{\delta h^2}{2} tang.e - \frac{\delta f h^2}{2}(a \pm \sqrt{1+a^2})^2 \pm \ldots}{cos.e(a \pm \sqrt{1+a^2}) \pm sin.e + f cos.e \pm f sin.e(a \pm \sqrt{1+a^2})}$$

$$\ldots \pm \frac{\frac{f\delta h^2}{2} tang.e(a \pm \sqrt{1+a^2}) - \gamma h - \gamma h(a \pm (\sqrt{1+a^2})}{cos.e(a \pm \sqrt{1+a^2}) \pm sin.e + f cos.e \pm f sin.e(a \pm \sqrt{1+a^2})}$$

et multipliant cette force par $\frac{h}{3}$ l'on aura son moment.

Pour avoir celui de la résistance du mur, nous ferons pour simplifier la question AE $= \frac{h}{m}$ et ED $=$ BC $= y$; et considérant le moment

Digitized by Google

comme si le mur devait être renversé en tournant autour du point A, on aura pour sa pesanteur $\left(\gamma+\frac{h}{2m}\right)\pi h$ dont le bras du levier sera

$$\frac{\left(\frac{h}{m}+\frac{\gamma}{3}\right)\times\left(\frac{h\gamma}{2}+\frac{h^2}{2m}\right)+\left(\frac{2\gamma}{3}+\frac{5h}{3m}\right)\times\left(\frac{h\gamma}{2}\right)}{\left(\gamma+\frac{h}{2m}\right)h}$$

et par conséquent son moment sera $\gamma^2\left(\frac{\pi h}{2}\right)+\gamma\left(\frac{3\pi h^2}{2m}\right)+\frac{\pi h3}{2m^2}$

et l'équation d'équilibre $\frac{Qh}{3}=\gamma^2\left(\frac{\pi h}{2}\right)+\gamma\left(\frac{3\pi h^2}{2m}\right)+\frac{\pi h3}{2m^2}$

de laquelle on tire $\gamma=-\frac{3h}{2m}+\sqrt{\frac{5h^2}{4m^2}+\frac{2Q}{3\pi}}$.

Si l'on suppose à présent que l'inclinaison du mur vers les terres soit $\frac{1}{6}$ de la hauteur, AE d'après la supposition faite (N°. 88) sera également $\frac{1}{6}$ de la hauteur; c'est-à-dire que $m=6$. En outre, Si le remblai est fait en terres végétales sèches et non damées, alors $\gamma=0$ et $f=0{,}5$. Enfin, si $\delta=38^{kil}$ et $\pi=60^{kil}$ l'on aura *tang.* $\varsigma=0{,}738$; et $Q=h^2(6{,}047)$ par conséquent $\gamma=h\,(0.0692)$ ainsi la surface ABCD $=h^2\,(0{,}1526)$.

N°. 91. Comparons actuellement la surface d'un profil BCDE d'un mur incliné vers les terres; de manière que la base d'inclinaison soit comme dans le N°. précédent $\frac{h}{m}$ l'action des terres contre le mur sera la même que contre le mur précédent, c'est-à-dire Q; et son moment $\frac{Qh}{3}$. La masse du mur, en conservant les mêmes dénominations, sera $(\pi h\gamma)$ son bras de levier par rapport au point E sera $\left(\frac{\gamma+\frac{h}{m}}{h\gamma}\right)\frac{h\gamma}{2}$ et par conséquent son moment aura pour expression $\frac{\pi h\gamma^2}{2}+\frac{\pi h^2\gamma}{2m}$ et l'équa-

Digitized by Google

tion d'équilibre aura celle $\frac{\pi h\gamma^2}{2}+\frac{\pi h^2\gamma}{2m}=\frac{Qh}{3}$ de laquelle on tire $\gamma=-\frac{h}{2m}+\sqrt{\frac{h^2}{4m^2}+\frac{2Q}{\pi}}$ et si l'on fait $m=6$ comme ci-dessus, les autres valeurs restant les mêmes l'on aura comme on l'a trouvé *tang.* $\varsigma=0{,}738$ qui substituée dans la valeur de Q donne $Q=h^2(6^k{,}047)$ et par conséquent $\gamma=h\,(0{,}3667)$.

Le profil du mur étant un rhombe sa surface sera $h^2\,(0{,}3667)>h^2\,(0{,}1526)$ surface du profil ABCD d'où il résulte que les murs inclinés vers les terres qui ont une épaisseur plus forte à la base qu'au sommet offrent une plus grande résistance que les murs inclinés vers les terres qui ont une épaisseur égale sur toute leur hauteur; et comme ces derniers opposent une plus grande force d'inertie à la poussée des terres que toutes les autres constructions de mur détaillées dans les précédens numéros, il suit, que de tous les murs connus jusqu'à ce jour, ceux qui sont inclinés vers les terres, et qui ont une épaisseur plus forte à la base qu'au sommet, exigent une moindre masse de maçonnerie.

Les murs inclinés vers les terres, qui ont une épaisseur plus forte à la base qu'au sommet, offrent une plus grande résistance que les mêmes murs qui ont une épaisseur égale sur toute leur hauteur.

N°. 92. Je pense qu'il ne peut exister d'autres combinaisons de construction de murs de terrasse sans contre-forts, différentes de celles que nous venons de discuter, à l'exception des murs en retraite, dont nous nous occuperons plus bas. Néanmoins malgré la démonstration de l'avantage de la construction des murs inclinés sur les autres, il doit exister un doute sur la stabilité des premiers, qu'il importe de lever; c'est celui de l'impression de mouvement de translation que peuvent lui donner les terres. Il faut se convaincre si sa masse et sa situation peuvent prévaloir sur cette action; car, si elles ne prévalaient point, le mur n'aurait pas un mouvement de rotation, et il coulerait sur sa base. Au contraire, il ne pourra glisser sur sa base, si l'action des terres propre à faire couler le mur est plus forte que celle qui tend à le faire tourner.

Digitized by Google

Nous avons vu que la pesanteur du mur ABCD (fig. 16) (N°. 91) est exprimée par $\left(yh + \frac{h^2}{2m}\right)\pi$; son inclinaison et son renforcement à la base étant $\frac{h}{m}$ et comme d'après l'expérience, le frottement dans les briques est les $\frac{3}{4}$ de la pression, et que dans les exemples cités $\pi = 60^{kil}$ est la pesanteur spécifique d'un pied cube de maçonnerie de briques; il ne reste qu'à déterminer la pression exercée par la masse $\left(yh + \frac{h^2}{2m}\right)\pi$, pour la comparer à Q. Si le mur avait son parement intérieur vertical, la résistance due au frottement d'après la pression $\left(y\pi h + \frac{\pi h^2}{2m}\right)$, serait $\frac{3\pi hy}{4} + \frac{3\pi h^2}{8m}$. Mais le mur étant incliné d'une quantité $\frac{h}{m}$ le triangle qui surplombera sera $\frac{\pi h^2}{2m}$. Donc la masse qui pressera la base sera $(y\pi h)$; et comme la résistance due au frottement est les $\frac{3}{4}$ de la pression, l'on aura pour équation d'équilibre $\frac{3y\pi h}{4} = Q$, d'où $y = \frac{4Q}{3\pi h}$ et si l'on substitue la valeur de $Q = h^2(6{,}047)$ et l'on suppose, comme dans les exemples précédens, $m = 6$; $\delta = 38^{kil}$; $\pi = 60^{kil}$; l'on aura $y = h(0{,}1344)$, d'où l'on voit que son épaisseur au couronnement doit être plus faible pour résister au mouvement de translation imprimée par les terres, qu'on ne l'a trouvée pour résister à celui de rotation puisque dans ce dernier cas $y = h(0{,}1526)$.

Dans les murs inclinés vers les terres, la force capable de les faire glisser sur leur base, serait plus considérable que celle qui tendrait à les faire tourner sur l'arête extérieure.

N°. 93. Supposons actuellement le mur incliné vers les terres, mais également épais sur toute sa hauteur, comme BEDC. La pression exercée par la masse (πhy) sur la base $ED = y$, sera $\pi hy - \frac{h^2}{2m}$; d'où, pour le cas de translation, l'on tirera $\frac{3\pi hy}{4} - \frac{3h^2}{8m} = Q$,

Fig. 16.

et $y = \frac{4Q}{3\pi h} + \frac{h}{2\pi m}$: et si l'on suppose comme ci-dessus $m = 6$; $\delta = 38$; $\pi = 60$, on aura $y = h(0{,}1358)$. Mais l'on a trouvé (N°. 91),

Digitized by Google

que pour résister au mouvement de rotation imprimé par l'action des terres, le mur devait avoir sa base égale à $(0,3667)\,h$: par conséquent il faut une plus grande force pour faire glisser un mur incliné de $\frac{1}{6}$ de la hauteur ayant partout une égale épaisseur, que pour le faire tourner sur l'arête de sa base.

N°. 94. On a cru inutile de faire des recherches sur la partie du mur en surplomb qui, formant un levier sur la masse du mur qui presse la base, tend à diminuer le frottement, en sollicitant cette masse à tourner autour du point D; parce que d'un autre côté, elle agit contre la pression que les terres tendent à donner pour faire glisser le mur sur la base DA.

N°. 95. Il est cependant intéressant de connaître jusqu'à quel point les paremens d'un mur peuvent être inclinés vers les terres, sans que leur action le fasse glisser sur leur base, plutôt que de le faire tourner sur l'arête extérieure de cette même base.

Pour cela nous allons supposer que le mur incliné vers les terres, l'est d'une quantité égale à $\frac{h}{m}$, pour le parement intérieur, et que le parement extérieur l'est d'une quantité $\left(\frac{h}{m}+\frac{h}{n}\right)$. D'après cette supposition, la masse du mur représentée par le profil ABCD $= \pi h y + \frac{\pi h^2}{2n}$, en faisant ED $= y$, et la pesanteur spécifique de la maçonnerie π. Son bras de levier sera

$$\frac{y^2\left(\frac{\pi h}{2}\right)+y\left(\frac{\pi h^2}{n}+\frac{\pi h^2}{2m}\right)+\frac{\pi h^3}{3n^2}+\frac{\pi h^3}{6mn}}{\left(hy+\frac{h^2}{2n}\right)},$$

Digitized by Google

et par conséquent son moment sera

$y^2\left(\frac{\pi h}{2}\right)+y\left(\frac{\pi h^2}{n}+\frac{\pi h^2}{2m}+\frac{\pi h^3}{3n^2}+\frac{\pi h^3}{6mn}\right)$. On a vu en outre (N°. 91) que $\frac{Qh}{3}$ était le moment de l'action des terres contre le parement intérieur du mur : d'où il résulte que l'équation d'équilibre est exprimée par $y^2\left(\frac{\pi h}{2}\right)+y\left(\frac{\pi h^2}{n}+\frac{\pi h^2}{2m}\right)+\frac{\pi h^3}{3n^2}+\frac{\pi h^3}{6mn}=\frac{Qh}{3}$, de laquelle on tire

$$y=-h\left(\frac{2m+n}{2mn}\right)+h\sqrt{-\frac{2}{3n^2}-\frac{1}{3nm}+\frac{2Q}{\pi h}+\left(\frac{2m+n}{2mn}\right)^2}$$

qui est l'expression de ED dans le cas de rotation autour du point A. Mettant au lieu de π sa valeur 60^{kil}, elle deviendra

$$y=-h\left(\frac{2m+n}{2mn}\right)+h\sqrt{-\frac{2}{3n^2}-\frac{1}{3mn}+\frac{Q}{30h}+\left(\frac{2m+n}{2mn}\right)^2}.$$

N°. 96. Pour le cas de glissement sur la base, l'équation d'équilibre devient $\frac{3\pi hy}{4}+\frac{3\pi h^2}{8n}=Q$; d'où l'on tire $y=\frac{4Q}{3\pi h}-\frac{h}{2n}$; et en mettant pour π sa valeur, $y=\frac{Q}{45h}-\frac{h}{2n}$.

N°. 97. Pour que le cas du glissement n'ait pas lieu, il faut que

$$\frac{Q}{45h}-\frac{h}{2n}<-h\left(\frac{2m+n}{2mn}\right)+h\sqrt{-\frac{2}{3n^2}-\frac{1}{3nm}+\frac{Q}{30h}+\left(\frac{2m+n}{2nm}\right)^2}.$$

N°. 98. Si l'on supposait que l'action des terres fût telle que le prisme de plus grande poussée n'eût pas plus de propension à faire tourner le mur sur sa base, qu'à le faire glisser ; alors il est clair que l'inclinaison du mur devrait être telle que la longueur de la base qu'exigerait ce prisme pour ne pas prévaloir sur son inertie, fût plus grande que $\frac{h}{m}$.

Ainsi,

Digitized by Google

Ainsi, la base étant exprimée par (γ), l'on doit avoir dans ce cas,

$$\frac{Q}{45h} - \frac{h}{2n} = -h\left(\frac{2m+n}{2mn}\right) + \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots + h\sqrt{-\frac{2}{3n^2} - \frac{1}{3mn} + \frac{Q}{30h} + \left(\frac{2m+n}{2mn}\right)^2} > \frac{h}{m}.$$

N°. 99. Passons actuellement à la construction des murs de revêtement construits avec des paremens intérieurs en retraite.

Soit le mur à retraite représenté par le profil ABCDEFGHIK, Fig. 17. tel que sur une hauteur donnée, chaque retraite

$$GH = EF = CD = \frac{AK}{g} = \frac{h}{g}$$

en faisant la hauteur totale $AK = h$ et $HI = h'$; $GF = h''$; $ED = h'''$; enfin $BC = h''''$.

Soit $MIL = \varsigma$, les parties du parement intérieur étant verticales, il suit que la direction de la force Q est horizontale, et par conséquent que l'angle $e = o$. Cela posé, l'équation d'équilibre (N°. 30) Fig. 14. exprimée par

$$Q = \frac{P(cos.\,\varsigma - f\,sin.\,\varsigma) - \frac{\gamma h}{cos.\,\varsigma}}{sin.\,(\varsigma \mp e) + f\,cos.\,(\varsigma \mp e)} \text{ devient } Q = \frac{P(cos.\,\varsigma - f\,sin.\,\varsigma) - \frac{\gamma h}{cos.\,\varsigma}}{sin.\,\varsigma + f\,cos.\,\varsigma}$$

et si l'on continue à appeler la densité des terres (δ) l'on aura

$$P = \left(\frac{ML}{2} \times AK + \text{surf. MHGB}\right)\delta = \left(\frac{h^2\,tang.\,\varsigma}{2} + (3h'''' + 2h''' + h'')\frac{h}{g}\right)\delta$$

et faisant pour simplifier $3h'''' + 2h''' + h'' = q$,

l'on aura $P = \frac{\delta h^2}{2}\,tang.\,\varsigma + \frac{\delta hq}{g}$ et substituant cette valeur,

l'on a $Q = \dfrac{\left(\frac{\delta h^2}{2}\,tang.\,\varsigma + \frac{\delta hq}{g}\right)(cos.\,\varsigma - f\,sin.\,\varsigma) - \frac{\gamma h}{cos.\,\varsigma}}{sin.\,\varsigma + f\,cos.\,\varsigma} =$

$$= \frac{\frac{\delta h^2}{2}tang.\,\varsigma + \frac{\delta hq}{g} - \frac{\delta f h^2}{2}tang.^2\varsigma - \frac{f\delta hq}{g}tang.\,\varsigma - \gamma h - \gamma h\,tang.^2\varsigma}{tang.\,\varsigma + f}$$

Digitized by Google

différenciant par rapport à (Q) et à (ς) pour avoir le *maximum* l'on aura en faisant $\frac{dQ}{d\varsigma} = o$ l'expression

$$tang.^2\varsigma\left(-\frac{f\delta h^2}{2}-\gamma h\right)+tang.\,\varsigma\,(-f^2\delta h^2-2f\gamma h)+\ldots.$$

$$\ldots.+\left(\frac{f\delta h^2}{2}+\gamma h\right)+\left(-\frac{\delta hq}{g}-\frac{f^2\delta hq}{g}\right)=o$$

de laquelle on tire $tang.\,\varsigma=-f\pm\sqrt{f^2+1+\frac{2q\delta}{g}\left(\frac{1+f^2}{-f\delta h-2\gamma}\right)}$

et pour la distance de la ligne de rupture

$$h\ tang.\ \varsigma=-hf\pm\sqrt{h^2(1+f^2)+\frac{2\delta h^2q}{g}\left(\frac{1+f^2}{-f\delta h-2\gamma}\right)}$$

N°. 100. La direction de la force qui doit résister au prisme de plus grande poussée étant parallèle à l'horizon, la formule linéaire et spéciale de M. Coulomb peut résoudre le problême précédent, et il est aisé d'apercevoir, d'après la comparaison qui en a été faite à la formule générale (N°. 50), que l'expression qui le résoudra sera identique.

Reprenons donc cette formule exposée (N°. 27), et exprimée par

$$\frac{Ph}{\sqrt{h^2+x^2}}=\frac{Qx}{\sqrt{h^2+x^2}}+\frac{Qh+Px}{f\sqrt{h^2+x^2}}+\gamma\sqrt{h^2+x^2}$$

de laquelle on déduit $Q=\dfrac{P\left(h-\frac{x}{f}\right)-\gamma(h^2+x^2)}{x+\frac{h}{f}}$. Substituant à (P) son expression $\left(\frac{\delta h^2x}{2}+\frac{\delta hq}{g}\right)$ en supposant que $ML=x$ et admettant les suppositions du (N°. 99) précédent, l'on aura $Q=\dfrac{\left(\frac{\delta hx}{2}+\frac{\delta hq}{g}\right)\left(h-\frac{x}{f}\right)-\gamma(h^2+x^2)}{x+\frac{h}{f}}$ et par

Digitized by Google

la théorie des *maximis et minimis*, cette équation devient

$$\frac{dQ}{d\varsigma} = o = -x^2\left(\frac{\delta h}{2f}+\gamma\right) - x\left(\frac{\delta h^2}{f^2}+\frac{2\gamma h}{f}\right)+\ldots$$

$$\ldots+h^2\left(\frac{\delta h}{2f}+\gamma\right)-h\left(\frac{\delta hq}{f^2 g}+\frac{\delta hq}{g}\right)$$ et divisant par

$$\left(\frac{\delta h}{2f}+\gamma\right)$$ on a $$x=-\frac{h}{f}\pm\sqrt{h^2\left(1+\frac{1}{f^2}\right)+\frac{2h^2\delta q}{fg}\left(\frac{-1-f^2}{\delta h+2f\gamma}\right)}.$$

N°. 101. Faisons une application du profil de ce mur. Soit une escarpe de six mètres; et que sur une hauteur de deux mètres en deux mètres, on forme au parement intérieur une retraite de 0,4. Alors $h=6$, et $g=15$; et comme dans cette supposition il n'y a que deux retraites EF; GH; $h''''=0$ et $h'''=h''=2^m,00$ et que de plus il est clair que quel que soit le nombre des retraites, $q=h=6$. Si l'on suppose que ce soit des terres végétales, alors $f=\frac{1}{2}$ pour la formule générale, et $f=2$ pour la formule spéciale de M. Coulomb. Ainsi, si l'on substitue ces valeurs; celle convenable à f, dans les deux formules en regardant la cohésion comme nulle, et celle de $\delta=38$ et $h=6$ dans l'expression de *tang.* ς de la première, et dans celle de (x) de la seconde, l'on aura $Q=\delta h^2\,(0,238)=325^m,525$ attendu que dans la première *tang.* $\varsigma=0,4574$; que dans la seconde $x=h\,(0,4574)$, et que $x=h$ *tang.* ς Fig. 17.

Le moment de cette force d'après ce qui a été dit (N°. 34) sera exprimé par $\frac{\delta h^3}{3}\,(0,238)$.

N°. 102. Cherchons actuellement le moment du mur, et supposons que ND $=y$ et NK $=h$ d'après le cas particulier que nous venons de supposer EF $=$ GH $=\frac{h}{15}$. La masse du mur en continuant d'exprimer la densité par π, sera $\pi h\gamma+\frac{\pi h^2}{15}$ et sera censée agir à l'ex-

Digitized by Google

trémité d'un levier $\frac{\frac{h^3}{270}+y^2\left(\frac{h}{2}\right)+y\left(\frac{h^2}{15}\right)}{hy+\frac{h^2}{15}}$; et par conséquent

son moment sera $\frac{\pi h^3}{270}+\frac{y^2 h\pi}{2}+\frac{y\pi h^2}{15}=\frac{\delta h^3}{3}(0{,}238)$

d'où $y=-\frac{h}{15}+h\sqrt{\frac{2\delta}{3\pi}(0{,}238)-\frac{1}{135}+\frac{1}{225}}$,

et mettant pour $\delta=38$ et pour $\pi=60^k$ on obtient $y=h\,(0{,}2498)$.

N°. 103. De cette valeur de (y) il résulte que la surface du profil NDEFGHIKN $=h^2\,(0{,}3165)$ mais l'on a vu (N°. 79) que l'épaisseur du mur à paremens verticaux sans retraite était exprimée par $h\,(0{,}2838)$; par conséquent sa surface le sera par $h^2\,(0{,}2838)<h^2\,(0{,}3165)$.

Les murs à paremens verticaux sans retraite, sont préférables aux murs à paremens verticaux avec retraite au parement intérieur.

D'où il résulte que les murs à paremens verticaux et à retraite intérieure offrent moins de résistance que les murs à paremens verticaux sans retraite.

Nous observerons en outre, sous le rapport de la construction, que ces retraites ne servent qu'à faire séjourner les eaux et empêcher la cristallisation des mortiers.

Digitized by Google

CHAPITRE III.

COMPARAISON DES EXPÉRIENCES SUR LE SABLE, ET DE LA THÉORIE.

N°. 104. Dans la vingt-septième expérience, le poids des sables qui ont agi sur la petite caisse avec une action de 432 kilogr., était de $2169^{kil},40$.

Dans la vingt-huitième expérience, après avoir recouvert le talus de l'éboulement, avec le plancher, l'action de ces mêmes sables fut de $536^{kil},60$ d'où il résulte une différence de $104^{kil},60$, qui dans cette expérience équivaut à un poids de $525^{kil},29$; puisque le poids du sable de $2169^{kil},46$ n'ayant exercé qu'un effet de 432^{kil}, il eût fallu un poids de $2694^{kil},75$ pour produire un effet de $536^{kil},60$. Détermination du rapport du frottement à la pression pour l'éboulement des sables.

Par conséquent dans cette expérience P = $2169^{kil},46$ et l'angle GAB = e; et comme on l'a vu dans la vingt-septième expérience Fig. 6.

$cos.\,e = sin.$ DAG $= 1^{m},26$. Donc $N = \frac{P}{cos.e} = \frac{2169^{kil},46}{1^{m},26} = 1721^{kil},80 =$ la pression totale. Mais le frottement étant égal à un poids de $525^{kil},29$, on peut en conclure que le rapport du frottement à la pression étant exprimé par $\frac{52529}{172180}$ est égal à 0,31.

Sur quoi il faut observer, que les sables étant composés de parties siliceuses et quartzeuses extrêmement petites et dures, sont plus lourdes que les terres et ont pu produire sur le plancher formé en bois de sapin, des impressions que les parties terreuses n'ont pu exercer; et que pour évaluer le frottement exercé par le sable sur

Digitized by Google

lui-même, au lieu d'un talus en bois de sapin substitué au talus ordinaire des sables, il eût fallu substituer un plan incliné en marbre poli, ou une glace, objets que l'on n'avait point lors des expériences. D'après cette observation, l'on croit qu'au lieu d'évaluer le rapport du frottement à la pression par 0,31, il faut pour les applications aux expériences le fixer à $0{,}40 = f$.

N°. 105. Actuellement faisons une application du remblai formé en sable, en supposant le mur construit avec des paremens verticaux sans retraite dans ce cas, la formule générale du (N°. 30) devient

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}\, tang.\, \varsigma - \frac{\delta f h^2}{2}\, tang.^2\, \varsigma}{tang.\, \varsigma + f}$$ attendu que la cohésion dans les sables est nulle; et dans ce cas l'on a comme au (N°. 33) $tang.\, \varsigma = -f + \sqrt{1 + f^2}$ et substituant la valeur de $f = 0{,}4$ l'on a $tang.\, \varsigma = 0{,}677$ et $Q = \delta\, h^2\, (0{,}2291)$; et d'après ce qui a été dit (N°. 55), son moment sera $\frac{\delta h^3}{3}\, (0{,}2291)$.

Puisque le mur est vertical et sans retraite, si l'on appelle (π) la pesanteur spécifique d'un pied cube de maçonnerie (x) l'épaisseur du mur, son moment sera exprimé par $\frac{\pi h x^2}{2}$; et l'équation d'équilibre sera $\frac{\pi h x^2}{2} = \frac{\delta h^3}{3}\, (0{,}2291)$;

de laquelle on tire $x = h \sqrt{\frac{\delta}{\pi}\, (0{,}1527)}$

Si l'on fait une application de cette valeur à la trentième expérience, dans laquelle le poids moyen d'un pied cube de sable a été de $46^{kil},64 = \delta$, et le pied cube de maçonnerie en mortier ordinaire de $62^{kil},50 = \pi$ c'est-à-dire $\frac{\delta}{\pi} = 0{,}7462$ l'on aura $x = h\sqrt{(0{,}7462)(0{,}1527)} = h(0{,}337)$. Mais dans cette expérience, la hauteur du mur était de $1^m,50 = h$ donc $x = 0{,}50$ épaisseur qu'aurait dû avoir le mur. Au lieu de cela

Digitized by Google

il n'avait que 0,45^{c} d'épaisseur ; et c'est la raison pour laquelle il a fait un mouvement, et s'est déversé d'un centimètre.

La théorie encore confirmée par l'expérience sur les sables, et d'une manière plus évidente dans le N°. 108.

N°. 106. Voyons à présent quelle est l'épaisseur que la théorie donne à un mur capable de résister au remblai de la trente-unième expérience.

Le moment de la force Q et celui de la maçonnerie restent les mêmes que dans l'article précédent ; l'on a $x = h\sqrt{\frac{\delta}{\varpi}(0,1527)}$, il ne reste plus qu'à donner à δ et à ϖ les valeurs qu'elles avaient dans l'expérience. Quant à $\varpi = 62^{kil},50$ sa valeur était la même, au lieu que δ n'a été que de $46^{kil},26$, après avoir reçu un parapet et neuf arrosoirs d'eau d'un poids total de $91^{kil},90$, ce qui fait présumer que le pied cube de sable avant cet arrosage se trouvant de même nature que les sables des trente-deuxième et trente-troisième expériences, devait peser de $44^{kil},25$ à $44^{kil},23$ le pied cube. Ainsi supposant que $\frac{\delta}{\varpi} = 0,708$ l'on a $x = h\,(0,329) = 0,4935$ à cause que dans cette expérience le mur n'avait que $1^{m},50^{c}$ de hauteur. Cependant le mur avait, $0,50^{c}$ épaisseur, tandis que la théorie ne lui donne que $0,49^{c}$; aussi était-il au-dessus de l'équilibre quoique l'on ait cru observer qu'il avait bougé d'un millimètre, parce que cette observation tient à des circonstances si minutieuses, que l'on peut très-bien se tromper dans l'observation.

La preuve que le mur était au-dessus de l'équilibre, c'est que pendant vingt-quatre heures, il n'a fait aucun mouvement ; que chargé d'un parapet, il ne s'est écarté que d'un centimètre ; que deux jours après cette charge, il n'avait pas bougé ; que pour le faire surplomber davantage, on fut obligé de surcharger son parapet de 1306^{kil} et en outre de l'arroser avec neuf arrosoirs pleins d'eau.

N°. 107. La trente-deuxième expérience fut exécutée avec un mur dont on divisa la hauteur en trois parties du côté du parement

Digitized by Google

intérieur, en formant deux retraites de 0,037 en l'élevant d'aplomb ; et on donna au parement extérieur un talus de $\frac{1}{20}$ de la hauteur ; de manière que ce mur, construit sur une fondation de $0^m,13^c$ d'épaisseur et $0^m,57^c$ de largeur, n'avait que $0^m,49^c$ à sa base et $0^m,34^c$ à son couronnement sur une hauteur de $0^m,34^c$.

Appliquons ces dimensions à la formule du (N°. 100) dans laquelle on substituera aux quantités algébriques les quantités numériques suivantes : $h = q = 1^m,50^c$; $g = 40^m,54$; $f = 0,4$,
alors *tang.* $\varsigma = 0,60$ et $Q = \delta h\ (0,3702)$
d'où l'on tire pour son moment $\frac{\delta h^2}{3}\ (0^m,3702) = h^2\ (0,1236)$.

N°. 108. Cherchons actuellement le moment du profil de la maçonnerie en continuant d'appeler (π) la pesanteur spécifique, et l'épaisseur au sommet (y) la masse du profil sera exprimée par $\pi hy + \pi h^2\ (0,0497)$ et agit à l'extrémité d'un bras de levier

$$\frac{\frac{h^2}{121,62}\left(\frac{h}{40,54}+y+\frac{h}{20}+\frac{h}{81,08}\right)+\frac{2h^2}{121,62}\left(\frac{h}{81,08}+y+\frac{h}{20}\right)+\ldots}{hy+h^2\ (0,0497)}$$

$$\ldots+\frac{hy\left(\frac{y}{2}+\frac{h}{20}\right)+\frac{h^2}{40}\left(\frac{h}{30}\right)}{hy+h^2\ (0,0497)}$$; à cause que les retraites sont égales à $\frac{h}{40,54}$ et par conséquent son moment sera

$\frac{y^2\pi h}{2} + y\pi h^2\ (0,0747) + \pi h^3\ (0,0025)$, et l'équation d'équilibre

$\frac{y^2\pi h}{2} + y\pi h^2\ (0,0747) + \pi h^3\ (0,0025) = \frac{\delta h^3}{3}\ (0,3702)$,

moment trouvé (N°. 107).

L'on tire de cette équation

$y = -h\ (0,0747) + \sqrt{\frac{\delta h^2}{\pi}\ (0,2468) + h^2\ (0,0006)}$, et si l'on applique des densités données par la trente-deuxième expérience, d'après laquelle

Digitized by Google

laquelle $\delta = 44,23$, et $\pi = 62,50$, l'on aura $\frac{\delta}{\pi} = 0,7077$, et dans le cas de l'expérience $h = 1,5$, d'où l'on tire $\gamma = 0,344$.

On a vu que, dans la trente-deuxième expérience, le mur n'avait que 0,34^c d'épaisseur au sommet; que lorsque le remblai a été formé de niveau à sa partie supérieure, le mur n'avait surplombé que de cinq millimètres, et que trois jours après il était dans le même état. D'après cela, il est évident qu'il était au moment de l'équilibre; et que si la nature des matériaux eût permis qu'on lui eût donné 0,344, il n'aurait fait aucun mouvement. Il n'en aurait fait certainement aucun, si l'on n'eût remblayé que jusqu'à moitié hauteur, et qu'on eût laissé pendant deux jours le remblai dans cet état pour le terminer ensuite, en donnant le tems au sable de faire son tassement successivement, et non instantanément: observation qu'il sera toujours important de faire, lorsque l'on aura des remblais pareils à exécuter.

Voilà encore la théorie confirmée par l'expérience.

Car l'on voit dans cette expérience qu'une fois le tassement opéré, les murs ont supporté des fardeaux sans augmenter leur surplomb, puisque au bout de trois jours, le remblai fut chargé près du mur d'un poids, en pierre de taille, de 542^{kil},80^c, et le mur ne déversa que de deux centimètres. On enleva les pierres, et on y substitua un parapet en sable du poids de 1991^{kil},25^c, sans que le mur donnât aucun autre mouvement; et ce ne fut qu'à force de charger ce parapet de pierres de taille, qu'on parvint à le renverser.

N°. 109. Comme le mur construit pour la vingt-neuvième expérience est tombé avant que le remblai fût parvenu à la moitié de la hauteur, et qu'on n'a point donné les dimensions exactes de ce remblai au moment de la chûte, nous n'avons fait aucune comparaison avec la théorie. On n'en fait pas non plus pour la trente-troisième expérience, attendu que ce mur semblable à celui de la vingt-neuvième, avait évidemment des dimensions trop faibles.

N°. 110. Passons actuellement à d'autres considérations, sans cepen-

Digitized by Google

dant sortir de l'application des différentes circonstances de construction à la théorie.

Il peut arriver que l'on a un remblai à faire sur une profondeur considérable, et sur la hauteur entière d'un mur construit exprès pour le retenir. Si l'on calculait l'épaisseur de ce mur, comme on l'a fait dans l'application (N°. 61), on donnerait des dimensions trop fortes, sous le rapport de l'architecture civile, dans laquelle on n'a pas besoin d'opposer une certaine résistance aux projectiles : dimensions que l'on peut affaiblir au moyen de la cohésion.

Il peut arriver que l'on ait un mur à construire au-devant d'un terrassement qui conserve un talus presqu'aplomb; de manière que le prisme de terres à remblayer entre les terres vierges et le mur, soit moindre que le prisme de plus grande poussée, en considérant le remblai comme fait en entier. Dans ce cas, on n'a point besoin de chercher le *maximum*, et le prisme de plus grande poussée est tout déterminé; car la longueur de sa base, est la distance horizontale du sommet du mur au talus vierge des terres, qui, si le mur est vertical, est représentée dans l'expression de (Q) par ($h\ tang.\ \varsigma$); et s'il est incliné par $\left(h\ tang.\ \varsigma \pm \frac{h}{m}\right)$; la quantité $\frac{h}{m}$ exprimant l'inclinaison du mur, soit à droite, soit à gauche.

M. Malus, que j'ai déjà cité (N°. 83), ayant observé que pour la reconstruction du fort de Kehl, les terres remblayées pendant l'hiver, et qu'on avait été dans le cas de recouper, se soutenaient, tant qu'elles conservaient leur humidité uniforme, à un talus fort peu éloigné de la verticale; en conclut que, si, à cette époque, on les eût recouvertes d'un mur de revêtement, l'intervalle qu'il eût fallu remblayer n'eût produit sur lui qu'une poussée insensible. Aussi, comme le projet de Kehl n'était que de couvrir d'anciens terrassemens qui conservaient un angle formé par la verticale et le talus des terres, moindre que 30°, et que ceux du fort Vauban conservaient depuis quatorze ans leur escarpe, il a calculé l'angle du prisme de plus grande poussée, comme

Digitized by Google

étant de 30°. S'il eût fallu couvrir le terrassement du fort Vauban, en calculant cet angle de 15°, on eût obtenu des dimensions plus que suffisantes, sous le point de vue de la solidité.

Il peut enfin arriver que l'on ait à couvrir, par un mur de revêtement, un terrain mixte qui conserve l'aplomb, même lorsqu'il a des couches de sable très-épaisses. Ce serait une prodigalité, si l'on calculait les dimensions d'un mur qui ne devrait que résister à leur action, comme celles d'un mur derrière lequel on formerait un remblai en sable, attendu qu'à moins que par sa position ce terrain ne soit sujet à être dégradé par les eaux, rien ne peut faire présumer le dérangement de ses parties, qu'un tremblement de terre. Ainsi on ne doit déterminer ses dimensions que relativement au prisme compris entre le terrain vierge et le mur.

A Juliers, la contre-garde de droite du front qui est en face de la hauteur de Mersch, était fondée sur un sable blanc presque impalpable, appelé vulgairement dans le Midi, sable de Bordeaux. Il fut question d'augmenter son relief, en approfondissant le fossé, et en reprenant l'escarpe sous-œuvre. On entreprit cet ouvrage par parties, quoique la saison fût très-avancée. On étançonna au droit du travail projeté le dessous de la fondation de l'escarpe. On déblaya à la pelle une partie de ces sables, pour engager le rempiétement sous l'escarpe. Ce sable se taillait à la pelle; une fois taillé, et dès que l'air l'avait saisi, il ne restait plus aucune partie adhérente. Cet effet avait lieu dans des parties extrêmement sèches, et il était entièrement désuni dans les parties humides, lorsque les eaux étaient écoulées; d'où il me semble qu'on doit en conclure que les sables ne se maintenaient dans l'arrangement de leurs parties que par la compression, et en vertu d'une cohésion très-lente à se former et d'une faible énergie.

Les expériences 30, 31, 32 et 33, prouvent que lorsqu'une fois les sables ont fait leur tassement, ils n'ont plus d'action; puisqu'il a fallu les charger à plusieurs reprises pour augmenter l'engrénage de leurs parties constituantes, et par ce déplacement leur procurer une action.

Digitized by Google

Il faut conclure de là 1°. que, lorsque l'on aura à construire un mur au-devant des terres ou des sables qui conservent un talus approchant de la verticale, il faudra considérer le vide qui se trouvera entre ce mur et les terres que l'on masque, comme le prisme de plus grande poussée, et substituer sa valeur à (P) dans celle de (Q) de la formule générale. L'épaisseur du mur qui résultera de cette substitution sera plus que suffisante, puisqu'elle sera capable de résister au remblai de ce vide fait sans précaution, négligence que l'on ne peut supposer dans aucun constructeur.

2°. Qu'il convient autant pour les terres que pour les sables, de laisser quelques jours sécher le derrière des murs avant de les remblayer; de former les remblais en sable, par parties, en les laissant deux fois vingt-quatre heures avant de couvrir les unes par les autres, pour diviser l'effet du tassement, ou de remblayer à fur et mesure de l'élévation du mur.

3°. Que lorsque l'on sera obligé de former derrière un mur un remblai en entier en sable, il faudra calculer l'épaisseur du mur de la même manière que l'on a fait aux (N°s. 105 et 106) pour l'application des trentième et trente-unième expériences.

4°. Que les terres étant susceptibles d'une forte cohésion, on peut et on doit même en tenir compte, lorsque les murs n'auront point à résister au canon, de la manière que nous allons exposer.

Observations sur la cohésion.

N°. 111. On a vu que, dans la sixième expérience, les terres étant arasées à la partie supérieure du coffre, le prisme de plus grande poussée donna un éboulement, dont le cube fut de 1,03.

Ces mêmes terres damées ne donnèrent, dans la seizième expérience, qu'un prisme de plus grande poussée, dont le cube de l'éboulement fut de 0,79^c. Il faut donc en conclure que la différence 0,24^c, mesure la cohésion de la partie qui ne s'est point détachée; et comme l'unité cubique était de 0,034243, et pesait 38 kilogr., il en résulte que la cohésion de cette partie représente un poids de 266 kilogr. D'un autre

Digitized by Google

côté, le cube 0,79e de l'éboulement pesant 8740 hect. aurait dû produire un effet de. 2209hect.,

Et le poids de 266kil un effet de. 672, 4

Effet total. 2881hect.,4

Tandis que l'éboulement effectif du poids de 8740hect. n'a produit qu'un effet de. 475,

Effet perdu par la cohésion. 2406hect.,4

D'où il résulte que l'effet des terres damées est d'une manière très-rapprochée le $\frac{1}{5}$ de la force Q.

N°. 112. Pour le cas de l'application aux terres végétales, le mur étant supposé vertical, on a trouvé la force $Q = \delta h^2 (0,1909)$ (voyez N°. 72) lorsque les terres étaient roulantes. Ainsi, si l'on a égard à la cohésion, cette force sera exprimée par $Q = \frac{\delta h^2}{6} (0,1909)$, et son moment par $\frac{\delta h^3}{18} (0,1909)$.

Le moment du mur sera comme au (N°. 79), $\frac{\pi h x^2}{2}$, et l'on aura pour équation d'équilibre, $\frac{\pi h x^2}{2} = \frac{\delta h^3}{18} (0,1909)$;

d'où $x = h \sqrt{\frac{\delta}{9\pi} (0,1909)}$, et substituant les mêmes densités, c'est-à-dire, $\frac{\delta}{\pi} = \frac{38}{60} = (0,6033)$, l'on aura $x = h (0,116)$, qui donnerait pour le poids du cube du mur, en appelant (l) sa longueur $lh^2 (6^k,96)$; tandis que le poids du cube du mur opposé aux terres roulantes serait $lh^2 (17^k,05)$. D'où l'on voit que l'économie sur la maçonnerie serait dans le rapport de deux à cinq, c'est-à-dire, qu'il faudrait $\frac{3}{7}$ de maçonnerie de plus aux terres roulantes qu'aux terres damées.

Pour plus de sûreté, au lieu de $\frac{Q}{6}$ donné par l'expérience, il convient de faire $\frac{Q}{3}$.

N°. 113. Cependant, pour plus de sûreté et pour prévenir le cas où

l'on ne porterait pas toute l'attention convenable dans le damage des terres, ou que le degré de cohésion fût plus fort dans les unes que dans les autres, et pour mettre l'équilibre au-dessus de tous les événemens, il convient de ne considérer l'effet des terres détruit par le damage, qu'aux $\frac{2}{3}$. Alors Q se réduirait à $\frac{Q}{3} = \frac{\delta h^2}{3}(0{,}1909)$, et son moment serait $\frac{\delta h^3}{9}(0{,}1909) = \delta h^3(0{,}0212)$, qui, comparé au moment de la résistance du mur, donnerait $x = h(0{,}1599)$; ce qui donnerait pour le poids du cube du mur $lh^2(9{,}60)$, c'est-à-dire; qu'il faudrait $\frac{1}{11}$ de maçonnerie de moins pour les terres damées que pour les terres roulantes.

Manière dont on pourrait déterminer par l'expérience, la cohésion dégagée du frottement, c'est-à-dire, déterminer (γ) pour sa substitution dans la formule générale.

N°. 114. Si l'on eût voulu déterminer la cohésion des terres damées d'une manière directe par l'expérience, pour substituer d'après elle à (γ) sa valeur dans la formule générale, l'on aurait procédé de la manière suivante :

Première opération. Il aurait fallu avec l'appareil dont on s'est servi, déterminer le prisme de plus grande poussée des terres roulantes, et son effet, de la même manière qu'on l'a fait dans le cours des expériences.

Deuxième opération. Rejeter et damer ces mêmes terres dans le coffre; mesurer le cube de l'éboulement et le vide formé dans le coffre; tenir compte de l'effet.

Troisième opération. Déblayer de nouveau les terres en entier; mais auparavant mettre à l'écart celles de l'éboulement; rejeter dans le coffre les terres qui ne s'étaient point éboulées, de manière à former un vide triangulaire propre à recevoir le prisme d'éboulement des terres mises à l'écart; les damer, les rejeter en les comprimant vers le tablier après l'avoir fermé, et avoir l'attention que la dame ou le pilon ne touche point le talus, afin de ne pas procurer de cohésion entre le talus et les terres rapportées; ouvrir le robinet de la caisse

Digitized by Google

pour laisser agir le prisme de terres rapporté; tenir compte de son effet.

Quatrième opération. Déblayer encore les terres éboulées, et substituer au talus, un plancher parfaitement raboté; rejeter la même quantité de terres, et les damer avec précaution, puis leur laisser faire leur effet.

N°. 115. Ainsi, par exemple, la première opération serait représentée par la sixième expérience; la deuxième opération, par la seizième. Au moyen de ces deux expériences, l'on évalue la différence des cubes des prismes de plus grande poussée résultante des terres corroyées, jetées à la pelle, comparées aux terres damées. Cette différence fait partie de l'énergie de la cohésion et de la différence des frottemens.

La troisième opération sert à être comparée à la quatrième; et il est évident que les terres, dans la troisième, produiront un effet moindre que celles de la quatrième. La différence de ces effets ne pourra être attribuée qu'au frottement, et en sera la mesure.

On déterminera facilement le frottement. Par exemple, soit supposé comme au N°. 112 que la différence des éboulemens de la première et de la deuxième opérations, équivaut à un poids de 266 kilogr., qui, s'il eût agi comme dans la première opération, eût dû produire un effet, frottement compris, de 672 hectogr.; et que les 0,79, cube de l'éboulement, pesant 8740 kilogr., n'ont produit qu'un effet de 495 hectogr., tandis qu'ils auraient dû produire, frottement compris, un effet de 2209 hectogr.

Supposons qu'en vertu de la troisième opération, le cube 0,79 n'ayant pas de cohésion à vaincre, ait produit un effet de 600 hectogr. et que par la quatrième opération, en glissant sur le plancher, il ait produit un effet de 900 hectogr., il en résulte qu'un poids de 4370 hectogr., a été détruit par le frottement, puisque 8740 hectogr. n'ont produit qu'un effet de 600 hectogr., et qu'il eût fallu un poids de

Digitized by Google

13110 hectogr. pour produire un effet de 900 hectogr. Ainsi s'il n'y eût point eu de frottement, et qu'il n'y eût eu que la cohésion, les 0,79, cube de l'éboulement, ou les 8740 hectogr., auraient produit un effet de 775 hect., savoir : l'effet 475 hect., plus l'effet 300 hect. détruit par le frottement.

Nous avons observé en outre qu'un cube de $0^{m},24^{c}$, équivalant à un poids de 266 kilogr., n'avait point agi en vertu de la cohésion; et que s'il eût agi, il n'eût produit qu'un effet de 672 hectogr., à cause du frottement.

Mais l'expérience ayant donné pour les terres roulantes, le frottement égal à la moitié de la pression, et la ligne de rupture se trouvant à $0^{m},76^{c}$ dans la sixième expérience, et à $0^{m},40^{c}$ dans la seizième; il suit que la base du prisme adhérent est de $0^{m},36^{c}$, d'après laquelle et le poids 266^{kil} des terres adhérentes, l'on détermine la pression
Fig. 6. $PI = 65^{kil},84^{c}$ en se rappelant que la hauteur de l'éboulement $= 1^{m},50^{c}$, et le frottement égal à $31^{kil},92^{c}$, de manière que le poids 266^{kil}, aurait dû produire un effet de $(176^{hect},5)$, car 8740 hect. ont produit un effet de 475 hectogr., donc 2660 hectogr. auraient produit un effet de $144^{hect},6$, et ajoutant à cet effet celui qui aurait détruit le frottement, l'on aurait $176^{hect},5$.

S'il n'y eût donc eu que la cohésion, abstraction faite du frottement, les terres damées auraient produit un effet de 775 hect. + $176^{hect},5 = 951^{hect},5$ pour l'action d'un poids de 11400 hect.

Cherchons actuellement l'effet que les terres roulantes auraient produit sans frottement. Dans la sixième expérience, leur effet a été de 2806 hectogr. Pour trouver la perte de l'effet qu'a fait éprouver le frottement, l'on déterminera comme ci-dessus la pression, en observant que la base de l'éboulement était $0^{m},76^{c}$, et son poids 11100 hect., ce qui donne 5624 hect. pour la pression; et comme le frottement est égal à la moitié de la pression, ce frottement sera exprimé par (2812^{hect}), de manière que le cube $1^{m},03^{c}$ de terres roulantes aurait produit un effet de 2812 hectogr. + 2806 hect. = 5618 hect., pour l'action d'un poids de 11100 hect.

D'où

Digitized by Google

D'où il suit que l'action d'un poids de 11400 hect. de terres damées n'exerçant aucun frottement, produisant un effet de 951^{hect},5, et que l'action d'un poids de terres roulantes de 11100 hect. n'exerçant également aucun frottement, produisant un effet de 5618, les effets des terres damées aux terres roulantes sont comme 11400 est à 1880; et si les suppositions que nous avons faites se trouvaient conformes à l'expérience, il en résulterait, à très-peu de chose près, que la cohésion serait égale au sixième de la pesanteur du prisme de plus grande poussée, c'est-à-dire, que $\gamma = \frac{P}{6}$.

C'est ainsi que j'aurais cherché à déterminer la cohésion par l'expérience, si une maladie grave et à la suite un changement de destination me l'eussent permis.

N°. 116. Si pour faire les expériences propres à déterminer la cohésion, on voulait changer l'appareil, et substituer celui de M. Gauthey, il y aurait une addition à faire; et nous allons l'exposer.

L'appareil de M. Gauthey consiste à fixer au tiers en contre-haut du bas du tablier, de chaque côté, une corde dont la direction est opposée à l'action des terres. Cette corde passe sur une poulie à une certaine distance de l'extrémité du coffre, et porte un plateau de balance.

Pour connaître l'effet des terres sur ces plateaux, qui ne peuvent être entiérement évalués par les poids qu'ils supportent, et la pesanteur des plateaux eux-mêmes, à cause que la gravité offre une résistance dont ils ne peuvent mesurer l'effet, on fixerait un anneau au milieu du tablier, et au $\frac{1}{3}$ en contre-haut du fond, dans lequel on passerait également une corde dont la direction serait dans le sens de la poussée des terres, et passerait sur une poulie. Son extrémité porterait un plateau de balance qui, surchargé de poids subcessivement, parviendrait à donner au tablier et aux deux autres plateaux chargés des mêmes poids qu'au moment de leur élévation, le même mouvement que celui qui avait été imprimé par les terres; de manière que la pesanteur de ce troisième plateau et des poids qu'il supporterait à l'instant du mouvement des deux autres, serait la mesure de l'action des terres contre le tablier.

Proposition d'un autre appareil pour déterminer la cohésion.

Digitized by Google

D'après cet appareil, on déterminerait la cohésion, en exécutant les opérations énoncées au N°. 114. On pourrait, dans celui-ci, comme dans le précédent, varier le point d'application, en construisant la racine de l'anneau en mâle de queue d'aronde, comme celui de la tige, la racine des anneaux à placer sur le côté du tablier étant à doubles pattes fixées avec deux vis de pression.

Voilà, je pense, les principales observations et les seules essentielles, pour ce qui concerne la résistance des murs de terrasse. Nous allons continuer à faire des applications à des constructions connues ou proposées.

N°. 117. M. Duvivier, d'après les recherches que j'ai faites, paraît être le premier qui ait consigné dans un Mémoire le système des
Fig. 18. voûtes en décharge; car il proposa, en 1726, le profil $abcd$, soutenu en arrière par les voûtes lm, ik, gh, ef, entre lesquelles il faisait un remblai, dont la hauteur se trouvant diminuée, agissait faiblement contre le mur de revêtement.

Cette idée ingénieuse pouvant être utilisée d'une manière plus avantageuse, M. Carnot, ancien général du génie et directeur des fortifications, proposa au comité, de profiter de ce genre de construction de voûtes, pour avoir des communications le long de l'escarpe, au moyen desquelles l'on pourrait fusiller l'ennemi, soit dans le fossé, soit dans le chemin couvert. Il observa que l'on pouvait encore obtenir un autre genre de défense lorsque la brèche serait ouverte; celui de procurer une fusillade sous chacune de ces voûtes, en crénelant leurs pieds droits et la porte de communication.

Il proposa de tirer encore un autre avantage de cette idée dans la construction des voûtes. Il fit voir qu'il était inutile de leur donner la même longueur, cette dimension devant être déterminée par le talus formé par le prisme de terres de plus grande poussée. Ainsi, supposant que la distance de la ligne de rupture fût un peu moindre que (gh),
Fig. 19. il proposait de faire la longueur de la voûte supérieure égale à gh, la longueur ef de la seconde, moins longue couperait le talus ha que prendrait sur cette nouvelle hauteur le prisme de plus grande poussée.

Digitized by Google

De même la voûte *cd* moins longue que la voûte *ef* couperait seulement le talus que les terres prendraient dans la direction de *fa*, de manière que par le système de voûtes en décharge pour retenir un remblai, on pourrait se passer de mur de masque.

Nous ne faisons point d'application particulière à ce profil du comité, ayant préféré en faire sur un système de casemates exécuté de nos jours, et que nous allons rapporter dans ce numéro; néanmoins le système de M. Carnot, adopté par le comité des fortifications, se trouvera traité au N°. 137.

Nous n'en faisons point non plus au profil de M. Duvivier, attendu que nous prenons pour exemple celui de M. Querlonde, qui, rendant la justice qui était due à M. Duvivier, en lui accordant le mérite de l'invention, présente néanmoins dans un Mémoire (de 1742), son idée d'une manière plus avantageuse.

D'après cela, ce n'est pas sans étonnement, que l'on trouve l'idée de M. de Querlonde dans le Mémoire de M. Gauthey (de 1784 et 85), présentée par cet auteur, comme s'il en était l'inventeur. Il faut présumer, que n'ayant aucune connaissance du Mémoire de M. de Querlonde, la même idée s'est offerte à son esprit dans les recherches qu'il a faites sur cette matière.

Au surplus, je crois qu'il serait très-difficile de fixer au juste l'époque de l'invention du système des voûtes en décharge, attendu que l'on en trouve des traces dans les anciennes places d'Italie et d'Allemagne, et notamment dans la place de Dillembourg en Allemagne, construite sur la fin du seizième siècle. Cette place fut attaquée pendant la guerre de sept ans. Les contre-forts d'un revêtement battu en brèche se trouvèrent liés par des voûtes qui soutinrent long-tems les terres du parapet et du rempart. La position des pieds droits de ces voûtes, parallèle au tir du canon, les maintint long-tems contre l'effort des batteries de brèche.

C'est ce fait qui nous a engagés à proposer le profil que l'on trouvera exposé au N°. 148.

Digitized by Google

CHAPITRE IV.

APPLICATION DE LA THÉORIE

AUX SOUTERRAINS ENGAGÉS DANS LES TERRES, ET AUX VOUTES EN DÉCHARGE.

Fig. 21.

Application de la formule générale à un profil de casemates exécutées à l'ouvrage à couronne de Juliers.

N°. 119. Soit proposé un profil de casemates que l'on veut couvrir d'un parapet ; par exemple, un des profils moyens entre la naissance et la clef d'une des casemates exécutées à l'ouvrage de la couronne de Juliers.

Comme l'expérience a démontré que dès qu'un remblai formé jusqu'au niveau du couronnement d'un mur a formé son tassement, ou que les terres ont été damées, une surcharge, même celle d'un parapet, influe très-peu sur la ligne de rupture ; on cherchera à déterminer la ligne de rupture par la hauteur de la section d'un plan vertical tangent au parement intérieur du mur, faite dans le remblai, qui mesurera la hauteur naturelle du remblai sans surcharge. Ainsi dans ce cas $(rb) = h = 1^{m},90^{c}$ représente la hauteur du remblai ; l'arête (rp) représente le parapet ou la surcharge, et le triangle (tar) est en faveur de la résistance du mur, et remplace son surhaussement.

Mais nous avons vu (N°. 55) que la distance de la ligne de rupture était exprimée par $h\ tang.\ \varsigma = h\ (0,618)$ d'une manière générale, lorsque l'obstacle, c'est-à-dire le mur, était vertical. Mais dans ce cas particulier $h = 1^{m},90^{c}$; et la distance de la ligne de rupture $h\ tang.\ \varsigma$ sera exprimée par $(1,90) + (0,618) = 1^{m},17^{c}$, que l'on peut évaluer à $1^{m},20^{c}$ pour le peu d'influence de la surcharge. Ainsi $ri = 1^{m},20^{c}$, par conséquent la surcharge sera formée du triangle (pri) partie du parapet.

Digitized by Google

Si du point (p) on mène l'horizontale (pm), et l'on prolonge la ligne (br) jusqu'en (m), et joignant les points (m) et (i), on aura un triangle $mri = pri$, et le triangle (mib) étant entiérement connu, il sera aisé de former un triangle $(bno) = (mib)$; ce qui, dans ce cas particulier, donne $nb = h = 3^m,65^c$, au lieu de $h = 1^m,90^c$ qui a servi à déterminer la ligne de rupture; et $no = 2^m,26^c$; et par conséquent $h\ tang.\ \varsigma = 2^m,26^c$, d'où $tang.\ \varsigma = (0,618)$. Substituant cette valeur dans (Q), en supposant que le remblai soit fait avec des terres végétales, et par conséquent que $f = \frac{1}{2}$; l'on aura, comme au N°. 55, $Q = \delta h^2\ (0,1909)$.

On a vu (N°. 34) que le moment du triangle DRS (fig. 14) était $mhy^2 - \frac{2my^3}{3}$, en regardant la cohésion comme nulle. Mais le triangle (nob) peut être absolument considéré comme le triangle (DRS), en supposant $nb = y = 3^m,65^c$; $m = \delta\ (0,1909)$; dans ce cas-ci $h = nc = cb + nb$: mais, dans ce cas particulier, $cb = 3^m,60^c$; $ab = 1^m$, et par conséquent $ac = 4^m,60^c$, et $h = 7^m,25^c$; puisque le point de rupture doit être considéré en c, niveau de la partie supérieure du massif de la fondation: par conséquent l'expression du moment de la force (Q) serait

$$\delta\ (0,1909) \times (7^m,25^c) \times (3,65)^2 - \frac{2\delta}{3}(0,1909) \times (3,65)^2 = \delta\ (12^m,26^c).$$

Si l'on continue d'appeler (π) la densité de la maçonnerie, $\pi\ (ac) \times (gc)^2 \times \frac{1}{2}$ sera l'expression du moment de la maçonnerie; par conséquent l'équation d'équilibre sera $\pi\ (2,30) \times (gc)^2 = \delta\ (12^m,26^c)$, d'où $gc = \sqrt{\frac{\delta}{\pi}\left(\frac{1226}{230}\right)}$; et si la densité des terres était d'un poids moyen tel que $\delta = 50^{kil},42$, et $\pi = 62^{kil},50$, comme ces densités ont été trouvées pour les terres et les maçonneries des casemates de Juliers, l'on aurait $gc = \sqrt{4,299711} = 2,07$.

Si l'on eût eu égard à la cohésion des terres, parce que l'on doit supposer qu'on doit les damer avec soin, alors

$$Q = \frac{\delta h^2}{3}\ (0,1909) = \delta h^2\ (0,0636),$$

Digitized by Google

et son moment est exprimé par

$$\delta(0{,}0636)\times(7^{m},25^{c})\times(3^{m},65^{c})^{2}-\frac{2\delta}{3}(0{,}0636)\times(3^{m},65^{c})^{2}=\delta(4^{m},08^{c});$$

et par conséquent l'équation d'équilibre $\pi\,(2{,}30)\times(gc)^{2}=\delta\,(4^{m},08^{c})$ donnera $gc=\sqrt{\frac{\delta}{\pi}\left(\frac{4{,}08}{2{,}30}\right)}=\sqrt{1{,}4310}=1^{m},20^{c}$.

Cependant, comme on désirait économiser sur les maçonneries, et en même tems considérer l'escarpe comme un simple mur de masque qui, renversé par le canon, ne pût entraîner dans sa chûte une partie du parapet, on s'est contenté de lui donner $1^{m},00$ d'épaisseur, au lieu de $1^{m},20^{c}$; et on aurait pu lui donner même moins sous ce rapport. Mais, en même tems, pour détruire l'action des terres, on arasa les reins des voûtes jusqu'au niveau de la tablette, et de plus on racheta les saillies de ces reins et celle de l'escarpe sur l'extrados des voûtes, par un glacis en maçonnerie. La saillie des tablettes se trouvant considérable en certains endroits, à cause du défilement donné du saillant à l'épaule.

Par cet artifice on est parvenu à rendre l'extrados des voûtes comme un terrain vierge sur lequel on a formé un remblai abandonné à son talus naturel.

N°. 120. Si l'on voulait calculer d'une manière plus exacte la poussée contre le mur de masque depuis les reins des voûtes jusqu'à l'extrados de leur clef, en ne prenant point une hauteur réduite, comme on l'a fait au numéro précédent, mais en considérant le parapet comme une surcharge, et observant que dans le profil pris pour exemple, $ab=h=1^{m}$, et $bc=3^{m},60^{c}$; alors $ak=h\,tang.\,\varsigma=h\,(0{,}618)$ et $tang.\,\varsigma=0{,}618$. D'après cela la surcharge ($apyk$) sera facile à évaluer, en se rappelant que $am=6^{m}$, et $mp=5^{m}$; et l'on aura $apyk=\Theta=6{,}708$: de manière qu'en substituant encore à (f) sa valeur (0,5), l'on aura

$$Q=\frac{\delta(0{,}309)\delta-(0{,}0955)+\delta(6{,}708)-\delta(2{,}0727)}{1{,}118}=\left(\frac{4849}{1118}\right)\delta=(4^{m}337)\delta;$$

et ayant égard au damage des terres qui réduit cette force au $\frac{1}{3}$, l'on

Digitized by Google

aura $Q = \delta\left(\frac{4^m,337}{3}\right) = (1,334)\ \delta$; et comme cette force agit au $\frac{1}{3}$ de (ab), son bras de levier sera $bc + \frac{ab}{3} = (3^m,60 + 0,333)\ \delta = \ldots$ $\ldots = (3,933)\ \delta$, et son moment $(5,25)\ \delta$.

Si l'on appelle (x) l'épaisseur du mur $h' = ac = 4^m,60^c$, le moment du mur sera $\frac{\pi h' x^2}{2} = \delta\,(5,25)$ d'où $x = \sqrt{\frac{\delta}{\pi}\left(\frac{10,50}{4,60}\right)}$;

et si $\frac{\delta}{\pi} = \frac{38}{60}$, l'on aura $x = \sqrt{1^m,4456} = 1^m,20^c$, comme on l'a trouvé au numéro précédent.

N°. 121. Avant de faire d'autres applications, il est peut-être à propos de se rendre compte de l'influence du système casemate sous le point de vue de l'économie.

En conséquence, supposons qu'à Juliers, au lieu de casemates, on eût simplement exécuté une escarpe propre à recevoir un parapet de la hauteur de celui des casemates. Dans cette supposition, la hauteur des terres agissant contre le mur, en y comprenant l'évaluation de la surcharge du parapet,

serait $h = 7^m,25$, et $Q = \delta h^2\ (0,1909)$.

Mais si l'on voulait traiter le problème sans cette réduction, comme nous venons de le faire, et considérer seulement au-dessus de $c\ a$ le parapet comme une seule surcharge, et le remblai formé depuis (c) jusques en (a); alors on a $c\ a = h = 4^m,60^c$; et l'on a vu qu'en supposant que ce fût des terres végétales,

$$f = \tfrac{1}{2}, \text{ et } h\ tang.\ \varsigma = h\,(0,618) = 2^m,84^c.$$

Par conséquent la ligne de rupture $al = 2^m,84^c$, et la surcharge sera $(aphl)$ qui d'après la valeur de $am = 6^m$, et de $mp = 5$, donne $aphl = \delta\,(20,04)$. Ainsi, si l'on appelle (Θ) cette surcharge, et que l'on substitue sa valeur dans (Q), ainsi que celle de $tang.\ \varsigma = (0,618)$; d'après l'équation (N°. 35) qui, en faisant attention que le mur est ver-

Digitized by Google

tical et que la cohésion est nulle, devient

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2} tang.\ \varsigma - \frac{f\delta h^2}{2} tang.^2\ \varsigma + \Theta - \Theta f\ tang.\ \varsigma}{tang.\ \varsigma + f} = \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots = \frac{\delta h\ (0{,}309) - \delta h^2\ (0{,}0955) + \delta\ (20{,}04) - \delta\ (6{,}1923)}{1{,}118};$$

et mettant $4^m{,}60^c$ au lieu de h, l'on a $Q = (16{,}42)\ \delta$. Les terres étant végétales, peuvent être damées, et l'on doit par conséquent tenir compte de leur cohésion, ce qui donne pour

$$Q = \frac{\delta}{3}\ (16{,}42) = \delta\ (5^m{,}47).$$

Si l'on appelle (x) l'épaisseur du mur dont la hauteur $ac = h = 4^m{,}60^c$, et la densité π; l'on aura pour son moment $\frac{\pi h x^2}{2}$, et l'équation d'équilibre sera $\frac{\pi h x^2}{2} = \frac{\delta h}{3}(5,\ 47)$, d'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{2\delta}{3\pi}(5{,}47)}$; et si les densités $\frac{\delta}{\pi} = \frac{38}{60}$, l'on aura $x = \sqrt{2{,}3094} = 1^m{,}51^c$.

Nous venons de voir au troisième article de ce numéro, que la distance de la ligne de rupture $h\ tang\ \varsigma = 2^m{,}84^c$; et comme la tablette est à $0^m{,}50^c$ en contre-haut de l'extrados de la clef de la voûte, il suit que la distance de la ligne de rupture mesurée sur l'extrados de la clef de la voûte ne serait que de $2^m{,}53^c$. Ainsi, une largeur de voûte en décharge (1) de $3^m{,}00$, serait plus que suffisante pour détruire l'effet du prisme triangulaire des terres agissantes.

Si l'on suppose, comme à Juliers, la distance du milieu d'un pied-droit à l'autre de $6^m{,}00$; la hauteur de ces pieds-droits de $1^m{,}80^c$, leur fondation de deux mètres; l'épaisseur des voûtes de $0^m{,}80^c$ (2): l'on aura pour le cube du mur d'escarpe ou du mur de masque $52^m{,}32^c$, en lui supposant $1^m{,}20^c$ d'épaisseur, ainsi qu'on l'a trouvée (N°s. 119 et 120), et à sa fondation $0^m{,}20^c$ de saillie de chaque côté.

---

(1) A Juliers, ces voûtes ont $4^m{,}50^c$ largeur.

(2) A Juliers, elles ont $1^m{,}00$ épaisseur.

Les

Digitized by Google

Les pieds-droits des voûtes, en leur supposant un mètre d'épaisseur, et la profondeur de la fondation de deux mètres comme celle du mur, donneront un mur de $27^m,60^c$.

L'arc des voûtes est d'environ 101° décrit avec un rayon de $3^m,23^c$, mesuré du centre au milieu de l'épaisseur de la voûte; ce qui donne à peu près pour le développement d'une voûte $6^m,00$, et un cube de $14^m,40^c$.

D'où il résulte en total un cube de $94^m,32^c$.

Si l'on eût au contraire exécuté l'escarpe verticale sans casemates, avec l'épaisseur de $1^m,51^c$ trouvée, l'on aurait eu pour sa fondation 2^m de profondeur, $1^m,91^c$ épaisseur, 6^m longueur, et pour cube $22^m,92^c$; et le cube de l'escarpe eût été $41^m,68^c$.

D'où il résulte en total un cube de $64^m,60^c$; c'est-à-dire environ 30 mètres cubes de différence.

Ainsi, l'on peut en conclure qu'il n'y a point d'économie à faire des voûtes en décharge, lorsque les reins des voûtes ne sont point arasés de niveau à l'extrados des voûtes, et les pieds-droits élevés jusqu'à la tablette du couronnement du mur de masque. On peut tirer cette conclusion de l'excédent de 30 mètres cubes de maçonnerie, avec d'autant plus de raison qu'il y a encore la différence du prix des $14^m,40^c$ cubes de maçonnerie de voûte, et des chapes de ciment que cette construction exige.

Il n'y a point d'économie à faire des voûtes en décharge, lorsque les reins des voûtes ne sont point arasés; et les murs verticaux sans casemate sont moins dispendieux, quand les remblais sont en terres végétales, et qu'ils n'ont pas une hauteur considérable.

N°. 122. Faisons actuellement la comparaison du mur d'escarpe exécuté sans casemates, avec le système de casemates sur les voûtes duquel on mettrait un massif de maçonnerie jusqu'au niveau de la tablette. Il est évident que dans ce cas, les terres n'auraient aucune action contre le mur de masque, auquel on pourrait donner la moindre épaisseur possible, que nous allons fixer à $0^m,50^c$ épaisseur.

Celle de sa fondation sera $0^m,90^c$, et son cube $10^m,8^c$. Le cube du mur de masque sera $15^m,00$; celui des pieds-droits des voûtes, comme on l'a trouvé $27^m,60^c$; celui des voûtes $14^m,40^c$; et enfin

Digitized by Google

celui de l'arasement aurait été de $20^{m},70^{c}$: ce qui donne un total de $88,^{m}50^{c}$.

Il n'y a pas non plus d'économie à faire des voûtes en décharge, en surchargeant les voûtes et remplissant les reins jusqu'au niveau de la tablette; quoique cette construction soit moins dispendieuse que la précédente, quand les remblais sont en terres végétales.

Mais l'on n'a trouvé qu'un cube de maçonnerie de $64^{m},60^{c}$, en exécutant le mur d'escarpe comme à l'ordinaire : d'où il résulte que quoiqu'en arasant les voûtes jusqu'au niveau de la tablette, l'on fasse une économie de 6 mètres cubes de maçonnerie par 6 mètres courans, les casemates sont toujours plus dispendieuses que les murs ordinaires.

Comme à Juliers, on a préféré donner un mètre d'épaisseur au mur de masque, on n'arasa le dessus des voûtes que de la manière dont il a été dit, à l'avant-dernier article du N°. 119; c'est-à-dire, qu'au lieu d'un cube de $20^{m},70^{c}$, on ne mit que $18^{m},00$ cube de maçonnerie; et leur disposition aurait suffi pour ne donner au mur que $0^{m},50^{c}$ si on l'eût voulu.

N°. 123. Faisons une comparaison de casemates à une hauteur de remblai plus considérable que les précédentes; par exemple, à la hauteur $h = 11^{m},37^{c}$ proposée (N°. 58). L'on a vu que dans ce cas, la ligne de rupture $h\ tang.\ \varsigma = 7^{m},03^{c}$, dans la supposition que le remblai fût en terres végétales : ainsi, une voûte de $7^{m},50^{c}$ de longueur sera plus que suffisante pour détruire le prisme de plus grande poussée, qui serait détruit sur une hauteur de $8^{m},50^{c}$, en supposant que l'extrados de la clef de la voûte fût à $0,50^{c}$ en contre-bas de la tablette; mais au-dessous de l'intrados de la clef, les terres reprendront leur talus de 45°, et chargeront le mur de masque sur une hauteur de $2^{m},87^{c}$.

Cela posé, si, pour la hauteur du mur de $11^{m},37^{c}$, on remblaie en damant les terres, au lieu de $Q = \delta h^{2}$ (0,19097), comme on l'a trouvé (N°. 55), l'on aura $Q = \delta h^{2}$ (0,06366), dont le moment sera $\frac{\delta h^{3}}{3}(0,06366) = (0,0212)\,\delta h^{3}$.

Le moment de la maçonnerie sera, comme au N°. 120, $\frac{\pi h x^{2}}{2}$,

Digitized by Google

et l'équation d'équilibre $\frac{\pi h x^2}{2} = (0{,}0212)\,\delta h^3$, d'où

$x = \sqrt{\frac{2\delta h^3}{\pi}(0{,}0212)} = h\,(0{,}164) = 1^m{,}86^c$, en supposant $\frac{\delta}{\pi} = \frac{38}{60}$.

A présent, en supposant le mur casematé par derrière, nous avons vu que les terres chargeraient dans le bas le mur sur une hauteur de $2^m{,}87^c$, avec une surcharge en talus depuis le dessous de la clef de la voûte jusqu'à cette hauteur. On déterminerait cette surcharge au moyen de la ligne de rupture $h\,tang.\,\varsigma = (2^m{,}87^c)\,(0{,}618) = 1^m{,}77^c$, base de la surcharge sur une hauteur de $7^m{,}5^c$, c'est-à-dire que cette surcharge $\Theta = \delta\,(13^m{,}275)$; et substituant dans la formule (Q) comme au N°. 120, l'on aura $Q = \delta\,(18{,}478)$: et comme les terres peuvent être damées, cette force se réduira à $Q = \frac{\delta}{3}(18{,}478) = \delta\,(6{,}1593)$; d'où il résulte que l'équation d'équilibre serait $\frac{\delta h}{3}(6{,}1593) = \frac{\pi h' x^2}{2}$, dans laquelle $h = 2^m{,}87^c$, $h' = 11^m{,}37^c$, et $x = \sqrt{\frac{2\delta h}{3\pi h'}(6{,}1593)} = 0^m{,}81^c$.

La hauteur moyenne des terres qui seraient au-dessus de la voûte en décharge, serait $(1^m{,}00)$, et la force qui représente leur action, serait $Q = \delta h^2\,(0{,}06366)$, qui agirait à l'extrémité d'un levier égal à $10^m{,}37^c + 0{,}33^c$, c'est-à-dire $(10^m{,}70^c)$; et par conséquent le moment de cette force serait exprimé par $\delta h^2\,(0{,}681)$, et l'équation d'équilibre par $\frac{\pi h x^2}{2} = \delta h^2\,(0{,}681)$, d'où $x = \sqrt{\frac{\delta h}{\pi}(1{,}362)} = 0{,}93$, en observant que $h = 1$.

De sorte que si l'on construisait un mur ordinaire sur une longueur de $6^m{,}00$, en lui supposant $2^m{,}00$ de profondeur de fondation, et $0{,}20^c$ de saillie de chaque côté du mur, dont l'épaisseur a été trouvée $1^m{,}86^c$, on aurait pour le cube de la fondation $27^m{,}12^c$, et pour le cube du mur, $126^m{,}89^c$; de manière que le cube total serait $154^m{,}00$.

D'un autre côté, l'on vient de voir que dans le cas des voûtes en

Digitized by Google

décharge, l'épaisseur de 0,81^{c} du mur de masque serait suffisante; celle de sa fondation sera donc 1^{m},21^{c}, et ses autres dimensions comme à l'article précédent, ce qui donnera un cube de 14^{m},52^{c}; et le cube du mur de masque sera de 55^{m},26^{c}.

Je supposerai l'épaisseur des pieds-droits des voûtes de 1^{m},00, et les arceaux en décharge en plein cintre; de manière que la hauteur de ces pieds-droits sera de 7^{m},87^{c}; celle des fondations toujours de 2^{m},00 : par conséquent, le cube des fondations sera 21^{m},00, et le cube des pieds-droits 59^{m},03^{c}.

Les terres qui sont sur la voûte en décharge, exigent, pour cette partie, un épaississement de mur de 0^{m},69^{c} sur une hauteur moyenne de 1^{m},00, et sur la longueur commune de 6^{m},00, ce qui donne un cube de 4^{m},14^{c}.

Enfin, en supposant que ces voûtes en décharge ne doivent pas être à l'épreuve de la bombe, l'épaisseur de 0^{m},50^{c} serait suffisante; et comme le rayon mesuré du centre au milieu du voussoir ne serait que de 2^{m},75^{c}, il en résulte que le cube d'une voûte en décharge serait de 29,^{m},45^{c}.

RÉCAPITULATION.

Cube des fondations du mur de masque	14^{m},52^{c}
Cube du mur de masque	55 ,26
Epaississement du mur de masque	0 ,72
Cube des fondations des piliers des voûtes en décharge . .	21 ,00
Cube des pieds droits	59 ,03
Cube de la voûte en décharge	29 ,45
	179^{m},98^{c}
Cube du mur construit sans voûte en décharge	154 ,00
Différence des cubes	25^{m},98^{c}

Digitized by Google

D'où l'on voit qu'il n'y a pas non plus d'économie à exécuter le systême des voûtes en décharge dans un remblai de terres végétales d'une hauteur considérable, lorsqu'il n'y a point au-dessus une surcharge.

Autre preuve qu'il n'y a point d'économie à construire des voûtes en décharge, lorsque le remblai doit être formé sur une hauteur considérable en terres végétales, sans surcharge de parapet ou matières hétérogènes.

N°. 124. Supposons actuellement que la hauteur du remblai $h = 11^m,37^c$ fût chargée d'un parapet, la ligne de rupture serait, comme dans le N° précédent, éloignée du mur de $7^m,03^c$; ce qui donnerait une surcharge de δ (18,28), en supposant que le talus du parapet fût à 45°, talus ordinaire des terres, et que la hauteur de ce parapet fût de $2^m,60^c$. Supposons que l'on forçât le talus du parapet, de manière que la surcharge fût δ (20,88) $= \Theta$ (1), et substituant cette valeur, ainsi que celle de $f = \frac{1}{2}$, et *tang.* ς = (0,618),

$$\text{dans } Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2} tang.\,\varsigma - \frac{f\delta h^2}{2} tang.^2\,\varsigma + \Theta - \Theta f\, tang.\,\varsigma}{tang.\,\varsigma + f},$$

comme on l'a fait au numéro précédent

$$\text{l'on aura } Q = \frac{\delta h^2\,(0{,}309) - \delta h^2\,(0{,}0955) + \delta\,(20{,}88) - \delta\,(6{,}45)}{1{,}118};$$

et mettant pour h^2 sa valeur prise de $h = 11^m,37^c$, l'on aura $Q = \delta\,(37^m,68)^c$. Comme ce sont des terres végétales qui peuvent être damées, cette force sera réduite à $Q = \delta\,(12^m,56)$, et son moment sera exprimé par $\frac{\delta h}{3}(12,56) = \delta h\,(4,187)$, et celui du mur étant exprimé par $\frac{\pi h x^2}{2}$, l'on aura $\frac{\pi h x^2}{2} = \delta h\,(4,187)$; d'où $x = \sqrt{\frac{\delta}{\pi}(8,374)} = 2^m,30^c$, en faisant $\frac{\delta}{\pi} = \frac{38}{60} = (0,6333)$..

(1) Cette supposition est d'autant plus admissible, que, sans aucun inconvénient, on peut donner au talus du parapet, celui formé par le prisme de plus grande poussée, qui peut être regardé comme un second talus naturel, d'autant qu'on le revêt d'un gazonnage, ou que l'on y sème de la graine de foin.

Digitized by Google

Le mur chargé d'un parapet, devant avoir $2^m,30^c$ d'épaisseur, sa fondation aura $2^m,70^c$, et le cube de cette fondation sera de . . . . . $32^m,40^c$

Le cube du mur, sa hauteur étant $11^m,37^c$, sera de . . 202 ,91

TOTAL . . . . . $235^m,31^c$

Si, au lieu de ce mur, l'on substituait le système en décharge, l'on a vu qu'en arasant le dessus des voûtes jusqu'au niveau de la tablette du mur, les terres n'auraient plus aucune action sur le mur de masque; ainsi, on pourrait le réduire au *minimum* d'épaisseur. Mais supposons que l'on fixe cette épaisseur à $0^m,65^c$, celle de ses fondations sera de $1^m,05^c$, et le cube sur 6 mètres courans, sera de . . . . $12^m,60^c$

Celui du mur de masque, sur une hauteur de $11^m,37^c$, sera de . . . . . 44 ,54

Pour l'arasement jusqu'au niveau de la tablette . . . . 20 ,70

Fondations des pieds-droits . . . . . 21 ,00

Comme nous supposerons que les voûtes en décharge seront à l'épreuve de la bombe, elles auront $1^m,00$ d'épaisseur, et la hauteur de leurs pieds-droits ne sera plus que de $7^m,37^c$ et leur cube de . . . . . 55 ,28

$153^m,92^c$

La ligne de rupture restant la même que dans le N°. précédent, la longueur de la voûte en décharge sera de $7^m,5^c$, et son cube de . . . . . $64^m,50^c$

Ainsi, les $235^m,31^c$ du mur ordinaire à 16 francs le mètre, coûteront . . . . . $3764^f,\ 96^c$

Les $153^m,92^c$ de mur ordinaire pour le système en décharge, coûteront . . . . $2462^f,\ 72^c$

Les $64^m,50^c$ de maçonnerie pour voûte à 19 fr. . . . . $1225^f,\ 50^c$

} $3688^f,\ 22^c$

Différence dans la dépense. $76^f,\ 74^c$

Digitized by Google

D'où l'on peut couclure qu'il y a de l'économie à construire des voûtes en décharge, destinées à supporter un parapet, lors même qu'elles doivent être à l'épreuve de la bombe.

Il y a de l'économie à employer les voûtes en décharge, lorsqu'elles doivent être à l'épreuve de la bombe, et les remblais en terres végétales, avec la surcharge d'un parapet.

N°. 125. Faisons une semblable application au même profil remblayé en sable, premièrement jusqu'au niveau de la tablette, sans avoir égard, pour plus de solidité, au frottement exercé par l'impression de la charge sur le plancher. Dans ce cas-là, $f = 0{,}31$, comme on l'a vu (N°. 104); et de cette valeur, on déduit du (N°. 33) *tang.* $\varsigma = 0{,}737$, et $Q = \delta h^2\,(0{,}2715)$, en observant que la cohésion est nulle, et que *sin.* $e = 0$, attendu qu'il n'est pas possible de procurer une cohésion aux sables nouvellement remblayés; que ce n'est qu'après plusieurs années qu'ils en acquièrent une, cette force ne peut donc être réduite. Ainsi, son moment sera $\frac{\delta h^3}{3}\,(0{,}2715)$. On sait que celui du mur est $\frac{\pi h x^2}{2}$; l'on a par conséquent l'équation d'équilibre

$\frac{\pi h x^2}{2} = \frac{\delta h^3}{3}\,(0{,}2715)$, de laquelle on tire $x = h\sqrt{\frac{\delta}{\pi}}\,(0{,}181)$.

Si nous prenons les densités $\frac{\delta}{\pi} = \frac{4664}{6250} = (0{,}7462)$ trouvées à la trentième expérience, l'on aura $x = h\,(0{,}367) = 4^{m}17^{c}$, à cause de $h = 11^{m},37^{c}$.

Ainsi, l'épaisseur de la fondation, en supposant toujours $0^{m},20^{c}$ de saillie de chaque côté du mur, sera $4^{m},57^{c}$, qui, sur 6 mètres de longueur et 2 mètres de profondeur, donnera un cube de . . . . . $54^{m},84^{c}$

Le cube du mur sera de . . . . . $403^{m},16^{c}$

TOTAL DU CUBE. . . . . $459^{m},00^{c}$

Examinons le système de voûtes en décharge pour ce cas-là. La distance de la ligne de rupture étant exprimée par $(h\,tang.\,\varsigma)$, le prisme de plus grande poussée se détachera à une distance du

Digitized by Google

mur de $(11^m,37^c)\,(0^m,737) = 8^m38^c$: par conséquent, une longueur de $8^m,80^c$, détruira entiérement l'effet du prisme de plus grande poussée.

Si l'on suppose que les voûtes n'aient que $0^m,50^c$ d'épaisseur, qu'elles soient recouvertes de $0^m,50^c$ de sable à la clef, et que l'on observe que les sables reprennent leur talus naturel qui est de $2^m,00$ de base sur $1^m,5^c$ de hauteur, l'on verra que le mur de masque se trouvera pressé par les sables sur une hauteur de $3^m,77^c$. Pour en trouver l'action, on substituera dans la formule du N°. 35 (qui, abstraction faite de la cohésion, et considérant le parement intérieur vertical,

devient $Q = \left(\dfrac{\frac{\delta h^2}{2}\,tang.\,\varsigma - \frac{f\delta h^2}{2}\,tang.^2\,\varsigma + \Theta - \Theta f\,tang.\,\varsigma}{tang.\,\varsigma + f}\right)$, les

valeurs suivantes $f = 0{,}31$, $tang.\,\varsigma = 0{,}737$, $tang.^2\,\varsigma = 0{,}543$, et $\Theta = \delta\,(18^m,348^c)$. Cette surcharge est calculée d'après la ligne de rupture qui est exprimée par $h\,tang.\,\varsigma = (3^m,77^c)\,(0{,}737) = 2^m,78^c$, base du prisme de surcharge sur une hauteur de $6^m,60^c$.

Cela posé,

$$Q = \frac{\delta(5{,}2371) - \delta(1{,}1962) + \delta(18{,}348) - \delta(4{,}1925)}{1{,}047} = (17{,}3794)\,\delta\,;$$

et comme ce sont des sables, cette force ne peut être réduite, de manière que son moment sera exprimé par

$$\frac{\delta h}{3}\,(17{,}3794) = \delta h\,(5{,}7931) = \delta\,(21^m,84^c).$$

Par conséquent, l'équation d'équilibre sera $\frac{\pi h' x^2}{2} = \delta\,(21{,}84)$;

d'où $x = \sqrt{\frac{\delta}{h'\pi}\,(43{,}68)}$, dans laquelle $h' = 11{,}37$, et $\frac{\delta}{\pi} = (0{,}7462)$;

ce qui rend $x = 1^m,69^c$.

Le mur devant avoir $1^m,69^c$ d'épaisseur, celle de la fondation sera de $2^m,09^c$, qui donnera un cube de $25^m,08^c$ sur 6 mètres de longueur; le cube du mur de masque sera de $115^m,29^c$.

La longueur des voûtes et des pieds droits étant de $8^m,80^c$, et l'épaisseur

Digitized by Google

l'épaisseur de ceux-ci étant supposée de 1m,00, leur cube pour une étendue de 6 mètres de mur de masque sera de 24m,64c.

La hauteur des pieds droits étant de 7m,87c, leur cube sera de 69m,26c.

Enfin, le cube de la voûte en décharge serait de 38m,00.

RÉCAPITULATION.

Cube de la fondation du mur de masque	23m,08c
Cube du mur de masque	115 ,29
Fondation des pieds droits	24 ,64
Cube des pieds droits	69 ,26
TOTAL DU CUBE DE MAÇONNERIE ORDINAIRE. . . .	234 ,27
Cube de maçonnerie de voûte	38 ,00
CUBE TOTAL.	272 ,27
Cube total du mur construit sans voûte de décharge . .	459 ,00
Différence des cubes	186m,73c

Supposons que la maçonnerie soit en brique et en mortier ordinaire, et que le mètre cube coûte 16 fr.; d'après ce prix, celui pour voûte pourra être évalué à 19 fr.

Ainsi, les 459m,00 cubes de mur ordinaire sans voûtes en décharge, à 16 fr., coûteront, pour 6 mètres cour. 7344f, 00c

234m,27c de maçonnerie ordinaire, suivant le système de voûtes en décharge, à 16 fr.	3748f 32c	4470f, 32c
38m cubes de voûtes en décharge, à 19 fr.	722f 00c	
Différence dans la dépense		2873f, 68c

D'où l'on voit qu'il y a une grande économie à construire des voûtes en décharge, lorsque sur une hauteur considérable, le remblai ne

Il y a une grande économie à construire les

Digitized by Google

voûtes en décharge, lorsque le remblai doit être fait en sable, sans surcharge, sur une hauteur assez considérable.

peut être effectué qu'avec du sable. Cette économie est bien plus grande si l'on construit plusieurs voûtes en décharge.

N°. 126. Nous avons vu que la voûte en décharge construite, le mur de masque était pressé sur une hauteur de $3^m,77^c$ par les sables et par une surcharge en talus. On a vu également qu'à cette hauteur la distance de la ligne de rupture *h tang.* $\varsigma = 2^m,78^c$; donc une seconde voûte de $3^m,50^c$ de longueur construite à une hauteur de $3^m,77^c$, sur les mêmes pieds droits, détruira en entier le prisme de la plus grande poussée; de manière que le mur de masque ne sera plus pressé, et que les sables ne s'étendraient pas au-delà des têtes des voûtes. Par conséquent l'épaisseur du mur de masque peut être fixée, sans aucun inconvénient, à $0,65^c$, et l'épaisseur de sa fondation à $1,05^c$.

Ainsi le cube de cette fondation sera de	$12^m,60^c$
Celui du mur de masque	44 ,34
Celui de la fondation des pieds droits	24 ,64
Celui des pieds droits	69 ,26
L'épaississement du mur de masque au-dessus de l'extrados des voûtes, pour résister à la poussée des sables qui le recouvrent sur une hauteur moyenne de 1,00, qui donne pour épaisseur au couronnement $x = 1^m,74^c$ attendu que la force $Q = \delta'(0,1911)$ agirait à l'extrémité d'un bras de levier de $10^m,70^c$, et pour le cube	6 ,54
TOTAL DE LA MAÇONNERIE ORDINAIRE	$157^m,38^c$
Le cube de la première voûte sera de. . . . $38^m,00^c$	
Celui de la deuxième voûte, de la même épaisseur. 15 12	$53^m,12^c$
CUBE TOTAL.	$210^m,50^c$
Cube total du mur sans voûte de décharge	$459^m,00^c$
Différence des cubes	$248^m,90^c$

Digitized by Google

Nous avons vu que les 459^{m} à 16^{f} se portaient à . . .		7344^{f} 00^{c}
Les 157^{m},38^{c} de maçonnerie ordinaire pour le système en décharge, à 16^{f}	2518^{f} 08^{c}	3527^{f},36^{c}
53^{m},12^{c} de voûte, à 19^{f}	1009 28	
Différence dans la dépense		3816^{f} 64^{c}

D'où l'on voit que par chaque six mètres courans il y aurait une économie de 3816^{f},64^{c}

Il y a donc une grande économie, lorsque l'on a des remblais à faire en sable, à construire, derrière un mur de masque, autant de voûtes en décharge sur les mêmes pieds droits, qu'il est nécessaire pour détruire la poussée de ces sables; de manière que leur éboulement ne s'appuye point contre le mur de masque.

Il y a une grande économie à construire plusieurs voûtes en décharge, lorsque les remblais doivent être faits en sable, sans charge sur le remblai.

N°. 127. Si l'on eût eu à construire sur les remblais formés en sable, un parapet de même nature, l'épaisseur de 1^{m},69^{c} pour le mur ordinaire eût été trop faible. Il faut donc chercher ce qu'elle doit être avec cette condition.

On a vu (N°. 105) que $f = 0{,}31$, et (N°. 125) que $tang.\varsigma = 0{,}737$. Par conséquent $tang.^{2} = 0{,}543$; et l'on sait que l'expression de la force (Q), lorsqu'elle doit résister à une surcharge et que le mur est vertical, est exprimée par

$$Q = \frac{\frac{\delta h^{2}}{2} tang.\ \varsigma - \frac{f\delta h^{2}}{2} tang.\ \varsigma + \Theta - \Theta f tang.\ \varsigma}{tang.\ \varsigma + f}$$

ainsi qu'on l'a observé (N°. 125); et si l'on suppose que la hauteur du remblai soit la même, c'est-à-dire $h = 11^{m},37^{c}$,
l'on aura $h\ .tang.\ \varsigma = (11{,}37).(0{,}737) = 8^{m},38^{c}$.
Ainsi la surcharge du parapet, en supposant 2^{m},60^{c} sa hauteur, sera $\Theta = \delta\,(21^{m},788^{c})$; et par conséquent $Q = \delta\,(53{,}91)$ et son moment $\frac{\delta h}{3}(53^{m},91^{c})$; celui du mur est toujours exprimé par $\frac{\delta h x^{2}}{2}$: par conséquent on a pour équation d'équilibre $\frac{\delta h}{3}(53{,}91) = \frac{\pi h x^{2}}{2}$

Digitized by Google

de laquelle on tire $x = \sqrt{\frac{2\delta}{5\varpi}(53,91.)}$: mais d'après la trente-deuxième expérience, $\frac{\delta}{\varpi} = 0,7077$; donc $x = 5^{m},04^{c}$.

Calculant, d'après cette dimension et celle du N°. précédent, le cube du mur et de ses fondations, l'on aura, pour le cube de la fondation du mur. . . . . $65^{m},28^{c}$

Pour celui du mur. 371 12

TOTAL. . . . . $436^{m},40^{c}$

Calculons à présent le système casemate. Le cube des fondations du mur de masque et des pieds droits sera le même, attendu qu'en arasant l'extrados des voûtes de niveau à la tablette, le parapet de sable n'aura aucune action sur le mur de masque ainsi, le cube en total sera de . . . . . $150^{m},84^{c}$

Pour l'arasement des reins et de l'extrados de la première voûte, il suffira de le former sur une étendue qui donnera un cube de 40 00

TOTAL DE LA MAÇONNERIE ORDINAIRE . . . . $190^{m},84^{c}$

La première voûte, au lieu de n'avoir que $0^{m},50^{c}$ d'épaisseur, aura $1^{m},00$, pour pouvoir résister à la charge et à la chûte des bombes. Son cube sera par conséquent double de celui de l'article précédent . . . . . $76^{m},00^{c}$

Le cube de la deuxième voûte construite sur les mêmes pieds droits; la naissance de ladite voûte ayant lieu à $2^{m},27^{c}$ en contre-haut des fondations, et pouvant conserver l'épaisseur de celle du N°. précédent, sera de 15 12

$91^{m},12^{c}$

CUBE TOTAL . . . . . $281^{m},96^{c}$

CUBE TOTAL DU MUR SANS VOUTE DE DÉCHARGE 436 40

Différence des cubes . . . . . $154^{m},44^{c}$

Digitized by Google

Cherchons actuellement la différence dans la dépense,

436m,40c à 16f, ci			6982f 40,
190,84 à 16f pour le système en décharge, ci.	3053f	44c	4784 72c
91,12 à 19f pour voûte en décharge.	1731	28	
Différence dans la dépense			2197f 68c

D'où l'on voit que par chaque six mètres courans, il résulterait une économie de 2197f68c; économie considérable qui cependant pourrait ne pas l'être autant en observant, comme on l'a fait au N°. 110, qu'en donnant le tems aux sables de faire le tassement, ils acquerraient une inertie considérable. Il est aussi vrai que des pluies de quelques jours, dans un remblai nouvellement fait, augmenteraient la surcharge non-seulement du parapet, mais pourraient encore produire de nouveau un tassement instantané, auquel un mur, dont l'épaisseur n'eût été calculée que pour une hauteur de remblai égale à sa hauteur, se trouverait trop faible pour lui résister.

Il y a une économie considérable à exécuter le système des voûtes en décharge, lorsque l'on a un remblai de sable surchargé d'un parapet ou de matières hétérogènes.

Pour prévenir tout accident, si, bientôt après le remblai, l'on était obligé de former le parapet, il n'y aurait qu'à mouiller trois ou quatre mesures de sable, les peser, et prendre leur poids moyen pour la valeur de (δ); et alors il suffirait de calculer, d'après la formule, la valeur de (x) sans surcharge. L'épaisseur que l'on obtiendrait serait suffisante pour résister à la charge d'un parapet en sable.

N°. 118. Terminons les exemples sur les casemates et voûtes en décharge, par une application sur les casemates entiérement engagées dans les terres, c'est-à-dire, les casemates entiérement fermées par un mur adossé contre le remblai, et s'appuyant contre les têtes des voûtes et leurs pieds droits.

Si la casemate était engagée dans un terrain vierge, et qu'il eût fallu le recouper suivant un angle $\delta'\gamma$; il suffirait de regarder ce prisme comme le prisme de plus grande poussée. Ainsi, si l'on suppose Fig. 21.

Digitized by Google

que $s\gamma = 6^m$, et $s\delta' = 2^m$, l'on aura $h\ tang.\ \varsigma = 2^m$, et par conséquent $tang.\ \varsigma = \frac{1}{3} = (0{,}3333)$: et substituant cette valeur dans

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}\ tang.\ \varsigma - \frac{\delta h^2 f}{2}\ tang.^2\ \varsigma}{tang.\ \varsigma + f}$$; en faisant $f = 0{,}50$, ou $f = 0{,}31$, d'après la nature du remblai en terres végétales ou en sable : si c'est en sable, la force $Q = \delta h^2\ (0{,}2324)$.

Si l'on eût eu à rapporter ou à former au contraire un remblai derrière $(s\gamma)$ en sable, il aurait fallu calculer le prisme de la plus grande poussée $(s\gamma\Theta)$, comme on l'a fait dans la formule générale (N°. 30); en observant que dans ce cas la cohésion est nulle, et que $sin.\ e = 0$, et $cos.\ e = 1$, et l'on aurait trouvé que $tang.\ \varsigma = 0{,}37$, comme au N°. 125, et par conséquent

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}\ tang.\ \varsigma - \frac{\delta h^2 f}{2}\ tang.^2\ \varsigma}{tang.\ \varsigma + f} = \delta h^2\ (0{,}2715).$$

Détermination de l'épaisseur du mur qui clôture une casemate engagée dans des sables rapportés.

Il faut à présent observer que le mur $s\gamma\beta\mu$ ne peut pas être renversé, à cause de la voûte qui le retient; qu'il ne peut par conséquent glisser que sur sa base $(\beta\gamma)$. C'est ici, par conséquent, le cas d'appliquer la formule du N°. 49, c'est-à-dire que si $x = \mu s$, épaisseur du mur à opposer à cette action des terres, et π la densité de la maçonnerie $h = s\gamma$, la pesanteur spécifique du mur sera $(\pi h x)$; et appelant (q) le rapport du frottement qu'exercerait la pesanteur du mur sur sa base au moment de son glissement, l'équation d'équilibre sera exprimée par $\pi h q x = \delta h^2\ (0{,}2715)$: car si le mur résiste, ce ne sera qu'en vertu du frottement que procurera la pression du mur sur sa base : donc $x = \frac{\delta h}{\pi q}\ (02715)$; et comme d'après l'expérience, le frottement dans la maçonnerie de brique, est les $\frac{1}{4}$ de la pression, l'on a $q = \frac{1}{4}$; et l'on a vu que $\frac{\delta}{\pi} = 0{,}7077$, donc $x = h\ (0{,}2561)$; expression qui détermine l'épaisseur du mur quelle que soit la hauteur, lorsque les casemates sont engagées dans des sables rapportés, et qu'il faut les

Digitized by Google

retenir pour qu'elles ne soient pas obstruées par eux; ce qui donne pour le cas que nous traitons, $x = 6^m(0{,}2561) = 1^m{,}54^c$.

Si le mur ne fermait pas parfaitement les casemates, et qu'il ne fît que retenir les terres ou les sables, comme le mur $(\sigma\varphi)$; on calculerait son épaisseur comme celle des murs verticaux qui ont un parapet pour surcharge, ainsi qu'on en a déjà donné des exemples.

CHAPITRE V.

APPLICATION DE LA THÉORIE

AUX MURS DE REVÊTEMENT ARMÉS DE CONTRE-FORTS.

Influence des contre-forts sur les murs d'escarpe.

N°. 129. Comme, dans la fortification, presque tous les murs d'escarpe sont construits avec des contre-forts espacés en général de six mètres en six mètres, ou de cinq mètres en cinq mètres de milieu en milieu, suivant la hauteur d'escarpe, et qu'on leur donne sur $3^m{,}25^c$ de hauteur de revêtement, $1^m{,}30^c$ de longueur, $1^m{,}00$ épaisseur à la racine, et $0^m{,}65^c$ à la queue; ces dimensions augmentant en raison de la hauteur du revêtement, de manière que sur chaque $1^m{,}60^c$ de hauteur de plus, on est dans l'usage d'augmenter la longueur du contre-fort de $0^m{,}325^c$, tandis que la racine n'augmente que de $0^m{,}162^c$, et la queue se trouve toujours les $\frac{2}{3}$ de la racine: il est bon de connaître quelle est leur influence par rapport à la stabilité des murs.

Auparavant, rapportons littéralement ici le profil de M. de Vauban, ainsi que les notes de ce célèbre ingénieur.

Nota. « Que dans les pays où la maçonnerie est fort bonne, on » peut fixer l'épaisseur au sommet à 4 pieds $\frac{1}{2}$; mais dans les lieux

Digitized by Google

» où elle ne le sera pas, il faudra l'augmenter jusqu'à 5 pieds $\frac{1}{2}$, et » même plus si elle est fort mauvaise.

» 2°. Que les contre-forts aux angles saillans doivent être redoublés, » et ébrasés de part et d'autre par rapport à ceux des lignes droites, » comme ceux qui les avoisinent.

» 3°. Qu'ils seront toujours élevés à plomb à l'extrémité et par les » côtés, et bien liés au corps de la muraille.

» 4°. Que ces contre-forts seront élevés aussi haut que le dessus » du cordon. Ils seraient encore meilleurs si on leur donnait deux » pieds de plus, pour le soutien des parapets.

» 5°. Que dans les ouvrages où le revêtement n'est élevé qu'à moitié » ou aux trois-quarts du rempart et le surplus en gazon de placage, » il faudra régler son épaisseur comme s'il devait être élevé en ma- » çonnerie, jusqu'au sommet du rempart: par exemple, si on élevait
Fig. 20. » 15 pieds en gazon au-dessus du revêtement H, il faudrait augmenter » l'épaisseur au sommet de 3 pieds avec 5 pieds qu'elle avait déjà, » pour en avoir 8 à la naissance du gazon.

» 6°. Qu'il faut augmenter la grandeur et la solidité des contre- » forts à proportion de l'élévation du revêtement: par exemple, si le » rempart a 35 pieds de haut, savoir 20 en revêtement et 15 en gazon, » il faudra y faire les contre-forts qui ont été réglés pour le profil de » 35 pieds de haut, et que le revêtement ait la même épaisseur à » 20 pieds de haut que s'il en avait 35.

» 7°. Que dans les endroits où l'on fera des cavaliers, comme à » Maubeuge, il faudra augmenter le sommet du profil d'un demi- » pied d'épais pour chacun des cinq pieds que le cavalier sera élevé » au-dessus du sommet du revêtement, et la solidité des contre-forts » à proportion: ce qui se doit entendre du gros revêtement de la » place, et non de ceux qu'on fait quelquefois aux cavaliers, et seu- » lement quand le pied dudit cavalier approche de 3 ou 4 toises du » parapet.

» 8°. Que ces profils ne sont proposés que pour la maçonnerie » qui

Digitized by Google

» qui a à soutenir de grands poids de terres nouvellement remuées, et
» non pour celle qu'on adosse contre la terre vierge qui ne l'a point
» encore été, comme sont la plupart des revêtemens de fossés, etc. »

A présent, soit un profil de M. de Vauban GFBCIHG de 40 pieds de hauteur = IC ayant le parement intérieur HB vertical, et l'extérieur GF talutant de $\frac{1}{8}$ de la hauteur HB = IC = h. Le milieu d'un contre-fort à l'autre K est de 15 pieds, la longueur de ces contre-forts KC est de 10 pieds; leur épaisseur à la racine KB est de 6 pieds, et leur épaisseur à la queue 2 CA où l'extrémité est réduite à 4 pieds. Fig. 20.

Pour déterminer l'épaisseur que devrait avoir ce profil au couronnement, il faudra appliquer les données à l'équation du N°. 43, en regardant la cohésion $\gamma = o$, et la tenacité des mortiers $t = o$, et l'on aura

$$x = -\frac{\pi h^2 e - nl\omega\pi h}{ne\pi h} + \left[\frac{2\delta seh^3 - 2\delta s\omega h^3}{3e\pi h} - \ldots\right.$$

$$\left.\ldots - \frac{2e\pi h^3 - 3n^2 h\omega\pi l^2 - 6n\omega\pi lh^2}{3n^2 e\pi h} + \left(\frac{\pi h^2 e + nl\omega\pi h}{ne\pi h}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} (1).$$

On suppose que le remblai a été formé en terres végétales rapportées, et par conséquent $\frac{\delta sh^3}{3}$ représentant le moment de l'action des terres contre le parement intérieur du profil, et $\delta h^2 s$ la force Q que l'on a trouvée (N°. 55) égale à δh^2 (0,19097); par conséquent $s = 0,19097$. L'on supposera toujours $\delta = 38^{\text{kil}}$ et $62^{\text{kil}},50 = \pi$ pesanteur du pied

(1) D'après les dimensions données aux contre-forts, si l'on fait $a = 10$ pieds ou $3^{\text{m}},24^{\text{c}}$, les contre-forts auront de longueur $\frac{2a}{5}$, mais sur chaque $\frac{a}{2}$ de hauteur de plus, ils augmenteront de $\frac{a}{10}$; par conséquent $(h - a) \times \frac{a}{2}$, sera le nombre de fois qu'il faudra ajouter à $\frac{a}{10}$, pour avoir la longueur du contre-fort qui sera alors exprimée par $\frac{a+h}{5}$. L'épaisseur à la racine sur (a) de hauteur est $\frac{3a}{10}$, et sur chaque $\frac{a}{2}$ de hauteur de plus, elle augmentera de $\frac{a}{20}$, donc $\frac{2h-2a}{a}$ sera le nombre de fois qu'il faudra ajouter $\frac{a}{20}$ à la première épaisseur, qui sera alors $\frac{2a+h}{10} = 2$ KB (fig. 20), et comme la queue est les $\frac{2}{3}$ de la racine 2 CA $= \frac{2a+h}{15}$, et par conséquent $\frac{2a+h}{12} = a$.

cube de maçonnerie : les autres valeurs prises des dimensions données pour le profil; savoir :

$$n=5,\ \mathrm{KL}=e=15^{p},\ h=40^{p};\ l=10^{p}=\mathrm{KC},\ \omega=\frac{2\mathrm{KB}+2\mathrm{CA}}{2}=5^{p},$$

et substituant ces valeurs, l'on aura

$$x=-11^{p},33+\sqrt{118^{p},76}=10^{p},90-11^{p},33=-0^{p},43;$$

c'est-à-dire; qu'une partie du talus suffirait pour résister au remblai de terres végétales ; et qu'au lieu de 8 pieds d'épaisseur à la base, 7 pieds 7 pouces seraient à peu près suffisans.

N°. 130. Si l'on n'avait aucun égard aux contre-forts, alors la formule deviendrait $x=-\frac{h}{n}+\sqrt{\frac{2\delta sh^{2}}{3\pi}-\frac{2h^{2}}{3n^{2}}+\frac{h^{2}}{n^{2}}}=\ldots\ldots$

$$\ldots=-\frac{h}{n}+\sqrt{\frac{2\delta sh^{2}}{3\pi}+\frac{h^{2}}{3n^{2}}}=-8^{p}+\sqrt{145^{p},18}=12,05-8=4^{p};$$

c'est-à-dire, qu'en supposant que le mur ne fît point masse avec les contre-forts, et que ceux-ci en fussent détachés et ne servissent qu'à diviser la grande masse de terres, ou qu'ils n'existassent pas; il faudrait que malgré le talus de $\frac{1}{5}$ de la hauteur, le mur eût 4 pieds. En comparant ce résultat avec le précédent, on voit déjà quelle est la grande influence qu'exercent les contre-forts.

Si l'on eût supposé que $\pi=60$, comme on l'a trouvé à l'expérience vingt-unième, alors on aurait eu

$$x=-8\sqrt{150^{p},34}=12,26-8=4^{p},3^{o}.$$

Mais M. de Vauban donne au couronnement du mur $4^{p},6^{o}$, à la vérité avec les contre-forts. Mais, dans sa considération, il a voulu procurer une résistance contre l'effort du boulet; et dans ce cas, il faut regarder les contre-forts comme les points d'appui du mur contre leur choc; leur situation et leur inertie n'étant pas nécessaires et étant surabondantes pour le simple état d'équilibre. Ainsi, l'on voit que ce résultat, sous ce point de vue, se rapproche singulièrement de celui

Digitized by Google

de M. de Vauban, observation que nous aurons encore occasion de faire dans quelques résultats analogues.

Nous observerons que l'application de ce profil avec la considération des contre-forts à l'équation du N°. 43, suppose que leur épaisseur est égale sur toute leur longueur; tandis que ce n'est point ici dans le profil. Il n'eût pas été difficile de déterminer le centre de gravité de leur base, qui se fût rapproché de l'axe de rotation d'une quantité si petite, qu'il eût été minutieux de faire un calcul particulier.

N°. 131. On ne saurait trop chercher à pénétrer les motifs qui ont déterminé M. de Vauban à donner telle forme ou telle autre à un ouvrage ou à une construction; et l'on doit se demander pourquoi il a rendu ses contre-forts plus épais à la racine qu'à la queue; pourquoi il ne les a point faits également épais sur toute leur longueur; ou pourquoi il ne les a pas faits plus épais à leur extrémité que dans toutes les autres parties de la longueur. Car également épais dans toute leur longueur, le centre de gravité s'éloigne de l'axe de rotation à égale surface, plus que ceux qui sont plus épais à la racine qu'à la queue; et ceux qui, à surface égale, ont plus d'épaisseur à l'extrémité qu'à la racine, ont leur centre plus éloigné de l'axe de rotation que les deux premiers : par conséquent ces deux dernières constructions doivent procurer une plus grande énergie, comme agissant à l'extrémité d'un levier plus long.

Ce raisonnement qui paraît péremptoire, ne l'est cependant pas, sous le point de vue d'une bonne construction. Car si l'on est étonné du résultat avantageux que procure le contre-fort, il faut que le constructeur évite ce qui peut le rendre illusoire; et il deviendrait presque nul ou serait du moins très-atténué si le contre-fort venait à se séparer du mur de revêtement. Par conséquent la première idée qui doit se présenter, c'est de chercher les moyens de le rendre adhérent le plus parfaitement possible au mur de revêtement; ce qui ne peut s'obtenir avec des matériaux homogènes que par

Digitized by Google

l'étendue de la liaison. Ainsi, plus l'étendue de l'amorcement du contre-fort sera considérable, et plus il fera masse avec le mur de revêtement; et il faut croire que l'expérience a donné la limite fixée par les dimensions de M. de Vauban, et qu'au surplus on pourra juger par des résultats, une fois qu'on aura déterminé l'étendue d'amorcement sur laquelle un contre-fort ne pourra être désuni : car c'est-là le problème fondamental à résoudre, pour pouvoir connaître toute l'utilité que l'on peut retirer des contre-forts.

Faisons une autre application, en supposant le talus de $\frac{1}{2}$ de la hauteur, et en ayant égard à la cohésion.

Fig. 15. Pour cela, prenons le profil avec un talus extérieur BD. Supposons que la hauteur FC $= h$ soit celle du mur et du remblai, et que ce remblai soit fait en terres végétales, c'est-à-dire $f = \frac{1}{2}$.

D'après les applications déjà faites à la formule générale (N°. 30), l'on a vu (N°. 69) que lorsque le parement intérieur de l'obstacle est vertical, *tang.* $\varphi = 0{,}618$, et (N°. 72) que $Q = \delta h^2$ (0,1909), et (N°. 76) que le moment de cette force était exprimé par δh^3 (0,0636), en n'ayant point égard à la cohésion. Mais l'on se rappellera que les terres végétales pouvant être damées, il suffit de prendre le tiers de leur action lorsqu'elles sont corroyées : donc le moment sera exprimé par $\frac{\delta h^3}{3}$ (0,0636).

Si la distance des contre-forts de milieu à milieu, était exprimée par (e), et que l'épaisseur moyenne de ces contre-forts fût (ω); il est clair que les terres ne devant avoir leur action que dans l'intervalle de ces contre-forts, le moment des terres sur cette portion d'escarpe serait, comme on l'a déterminé (N°. 42), d'une manière générale

$$(e - \omega) \times \left(\frac{\delta h^3}{3} (0{,}0636) \right).$$

Avant d'aller plus loin, nous observerons ici que nous supposons que les contre-forts sont bien liés avec le mur d'escarpe, et qu'ils sont fondés au même niveau qu'eux ou tout au moins à deux mètres en

Digitized by Google

contre-bas du terrain vierge, dans le cas que l'on ait pu maintenir le terrain à pic, lors de la construction du mur d'escarpe; tel que le conserve le tuf; de manière à ne pas permettre au contre-fort un tassement différent de celui de l'escarpe, qui tendrait à les désunir, et par conséquent rendrait nulle toute l'utilité que l'on se proposait d'en retirer.

Actuellement faisons $s = (0{,}0636)$, et nous trouverons l'épaisseur du mur toute calculée dans l'équation du N°. 43, dans laquelle la cohésion (γ) est exprimée, ainsi que la ténacité des mortiers, par (t). Dans l'expression de la force représentant l'action des terres, on a tenu compte de la cohésion; par conséquent elle doit être o. Faisons de même $t = o$, parce que nous supposerons qu'on remblaiera le mur à fur et mesure de sa construction, sans attendre la dessication des mortiers: l'on aura donc $x = -\frac{h}{n} - \frac{\omega l}{e} + \ldots\ldots\ldots$

$$\ldots\ldots + \sqrt{\frac{2\delta sh^2}{3\pi} - \frac{2\omega\delta sh^2}{3e\pi} + \frac{2h^2}{3n^2} - \frac{\omega l^2}{e} - \frac{2\omega lh}{ne} + \left(\frac{h}{n} + \frac{\omega l}{e}\right)^2},$$

par cette substitution dans l'équation du N°. 44.

Si le rapport de la base du talus extérieur à la hauteur est exprimé par $\frac{1}{6}$, alors $n = 6$. La longueur du contre-fort dans cette expression de x, se trouve désignée par $l = 2^m{,}50^c$; l'épaisseur moyenne par $\omega = 1^m{,}50^c$; la distance d'un milieu d'un contre-fort à l'autre par $e = 6^m{,}00$; la densité des terres par $\delta = 38^{lb}$; celle des maçonneries par $\pi = 62^k{,}50$; enfin $h = 11^m{,}37^c$. . . . . .

Si l'on substitue ces différentes valeurs, l'on aura

$$x = -2^m{,}52^c + \sqrt{2{,}5246}.$$

Résultat qui fait connaître le grand avantage des contre-forts, sous le rapport de la stabilité des murs.

Ce résultat qui paraît absurde, puisque la valeur de x est négative, ne fait que prouver que les contre-forts ont une grande inertie. Il dit implicitement que les dimensions des contre-forts sont trop fortes, ou que le talus extérieur est trop considérable; et que si une partie de ce talus était tellement liée avec les contre-forts qu'ils ne pussent point

Digitized by Google

se séparer, et qu'ils ne fissent qu'une masse, cette portion de talus ne pourrait pas être renversée par l'action des terres.

N°. 132. Supposons qu'au lieu d'avoir évalué la cohésion aux $\frac{1}{3}$ de l'action des terres, on eût formé le remblai avec des terres parfaitement corroyées. Alors, $s = 0{,}1909$; et par sa substitution l'on aurait eu $x = -2^m{,}52^c + \sqrt{7{,}5276} = 0{,}18$.

Supposons actuellement que le mur n'eût point de contre-forts; alors la valeur de (x) du numéro précédent deviendrait

$$x = -\frac{h}{n} + \sqrt{\frac{2\,\delta s h^2}{3\,\pi} - \frac{2h^2}{3n^2} + \frac{h^2}{n^2}} = -1{,}895 + \sqrt{11{,}2002} = \ldots$$

$\ldots = 3^m{,}3466 - 1{,}895 = 1^m{,}45^c$.

D'où l'on voit l'extrême économie que produisent les contre-forts. Car le mur avec contre-fort donne, pour son cube, sur $6^m{,}00$ de longueur et sur une hauteur de $11^m{,}37^c$; savoir : pour la profondeur de sa fondation, que nous supposerons, ainsi que nous l'avons toujours fait, de $2^m{,}00$ avec une saillie de $0^m{,}20^c$ de chaque côté. . . $6^m\ 96^c$

Pour le cube du mur.	$12\ 28$
Pour le cube du talus.	$64\ 64$
Pour le cube d'un contre-fort.	$42\ 64$
CUBE TOTAL.	$126^m\ 52^c$

Lorsque le mur n'a point de contre-forts, le cube de sa fondation est. . . . . $22^m\ 20^c$

Cube du mur.	$98\ 92$
Cube du talus.	$64\ 64$
CUBE TOTAL.	$185^m\ 76^c$
Cube du mur sur une même hauteur et longueur avec contre-forts.	$126\ 52$
Différence des cubes. . . .	$59^m\ 24^c$

Digitized by Google

D'où l'on voit que sur 6m,00 de longueur, les contre-forts économisent 59 mètres cubes de maçonnerie. Outre cet avantage, ils divisent la masse des terres et s'opposent avec plus d'énergie à l'éboulement des terres, lorsque les revêtemens sont battus en brèche.

Autre résultat qui fait connaître le grand avantage des contre-forts, sous le rapport de la stabilité des murs.

L'on doit conclure de l'économie que procurent les contre-forts, qu'on ne saurait trop les lier avec les murs de revêtement; et qu'au lieu de mettre les murs de masque dans les casemates en placage devant les voûtes, il vaudrait mieux les lier avec leurs pieds droits et même avec la voûte. Il en résulterait une économie dans le massif qu'on est obligé de construire sur l'extrados, pour diminuer l'énergie des terres.

N°. 133. Continuons de nous servir du même profil, en supposant des contre-forts de 6 mètres en 6 mètres, mais le remblai formé en sable, et cherchons l'épaisseur que devrait avoir le mur pour résister à son action, en supposant les maçonneries fraîches, c'est-à-dire, l'adhérence des mortiers nulle; et nous chercherons ensuite quelle devrait être cette même épaisseur, en ayant égard à la ténacité des mortiers.

Il est évident que l'épaisseur du mur, pour le premier cas, aura la même expression que celle du N°. 132

$$x = -\frac{h}{n} - \frac{\omega l}{e} + \sqrt{\frac{2\delta sh^2}{3\pi} - \frac{2\omega\delta sh^2}{3e\pi} - \frac{2h^2}{3n^2} - \frac{\omega l^2}{e} - \frac{2\omega lh}{ne} + \left(\frac{h}{n} + \frac{\omega l}{e}\right)^2},$$

dans laquelle il faut déterminer s, d'après la valeur de

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}\, tang.\, \varsigma - \frac{f\delta h^2}{2}\, tang.^2\, \varsigma}{tang.\, \varsigma + f}$$; et l'on a vu (N°. 125) que dans le cas dont il est ici question, $h\ tang.\ \varsigma = h\ (0{,}737)$, c'est-à-dire $tang.\ \varsigma = 0{,}737$; $tang.^2\ \varsigma = 0{,}5431$; $\frac{\delta}{\pi} = 0{,}7077$; $f = 0{,}31$; et par conséquent $Q = \delta h^2\ (0{,}2705)$, et son moment sera exprimé par $\frac{\delta h^3}{3}\ (0{,}2705)$; d'où l'on tire $s = 0{,}2705$: et les autres valeurs

Digitized by Google

restant les mêmes que dans le N°. 131, l'on a

$$x = -2^{m},5^{c} + \sqrt{12,599120} = 5^{m},5^{c} - 2,50^{c} = 1^{m},02^{c}.$$

Si à présent, l'on veut avoir égard à l'adhésion de la maçonnerie, l'on n'aura qu'à appliquer cette ténacité désignée par (t) dans l'équation du N°. 45, exprimée, abstraction faite de la cohésion, par

$$x = -\frac{\pi h^2 e - hte - nl\omega\pi h}{n(e\pi h + te)} + \left[\frac{2\delta seh^3 - 2\delta s\omega h^3}{3(e\pi h + et)} \cdots\cdots\right.$$

$$\left. - \frac{2e\pi h^3 - 3eth^2 - 3n^2h\omega\pi l^2 - 6n\omega\pi lh^2 - 3n^2\omega tl^2}{3n^2(e\pi h + et)} + \left(\frac{\pi h^2 e + hte + l\omega\pi hn}{n(e\pi h + te)}\right)\right]^{\frac{2}{3}}$$

CHAPITRE VI.

APPLICATION

EN AYANT ÉGARD A L'ADHÉSION DES MAÇONNERIES.

Expériences sur l'adhésion des maçonneries.

N°. 134. Papacini d'Antoni prétend, d'après ses expériences, que le poids qui fait équilibre à la tenacité d'un pied carré de surface de maçonnerie, pèse 1370^{kil}. M. Aubri, inspecteur-général des ponts et chaussées, a trouvé que de la maçonnerie de cailloux roulés, parvenue à sa parfaite dessication, équivalait à un poids de 2405 liv. Enfin, M. Coulomb a trouvé que l'adhérence d'un mortier composé de quatre parties de sable et de trois parties de chaux, employé à la Martinique, depuis deux ans, était de 7,200 liv. pied carré.

Ainsi, supposons que dans le Midi, au bout de deux mois, la ténacité du mortier soit équivalente à un poids de 34^{kil} par décimètre carré, et que dans le Nord, ce ne soit qu'après quatre mois de construction; par conséquent le mètre carré équivaudra à un poids de $3400^{kil} = t$.

Substituant

Digitized by Google

Substituant cette valeur dans x, en laissant les valeurs des autres quantités les mêmes; en observant que $\frac{s'}{\pi} = \frac{44,25}{62,50} = 0,7077$, on aura $x = -1,02$; c'est-à-dire, comme on l'a observé à la fin du numéro précédent, qu'une partie du talus avec les contre-forts suffiraient pour résister à l'action des sables, lorsque la ténacité des mortiers aurait pris la consistance ci-dessus présumée.

Résultat qui fait voir l'économie considérable que l'on ferait, si l'on avait le tems de laisser sécher les maçonneries, deux mois dans le Midi, et quatre dans le Nord, avant de les terrasser.

D'où l'on voit qu'il en résulterait une économie considérable, puisqu'en supposant les maçonneries fraîches, outre le talus et les contre-forts, il faudrait un mur dont le corps eût $1^m,00$ d'épaisseur.

CHAPITRE VII.

APPLICATION DE LA THÉORIE

A UN PROFIL DE DEMI-REVÊTEMENT AVEC CONTRE-FORTS.

N°. 135. Soit un profil $cabd$ à demi-revêtement, c'est-à-dire, devant soutenir une hauteur de remblai (eh) que nous supposons être formée en sable. Soit encore supposé le parement extérieur talutant de $\frac{1}{6}$ de la hauteur, et le revêtement soutenu de contre-forts espacés de six mètres en six mètres de milieu en milieu. N'ayons aucun égard à la cohésion, puisque dans les sables elle ne se forme qu'après un laps de tems considérable; et regardons la ténacité du mortier comme nulle; suppositions qui sont en faveur de la résistance. De même ne tenons aucun compte du triangle cae dont on suppose le talus formé en gazon rapporté, pour soutenir les sables. Fig. 20 (*bis*,)

Digitized by Google

Soit la hauteur $ab = eg = 5^m,70^c$. L'on a vu que lorsque le remblai est formé de sable, *tang.* $\varsigma = 0,737$, et $f = 0,31$, par conséquent la ligne de rupture $ag = h$ *tang.* $\varsigma = 4,20$; et la surcharge $aefg = \delta (23,94) = \Theta$, en appelant $\delta = 44^k,23$ la pesanteur spécifique des sables. Mais

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2} \text{ tang. } \varsigma - \frac{f h^2 \delta}{2} \text{ tang}^2. \varsigma + \Theta - \Theta f \text{ tang. } \varsigma}{\text{tang. } \varsigma + f} = 1397^{kil},17,$$

et son moment sera $\frac{h}{3}(1397^k,17)$.

On a vu (N°. 131) que lorsque l'on n'avait point égard à la ténacité des mortiers

$$x = -\frac{h}{n} - \frac{\omega l}{e} + \sqrt{\frac{2\delta s h^2}{3\pi} - \frac{2\omega\delta s h^2}{3e\pi} - \frac{2h^2}{3n^2} - \frac{\omega l^2}{e} - \frac{2\omega l h}{ne}\left(+\frac{h}{n} + \frac{\omega l}{e}\right)^2},$$

dans laquelle $\frac{\delta s h^3}{3} = Q = \frac{h}{3}(1397,17)$; d'où $s = \frac{1}{\delta h^2}(1397,17)$.

Les contre-forts étant construits d'après les dimensions (N°. 129) donneront $e = 6^m$; $l = 2^m,25^c$; $\omega = 1^m,40^c$; $n = 6$; et l'on supposera toujours $\delta = 44^k,23$, et $\pi = 62^k,5$, et substituant ces différentes valeurs, l'on aura pour l'épaisseur au couronnement,

$$x = -1^m,48^c + 3^m,22^c = 1^m,74^c.$$

Digitized by Google

CHAPITRE VIII.

APPLICATION DE LA THÉORIE

A UN PROFIL DE DEMI-REVÊTEMENT SANS CONTRE-FORTS.

N°. 136. S'il n'y eût point eu de contre-forts, alors $e = \omega = l = o$, et l'on aurait eu $x = -\frac{h}{n} + \sqrt{\frac{2\delta' s h^2}{3\pi} - \frac{2h^2}{3n^2} + \frac{h^2}{n^2}} = -0,95 + 3,90 = 2^m,95^c$.

Sur six mètres de longueur il entre un contre-fort dont le cube, d'après les dimensions données, se porte à. . . . . $17^m\ 96^c$

Le cube de ses fondations, en supposant toujours la profondeur de deux mètres et la saillie de $0^m,20^c$ de chaque côté, sera. 10 70

La fondation du mur sur six mètres en longueur, aura pour épaisseur, y compris la base du talus, $3^m,19^c$, et son cube. 38 28

Le cube du talus. 15 71

Le cube du mur. 59 51

CUBE TOTAL. . . . . $142^m\ 16^c$

L'épaisseur des fondations du mur sans contre-fort sera de $4^m 30^c$, et le cube. . . . . $51^m,60$

Le cube du talus. . . . . 15 ,71

Le cube du mur. . . . . 100 ,89

} $168^m\ 20^c$

Différence des cubes. . . . . $26^m\ 04^c$

Résultat qui prouve qu'il y a une grande économie à construire les revêtemens avec des contre-forts.

Malgré ces grands avantages, nous renvoyons aux observations sur les murs de revêtement soutenus avec des contre-forts que nous ferons dans le quatrième livre, qui traitera de la pratique, art. XXXV.

Digitized by Google

CHAPITRE IX.

APPLICATION A UN PROFIL D'ARCEAUX EN DÉCHARGE,

TERMINÉS AU SOMMET DU REVÊTEMENT PAR UNE VOUTE EN DÉCHARGE.

N°. 137. On trouve dans le Mémoire de M. de Querlonde, le profil suivant d'un revêtement en décharge. Fig. 22.

Le revêtement AC (fig. 22) est élevé sur le devant avec un talus de $\frac{1}{8}$ de la hauteur $BD = h = 20^m$; tandis que le parement intérieur est élevé d'aplomb; mais il le divise de quatre mètres en quatre mètres, à compter du dessus de la fondation CD jusqu'au sommet AB, pour fixer la position des arceaux en décharge, de manière que de l'intrados de la voûte d'un arceau à l'autre, chacun est chargé de $4,^m00$ de hauteur de maçonnerie, y compris l'épaisseur de son arceau.

Comme ces arceaux doivent reposer sur les contre-forts, ceux-ci vont en diminuant par retraites de la racine à la queue, en raison de la profondeur de chaque arceau: ainsi, par exemple (fig. 23); si $ab = 1^m,32^c$, l'on aura $cd = 1^m,24^c$; ainsi de suite; de manière que $gh = 1^m,00$.

Il suppose les contre-forts espacés de cinq mètres en cinq mètres, et leur longueur EF, nous la déterminerons d'après la ligne de rupture.

La profondeur de chaque arceau $ac = 0^m,81^c$. Enfin, le sommet du revêtement est terminé par une voûte en décharge qui règne sur toute la longueur des contre-forts et les lie ensemble, ainsi que le représente la voûte AG (fig. 22), dont l'extrados est de niveau avec la tablette.

Digitized by Google

Observons actuellement que les parties du parement intérieur du mur étant verticales, la direction de la force Q est horizontale : que par conséquent en regardant la ligne BG comme la distance de la ligne de rupture, l'on aura, comme au N°. 99, les équations d'équilibre $Q = \frac{P(\cos.\varsigma - f\sin.\varsigma)}{\sin.\varsigma + f\cos.\varsigma}$,

et $Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}\,tang.\,\varsigma + \frac{\delta hq}{g} - \frac{f\delta h^2}{2}\,tang.^2\,\varsigma - \frac{f\delta hq}{g}\,tang.\,\varsigma}{tang.\,\varsigma + f}$,

en regardant la cohésion comme nulle ; desquelles on déduit, par la théorie des *maximis et minimis*,

$$tang.\,\varsigma = -f + \sqrt{f^2 + 1 + \frac{2q}{g}\left(\frac{1+f^2}{-fh}\right)},$$

mais l'on a vu également (N°. 99) que MN, QM, HK, etc. étaient représentées par h', h'', h''', etc., et les rentrants $\frac{h}{g}$ qui sont ici représentés par les saillans 2N, NL, LI, ID, étant égaux, ainsi que $h' = h'' = h''' = 4^m,00$, etc. ; la somme de la surface de tous les parallélogrammes PMN, NQKL, etc. sera $(10h')\frac{h}{g}$, et $q = 10h'$; par conséquent

$$P = \left(\frac{BG}{2} \times BD + \text{surf. DMKHSD}\right)\delta = \left(\frac{h^2}{2}\,tang.\,\varsigma + \frac{10h'h}{g}\right)\delta.$$

Mais on a supposé $h' = 4^m$, $h = 20^m$, et 2N = NL = 0,81 :

donc $\frac{h}{g} = 0,81$; $g = \frac{2000}{81} = 24^m,70^c$; et $q = 40^m$.

Si l'on suppose que le remblai est de sable, c'est-à-dire que $f = 0,4$; l'on a $tang.\,\varsigma = 0,43^c$; et par conséquent

$$BG = h\,tang.\,\varsigma = (20) \times (0,43^c) = 8^m,60^c.$$

La distance de la ligne de rupture devant déterminer la longueur des contre-forts et de la voûte qu'ils doivent supporter au sommet du revêtement, et cette distance se trouvant de $8^m,60^c$; on fixera l'une et l'autre à 9^m.

Digitized by Google

Par la construction de la voûte de 9^m de longueur, le prisme de plus grande poussée se trouve en partie détruit; de manière qu'il ne s'agit plus que de déterminer sur quelle hauteur au-dessus des fondations les sables peuvent agir contre le mur.

Si l'on suppose que les sables reprennent leur talus naturel au-dessous de la voûte dont nous avons fixé la longueur de 9^m, et que cette voûte, pour être à l'épreuve de la bombe, ait 1^m d'épaisseur; il est clair que si les sables prenaient un talus de 45°, la hauteur totale du mur étant de 20^m, il ne serait plus pressé par les sables que sur une hauteur de 10 mètres. Mais d'après l'expérience, les sables du poids de $44^k,23$ le pied cube, prennent $2^m,00$ de base sur $1^m,50^c$ de hauteur: par conséquent, dans ce cas, malgré la construction de la voûte, le mur se trouverait chargé par les sables sur une hauteur de $12^m,25^c$; de manière que la nouvelle ligne de rupture à calculer pour déter-
Fig. 22. miner le nouveau prisme de plus grande poussée, serait KO et l'on aurait à ajouter à la valeur de P, les deux prismes quadrangulaires 2 PMN, NQKL; d'où l'on tirerait la valeur de

$$P = \left(\frac{KL}{2} \times OK + \text{surf. 2 PMQKL 2}\right)\delta = \delta\left(\frac{h^2}{2}\,tang.\,\varsigma + \frac{3h'h}{g}\right)$$

dans laquelle $h = 12^m,25^c$; l'on a $g = 15^m,12^c$, et $q = 12^m$ et comme les autres valeurs restent les mêmes, on n'a qu'à les substituer dans $(tang.\,\varsigma)$; et l'on aura $tang.\,\varsigma = 0{,}48$, et $OK = h\,(0{,}48)$; substituant cette valeur de $(tang.\,\varsigma)$ dans Q, ainsi que les dernières valeurs de q, de g, et de h, l'on aura $Q = \delta h$ $(3^m,43^c)$; et par conséquent son moment sera $\frac{\delta h^2}{3}$ (3^m43^c).

N°. 138. Il s'agit actuellement de déterminer le moment de la maçonnerie propre à faire équilibre à celui de cette force. Pour cela, il y deux cas à considérer: le premier, celui où le mur de revêtement serait considéré comme un simple mur de masque qui ne fait point corps avec les pieds droits des voûtes.

Le second supposerait, au contraire, que le mur de revêtement est lié aux pieds droits des voûtes qui lui servent de contre-forts, et que le tout ne fait qu'une masse.

Digitized by Google

Pour le premier cas, il est clair que si l'on suppose que le parement extérieur talute de $\frac{1}{6}$ de la hauteur, et que l'on fasse l'épaisseur RP $= x$; la surface RP 2 C sera exprimée par $\left(h'x + \frac{(h')^2}{12}\right)$;

que la surface de TQMR sera exprimé par

$$\left(x - \frac{h'}{6} + 0{,}81\right) h' + \frac{(h')^2}{12} = xh' - \frac{(h')^2}{12} + h'(0{,}81)$$

que la surface de VK sera exprimée par

$$\left(x - \frac{h'}{3} + 1{,}62\right) h' + \frac{(h')^2}{12} = xh' - \frac{3(h')^2}{12} + h'(1{,}62);$$

que la surface de XH sera exprimée par

$$\left(x - \frac{h'}{2} + 2{,}43\right) + \frac{(h')^2}{12} = xh' - \frac{5(h')^2}{12} + h'(2{,}43);$$

enfin que la surface AS sera exprimée par

$$h'\left(x - \frac{4h'}{6} + 3{,}24\right) + \frac{(h')^2}{12} = h'x - \frac{7(h')^2}{12} + h'(3{,}24).$$

Le bras de levier de la première R2, sera exprimé par

$$\frac{(h'x) \times \left(\frac{x}{2} + \frac{h}{6}\right) + \frac{(h')^2}{12} \times \left(\frac{2h'}{18}\right)}{h'x + \frac{(h')^2}{12}}$$

Le bras de levier de la deuxième TM, sera exprimé par

$$\frac{h'\left(x - \frac{h'}{6} + 0{,}81\right) \times \left(\frac{x}{2} - \frac{h'}{12} + \frac{0{,}81}{2} + \frac{h'}{3}\right) + \frac{(h')^2}{12} \times \left(\frac{5h'}{18}\right)}{xh' - \frac{(h')^2}{12} + h'(0{,}81)}$$

Le bras de levier de la troisième VK, sera exprimé par

$$\frac{h'\left(x - \frac{h'}{3} + 1{,}62\right) \times \left(\frac{x}{2} - \frac{h'}{6} + \frac{1{,}62}{2} + \frac{h'}{2}\right) + \frac{(h')^2}{12} \times \left(\frac{8h'}{18}\right)}{xh' - \frac{3(h')^2}{12} + h'(1{,}62)}$$

Digitized by Google

Le bras de levier de la quatrième XH, sera exprimé par

$$\frac{h'\left(x-\frac{h'}{2}+2{,}43\right)\times\left(\frac{x}{2}-\frac{h'}{4}+\frac{2{,}43}{2}+\frac{2h'}{3}\right)+\frac{(h')^2}{12}\times\left(\frac{11h'}{18}\right)}{xh'-\frac{5(h')^2}{12}+h'(2{,}43)}$$

Le bras de levier de la cinquième, AS, sera exprimé par

$$\frac{h'\left(x-\frac{4h'}{6}+3^m{,}24^c\right)\times\left(\frac{x}{2}-\frac{2h'}{6}+\frac{3^m{,}24}{2}+\frac{5h'}{6}\right)+\frac{(h')^2}{12}\times\left(\frac{14h'}{18}\right)}{xh'-\frac{7(h')^2}{12}+h'(3^m{,}24^c)}$$

Et par conséquent, en appelant π la densité de la maçonnerie, l'on aura pour le moment de la résistance du mur, en substituant à h' sa valeur (4^m); l'on aura, dis-je, $10\,\pi x^2+(43^m{,}12^c)\,\pi x+(31{,}05)\,\pi$; ce qui donne pour équation d'équilibre

$$\frac{\delta h^2}{3}(3^m{,}43)=10\,\pi x^2+(43{,}12)\,\pi x+(31{,}05)\,\pi,$$

de laquelle on tire

$$x=-2^m{,}16+\sqrt{\frac{\delta h^2}{3\pi}(0{,}343)-3^m{,}11+(2^m{,}16)^2}=1^m{,}54^c.$$

En mettant pour $\frac{\delta}{\pi}=0{,}7077$, et pour $h=12^m{,}25^c$.

Ainsi, d'après ce système de revêtement, il suffirait que $RP=1^m{,}81^c$ pour résister à l'action des sables qui aurait lieu au-dessous de la voûte sur une hauteur de $12^m{,}25^c$.

N°. 139. Nous allons voir actuellement que si l'on eût considéré les pieds droits comme ne faisant qu'une masse avec le mur de revêtement, l'action des sables qui a lieu sur une étendue de 5 mètres, réunie contre un seul contre-fort, ne pourrait pas le renverser: ce qui sera, si la valeur de x est négative et que son produit par (πh) soustrait de la masse du profil du talus, donne une différence moindre que la masse du contre-fort.

Si nous supposons que les sables agissent sur une étendue $(e-\omega)$, en

Digitized by Google

en supposant $e = 5^m,00$, et $\omega = 1^m,02^c$ épaisseur moyenne des contre-forts ou pieds droits des voûtes; l'on aura pour le moment de l'action des sables, $(e-\omega) \times \left(\frac{\delta h^2}{3}(3^m,43^c)\right)$.

On a vu que le moment du mur était $10\pi x^2 + (45,12)\pi\omega + (31,05)\pi$; et sur une longueur (e). Il sera $10\pi e x^2 + (43,12)\pi e x + (31,05)\pi e$, auquel moment il faut ajouter celui des contre-forts ou pieds droits des voûtes, appelant (l) leur longueur, et (m) leur hauteur. L'on aura $(ml\omega\pi)$ pour leur inertie, à laquelle il faut ajouter celle de la voûte qui les charge.

Si l'on suppose que cette voûte soit à l'épreuve de la bombe, c'est-à-dire, que son épaisseur soit de $(1^m,00)$, et que les pieds droits aient également $(1^m,00)$ épaisseur en gh (fig. 23), alors le rayon de la voûte sera $\frac{e-1^m,00}{2} = 2^m,00$; et la supposant en plein cintre, le rayon moyen sera $2^m,50^c$, d'où l'on aura pour son développement $7^m,85^c$, et pour le cube $\pi l\,(7^m,85^c)$: de sorte que l'inertie de la voûte et des pieds droits est exprimée par $(ml\omega\pi + \pi l\,(7,85))$, et agit à l'extrémité d'un levier $\left(\frac{l}{2} + x + 3^m,24^c + \frac{h'}{6}\right) = \left(\frac{l}{2} + x + 3,^m91^c\right)$ d'où l'on voit que le moment est exprimé par

$$\left[\frac{l}{2} + x + 3^m,91^c\right][ml\omega\pi + \pi l(7,85^c)].$$

Mais l'on a trouvé que la longueur de la voûte devait être de $9^m = l$, et par les dimensions qu'on vient de lui donner, sa naissance serait à 17^m en contre-haut de sa fondation, donc $m = 17$. Enfin, sans les empatemens a, c, g (fig. 23), l'on aurait $\omega = 1^m,00$; mais y ayant égard, on a pour épaisseur moyenne, $\omega = 1^m,02^c$. Par les substitutions de ces valeurs, le moment des pieds droits et de la voûte deviendra $(226^m,71^c)\pi x + (1906,^m63^c)\pi$; et par conséquent, l'on aura pour le moment total de la maçonnerie, en substituant à (e) sa valeur, dans le moment du mur $50\pi x^2 + (442^m,31^c)\pi x + (2061^m,88^c)\pi$,

Digitized by Google

d'où il résulte l'équation d'équilibre

$$(e-\omega)\frac{\delta h^2}{3}(5^m,43^c) = 50x^2\pi + \pi x(442^m,31^c) + (2061^m,88^c)\pi,$$

de laquelle on tire $x = -4^m,425^c + \sqrt{-11^m,99^c}$, en substituant de h sa valeur $11^m,25^c$, et à $\frac{\delta}{\pi}$ celle 0,7077. D'où l'on peut conclure, 1°. que les contre-forts liés par une voûte supérieure, ne pourraient être renversés, quand même l'action des sables imprimée dans leur intervalle, pourrait être considérée comme agissant directement contre eux; 2°. que le système de profil ci-dessus, pour faire équilibre à l'action imprimée par les sables, aurait une inertie trop considérable dans la supposition qu'ils fissent une masse indivisible avec les pieds droits et la voûte.

CHAPITRE X.

SUR L'ADHÉSION DES PILIERS DES VOUTES EN DÉCHARGE, ET DES CONTRE-FORTS AVEC LES MURS DE REVÊTEMENT.

N°. 140. Nous avons vu (N°. 138) que l'on pouvait très-bien exécuter un profil, en ne considérant le mur de revêtement que comme mur de masque; et il faut observer que la considération du mur avec les pieds droits et la voûte, comme indivisible, n'est pas exacte et ne pourrait avoir lieu qu'autant que ces ouvrages seraient exécutés en gros blocs de pierres de taille fortement cramponnés : autrement la maçonnerie se désunira, soit sur la hauteur du mur, dans le sens de la longueur des pieds droits et au cintre de l'intrados de la voûte; soit à la jonction du mur et des pieds droits dans le sens de leur épaisseur : remarque qui s'applique également aux murs ordinaires avec contre-forts. Ainsi, dans ceux-ci, il ne faut pas croire que quoique les contre-forts soient

Digitized by Google

bien liés avec le mur de revêtement, cette séparation ne puisse avoir lieu, si la dessication des mortiers n'a point eu son effet avant l'action des terres ou sables; et que par conséquent il en résulte tout l'avantage et toute l'économie qu'il en résulterait, si cette séparation pouvait ne pas exister.

N°. 141. On a vu (N°. 137) que *tang.* $\zeta = 0^m,43^c$; $g = 24^m,7^c$; $q = 40$; $f = 0^m,4^c$; $\delta = 44^m,23^c$; $h = 20$; et *tang.*^{2} $\zeta = 0^m,18^c$. Substituant ces valeurs dans Q (N°. 137), l'on aura $Q = 3788^m,73^c$, et son moment sera $\frac{h}{3}(3788^m,73^c) = h(1262^m,91^c)$.

Si l'on suppose que la voûte n'existe point, et qu'il n'existe que les arceaux en décharge, on a vu (N°. 139) que le moment du mur était exprimé par $10\pi ex^2 + (45^m,12^c)\pi ex + (31^m,05^c)e\pi$. Mais, dans la stabilité du mur, il entre encore les parties des arceaux et des pieds droits, qui, pour la première partie (*ab*), donne $\pi(8,26)$, qui agit à l'extrémité d'un levier $(0^m,40^c + x + \frac{4}{6}) = x + 1^m,07^c$; son moment sera donc $\pi(8^m26^c)(x + 1^m,07^c) = \pi x(8^m,26^c) + \pi(8^m,84^c)$. g. 23.

La deuxième partie est $\pi(13^m,57^c)$ qui agit à l'extrémité d'un levier $(x + 1^m,88^c)$; d'où il résulte que son moment est

$$\pi(13^m,57^c)(x + 1^m,88^c) = \pi x(13^m,57^c) + \pi(25^m,51^c).$$

La troisième partie est $\pi(16^m,81^c)$ qui agit à l'extrémité d'un levier $x + (2^m,69^c)$; d'où il résulte que son moment est

$$\pi(16^m,81^c)(x + 2^m,69^c) = \pi x(16^m,81^c) + \pi(45^m,22^c).$$

La quatrième partie est $\pi(17^m,98^c)$ qui agit à l'extrémité d'un levier $(x + 3^m,50^c)$; d'où il résulte que son moment est

$$\pi(17^m,98^c)(x + 3^m,50^c) = \pi x(17^m,98^c) + \pi(62^m,93^c).$$

La cinquième partie est $\pi(16^m,26^c)$, et agit à l'extrémité d'un levier $(x + 4^m,31^c)$; d'où il résulte que son moment est

$$\pi(16^m,26^c)(x + 4^m,31^c) = \pi x(16^m,26^c) + \pi(70^m,08^c).$$

Ainsi, l'on aura, pour le moment total de la maçonnerie,

$$50x^2\pi + \pi x(288^m,48^c) + \pi(564^m,85^c),$$

Digitized by Google

et pour équation d'équilibre,

$$50x^2\pi + \pi x(288^m,48^c) + \pi(367^m,83^c) = eh(1262^m,91^c) = h(6314^m,35^c);$$

et comme $h = 20^m$, et $\pi = 62,5$, l'on tire $x = 3,^m53^c$.

De ce que RP = $3^m,53^c$, il suit que la surface de

Fig. 22.

RP 2 C = ...	$15^m,46^c$
Celle de TQMR = ...	16 ,02
Celle de VK = ...	17 ,92
Celle de HX = ...	19 ,82
Celle de AS = ...	22 ,72
Surface du profil. . .	$91^m,94^c$

qui, sur une longueur $e = 5^m$, donne un cube de . . . $459^m,70^c$

auquel il faut ajouter celui des reins des arceaux et de leurs pieds droits, que l'on a trouvé ci-dessus; savoir :

Pour le premier	$8^m,26^c$	
Pour le deuxième	13 ,57	
Pour le troisième	16 ,81	$72^m,88^c$
Pour le quatrième	17 ,98	
Et pour le cinquième	16 ,26	
CUBE TOTAL DU MUR. . .		$532^m,58^c$

en supposant qu'au lieu d'une voûte au couronnement, il n'y ait qu'un arceau formant saillie de $0^m,81^c$ comme les inférieurs.

N°. 142. Cherchons actuellement le cube qu'exigerait le profil d'un mur sans saillie à son parement intérieur, et ayant, comme le précédent, au parement extérieur un talus de $\frac{1}{6}$ de la hauteur.

Puisqu'il doit être comparé au profil précédent, nous supposerons $h = 20^m$, $\delta = 44^m,23^c$, et $\pi = 62^m,50^c$.

Cela posé, l'on a vu que la formule générale du (N°. 32) donnerait

Digitized by Google

pour ce cas *tang.* $\varsigma = -f + \sqrt{1+f^2} = 0{,}677$, comme au (N°. 105), et $Q = \delta h^2 (0{,}2291)$, et que son moment serait $\frac{\delta h^3}{3}(0{,}2291) = \frac{\delta h^3 s}{3}$.

L'on a vu (N°. 39) que lorsqu'un profil n'a qu'un talus extérieurement, l'épaisseur du mur au sommet était exprimée par

$$x = -\frac{\pi h^2 - ht}{n(\pi h + t)} + \sqrt{\frac{h^2(2\delta sh - 3\gamma t)}{3(\pi h + t)} - h^2\left(\frac{2\pi h + 3t}{3n^2(\pi h + t)}\right) + \left(\frac{\pi h^2 + ht}{n(\pi h + t)}\right)^2},$$

dans laquelle $n = 6$; $\gamma =$ la cohésion, et $t =$ l'adhérence des mortiers: et comme, dans ce cas-ci, l'on n'a égard ni à l'une ni à l'autre, l'on a $x = -\frac{h}{n} + h\sqrt{\frac{2\delta s}{3\pi} + \frac{1}{3n^2}} = 3^m{,}51^c$; d'où l'on tire,

Pour le profil du mur	$70^m{,}20^c$	
Pour celui de son talus	33 ,33	
	$103^m{,}53^c$	
Qui, sur une longueur de	$5^m{,}00$	
donne un cube de		$517^m{,}65^c$
L'on a trouvé que, pour le profil du N°. 141, le cube était de		$532^m{,}58^c$
Economie du profil (N°. 142) sur le (N°. 141) . . .		$14^m{,}93^c$

N°. 143. D'après ce qui précède, il résulte qu'un mur à talus extérieur avec des arceaux intérieurs, en décharge et de saillie de $0^m{,}81^c$, sous une même masse, ne sont préférables, sous aucun rapport, aux murs à talus extérieur et à paremens intérieurs verticaux.

Les murs de revêtement à talus extérieur et en arceaux en décharge intérieurs, ne sont point préférables aux murs à talus extérieur et à paremens verticaux intérieurs sous le rapport de la stabilité.

Car il est évident que sous le rapport de l'économie, il y a non-seulement $14^m{,}93^c$ de maçonnerie de plus dans les arceaux en décharge; mais il faudrait encore y ajouter la fondation des pieds droits des arceaux qui, sur une longueur de $4^m{,}05^c$, une largeur moyenne de

Digitized by Google

$2^m,04^c$, y compris un empatement de $0^m,10^c$, donnerait un cube de . . . . . $16^m,62^c$ en supposant que cette fondation fût de deux mètres de profondeur.

A la vérité l'on pourrait objecter que, sous le rapport de la fortification, les murs en arceaux en décharge sont préférables en ce qu'ils répaississent les murs dans les parties qui peuvent être détruites par le canon, et que les éboulemens en sont moindres.

Ce résultat ne contrarie point ce qui a été dit sur les voûtes en décharge; car, au moyen de ces voûtes, on pourrait se passer entiérement de masque; de manière qu'en les fermant, la maçonnerie qui sert pour les clore, est en pure perte sous le rapport de la stabilité : au lieu que, dans le cas dont il est ici question, elle concourt avec les arceaux à contenir les sables ou les terres. L'on observera encore que l'on a vu qu'il y avait de l'économie à suivre le système des voûtes en décharge, lorsque les remblais devaient être entiérement formés en sable, ou sur une grande hauteur en terres végétales.

N°. 144. Voyons actuellement de comparer les masses des maçonneries, en supposant les arceaux en décharge recouverts par une voûte, avec les deux derniers profils. Nous avons vu que, dans ce cas-là, $x = RP = 1^m,81^c$.

	L'on a, pour la surface de R2	$8^m,58^c$
	Pour celle de TM	9 ,14
Fig. 22.	Pour celle de VK.	11 ,14
	Pour celle de XH	13 ,24
	Pour celle de AS	14 ,84
	Surface du profil.	$56^m,94^c$

Digitized by Google

qui, sur une longueur $e = 5$, donne un cube de . . . 284^m,70^c
auquel il faut ajouter celui des reins et des arceaux et de
leurs pieds droits que l'on a trouvé de . . . . . 72 ,88
et celui de la voûte et de ses pieds droits, sur une longueur
de 5^m,76^c puisqu'on a supposé (N°. 139) $l = 9^m$, et qu'on a
calculé déjà quatre saillies de 0^m,81^c qui font 3^m,24^c, sera
les pieds droits, de 112, 80
et pour la voûte qu'on a supposée en plein cintre, d'un
diamètre moyen de 4^m,50^c, et de 1^m,00^c épaisseur . . . 40 ,72

CUBE TOTAL. . . . . 511^m,10
Cube du mur en arceaux en décharge sans voûte . . . 532 ,58

Différence. . . . . 21^m,48^c

Économie considérable du profil d'un mur de revêtement en arceaux en décharge, terminée au couronnement par une voûte dont la longueur est égale à la distance de la ligne de rupture.

D'où il résulte, comme l'on voit, une économie dans la construction des murs de revêtement en arceaux en décharge terminés au niveau de la tablette du mur par une voûte à l'épreuve de la bombe, dont la longueur est au moins égale à la distance de la ligne de rupture.

N°. 145. Supposons un profil ayant un talus extérieur de $\frac{1}{6}$ de la hauteur, son parement intérieur vertical, qui ait une hauteur $h = 20^m,00$, et des contre-forts espacés de 5^m,00 en 5^m,00 : la longueur de ces contre-forts de 4^m,05^c sur une épaisseur moyenne de 0^m,90^c égale à celle des contre-forts du profil des arceaux en décharge sans voûte (N°. 143).

Si l'on n'a égard ni à la cohésion ni à la ténacité du mortier, l'épaisseur du mur exprimée dans ce cas au (N°. 43) devient

$$x = -\frac{h}{n} - \frac{l\omega}{e} + \sqrt{\frac{2\delta seh^3 - 2\delta s\omega h^3}{3e\pi h} - \frac{2e\pi h^3 - 3n^2\omega\pi l^2 h - 6n\omega\pi lh^2}{3n^2 e\pi h} + \left(\frac{h}{n} + \frac{l\omega}{e}\right)^2},$$

dans laquelle

$n = 6$; $e = 5$; $l = 4{,}05$; $\omega = 0{,}90$; $\pi = 62{,}5$, et $s = (0{,}2291)$;

Digitized by Google

attendu que l'on a vu (N°. 105) que le moment de la force (Q) était exprimé par $\frac{\delta h^3}{3}$ (0,2291).

Faisant les substitutions ci-dessus indiquées, l'on a $x = 2^m,00$. Par conséquent, la surface du mur sera de . . . . . $40^m,00^c$

Celle du talus. . . . . 33 ,33

Surface entière du profil. . $73^m,33^c$

qui, sur une longueur de $5^m,00$, donnera un cube de. . . $366^m,65^c$

Le cube d'un contre-fort, d'après les dimensions ci-dessus, sera de . . . . . 72 ,99

CUBE TOTAL. . . . $439^m,64^c$

Le cube du mur en décharge sans voûte a été trouvé de . 532 ,58

Différence des cubes. . $92^m,94$

Les murs de revêtement soutenus avec des contre-forts sont préférables aux murs en arceaux en décharge.

D'où il résulte que, pour la stabilité, le système des arceaux en décharge, avec un parement extérieur en talus, n'équivaut point à un mur de revêtement en talus extérieur et parement vertical soutenu par des contre-forts.

CHAPITRE

Digitized by Google

CHAPITRE XI.

APPLICATION A UN PROFIL A NICHES DE M. CHARPENTIER.

N°. 146. M. Charpentier des Palus, ancien officier du génie, proposa, en 1742, un système de revêtement avec des arcs en forme de demi-cylindres, liant les contre-forts les uns aux autres, ainsi que le représente la figure 24 dans les arcs *abc*. M. de Querlonde a désapprouvé ce profil dont l'idée paraît au contraire devoir être adoptée; car, ici, il n'y a point à craindre l'inconvénient de voir le contre-fort se séparer du mur de revêtement courbe *abc*: il faut au contraire que, pour que *ab* se renverse, la partie *af* se renverse avec elle autour de *fg*. Fig. 24.

Si ces revêtemens courbes sont couverts par un autre revêtement, il faut, pour que le revêtement courbe *abc* soit renversé, que celui rectiligne le soit aussi autour de *fh*, ou qu'il se fasse une désunion en *dg* et *kl*: car, le mur courbe étant également pressé dans toutes ses tranches horizontales, ne pourrait se rompre qu'au droit de chaque contre-fort, ainsi qu'en (*em*) et (*dg*); et alors il y aurait un frottement considérable dans les sections (*em*), (*dg*) qui tendrait à rompre la stabilité du mur vertical. Le renversement du dernier ne pourrait avoir lieu à cause de sa courbure, qu'autant que cette stabilité serait détruite, et q... : premier après la rupture cédât à la fin à l'impulsion; ce qui supposerait une plus grande

Digitized by Google

énergie qu'en supposant les deux revêtemens ne faisant qu'une masse qui tournerait autour de fh. Dans cette supposition, la résistance du profil de M. Charpentier doit être plus considérable, à cause de l'étendue du bras de levier.

Nous trouvons l'idée de M. Charpentier ingénieuse sous le rapport de la fortification, en ce que la brêche serait plus difficile à pratiquer, les ébranlemens du mur moins considérables, et les éboulemens presque nuls.

Si l'on couronnait, à la hauteur de la tablette, ces niches par des portions de culs de four qui conserveraient en entier le parapet, et empêcheraient leur éboulement dans les demi-cylindres, alors les éboulemens n'auraient plus lieu jusqu'à la destruction des contre-murs, et encore se soutiendraient-ils en l'air par leur construction, et maintiendraient-ils les terres.

J'ai vu à Alexandrie des murs de revêtement d'une face de bastion, dont on avait détruit le pied avec plusieurs fourneaux qui avaient fait une brêche continue d'environ deux mètres de hauteur sur une longueur de quarante mètres, se soutenir en l'air pendant plus de six mois, et ne tomber, vers la fin de l'hiver, qu'après des pluies continuelles.

Cherchons à évaluer la résistance de ce profil; et, pour pouvoir faire des comparaisons, supposons que les murs de revêtement courbe et rectiligne aient une hauteur $oq = h = 20^{m},00^{c}$, et que le remblai en arrière soit formé en sable; c'est-à-dire $f = 0,4$, le moment de l'action des sables sera exprimé, comme au N°. précédent, par $\frac{fh^3}{3}(0,2291)$.

M. Charpentier a supposé que la distance du nud d'un contre-fort à l'autre était de $6^{m},00$; mais pour la comparaison que nous proposons de faire, supposons qu'il soit que $5^{m},00$ de milieu à milieu, c'est-à-dire (fig. 24) que $dk = 4^{m},00$; et par conséquent le rayon de ces

Fig. 24 et 25.

Digitized by Google

niches sera de $2^m,00 = qi$. Soit supposé (fig. 25) $rq = x$; $pr = \frac{h}{6}$, et enfin $bi = 0^m,50^c$.

Cela posé, l'on sait que *la distance du centre de gravité d'un arc de cercle au centre de ce cercle, est une quatrième proportionnelle à l'arc, au rayon et à la corde.*

Dans ce cas-ci, il faudra déterminer une quatrième proportionnelle à une demi-circonférence moyenne proportionnelle entre dik et abc, à son rayon et à son diamètre. Ainsi le diamètre de cette demi-circonférence sera $4^m,50^c$, et son développement $7^m,07^c$; de manière qu'en appelant (y) la distance du centre de gravité de cette demi-circonférence à son centre,

l'on aura $7^m,07^c : 4^m,50^c :: 2^m,25^c : y = 1^m,43^c$.

Cela posé, l'inertie du contre-mur étant exprimée par $\pi h\,(3^m,54^c)$, la quantité π = à $62^m,50^c$ désignant la pesanteur spécifique de la maçonnerie; l'on aura pour son bras de levier, l'expression de (y) ci-dessus trouvée, plus l'épaisseur du mur rectiligne à sa base; c'est-à-dire $\left(1^m,43^c + x + \frac{h}{6}\right)$, et par conséquent le moment du mur curviligne sera exprimé par $\pi h\,(3^m,54^c) \times \left(1^m,43^c + x + \frac{h}{6}\right)$.

Le moment du mur rectiligne, sur une longueur de cinq mètres, sera exprimé par $\frac{5\pi h x^2}{2} + \frac{5\pi h^2 x}{6} + \frac{5\pi h^3}{108}$.

D'où l'on tirera par conséquent, pour l'équation d'équilibre,

$$(5^m,00) \times \frac{\delta h^3}{3}\,(0,2291) = \frac{5\pi h x^2}{2} + \frac{5\pi h^2 x}{6} + \frac{5\pi h^3}{108} + \ldots .$$

$$\ldots + \pi h\,(5^m,06^c) + \pi h x\,(3^m,54^c) + \pi h^2\,(0^m,59^c).$$

Substituant à δ, π et h leur valeur,

l'on a $x^2 + x\,(8^m,08^c) + 14^m,15^c = 43^m,23^c$;

d'où $x = -4^m,04^c + \sqrt{45^m,40^c} = 2^m,70^c$.

Digitized by Google

Cela posé, l'on vient de voir que le cube du mur curviligne était exprimé par $h\,(3^m,54^c) =$ . . . . . $70^m,80^c$

Si l'on ajoute à ce cube celui du cul de four qui diminuerait l'épaisseur du mur de face, à cause que l'augmentation de l'inertie qu'il procurerait au mur curviligne; et supposant que l'épaisseur soit de $1^m,00$ pour le mettre à l'épreuve de la bombe, l'on aura.	7	98
Le cube du mur rectiligne.	270	00
Le cube du parement en talus.	166	65
CUBE TOTAL.	$515^m,43^c$	

Le profil de M. Charpentier est préférable, sous le rapport de la stabilité des murs, à celui de M. Querlonde.

D'où l'on peut conclure que sous les rapports de l'économie et sous celui de la stabilité des revêtemens, ce profil est préférable à celui de M. Querlonde en arceaux en décharge.

N°. 147. Si l'on eût supposé que $bi = 1^m,00^c$,
l'on aurait eu $6^m,31^c : 4^m,00^c :: 2^m,00^c : y = 1^m,27^c$,
qui serait la distance du centre de gravité de la circonférence moyenne de la base du mur curviligne au centre de cette demi-circonférence.

L'inertie du mur curviligne serait exprimée par $\pi h\,(6^m,31^c)$,

et son moment par $\pi h\,(6^m,31^c) \times \left(1^m,37^c + x + \frac{h}{6}\right)$.

L'inertie du cul de four serait exprimée par $\pi\,(9^m,54^c)$;

son bras de levier étant égal à $\left(1^m,25^c + x + \frac{h}{6}\right)$,

son moment sera $\pi\,(9^m,54^c)\left(1^m,25^c + x + \frac{h}{6}\right)$. . . .

L'inertie du mur de face sur cinq mètres de longueur étant, comme on l'a trouvée, $\frac{5\pi h y^2}{2} + \frac{5\pi h^2 x}{6} + \frac{5\pi h^3}{108}$. . . .

Digitized by Google

L'on a pour équation d'équilibre

$$\frac{5\delta h^3}{3}(0{,}2291) = \frac{5\pi h x^2}{2} + \frac{5\pi h^2 x}{6} + \frac{5\pi h^3}{108} + \pi h(3^m,64^c) + \pi h x(6^m,31^c) +$$

$$\ldots + \pi h^2(1^m,05^c) + \pi h(12^m,00^c) + \pi x(9^m,54^c) + h(1^m,59^c),$$

et substituant à δ, π et h, leur valeur,

l'on a $x^2 + x(9^m,38^c) + 21^m,87^c = 43^m,23^c$,

de laquelle on tire $x = -4^m,69^c + \sqrt{43^m,36^c} = 1^m,90^c$.

Observons actuellement que le cube du mur curviligne a été trouvé

égal à $h(6^m,31^c) = \ldots$	$126^m,20^c$
Celui du cul-de-four	9 54
D'après la valeur de x, celui du mur de face sur cinq mètres de longueur, sera	190 00
Le cube du parement en talus	166 65
Cube total, en supposant le contre-mur de $1^m,00$ d'épaisseur	$492^m,39^c$
Le cube, en ne supposant le mur que de $0^m,50^c$, a été trouvée de	515 ,43
Différence des cubes.	$23^m,04^c$

D'où l'on voit qu'il y aurait quelque économie à augmenter l'épaisseur du contre-mur dans le système de M. Charpentier; et que dans ce cas il équivaut au système des murs à contre-forts ayant un talus extérieur de $\frac{1}{6}$ de la hauteur; parce que, quoique ceux-ci ne donnent qu'un cube de $439^m,64^c$, on suppose que les contre-forts ne puissent se désunir, avantage que l'on ne peut espérer d'obtenir; au lieu que dans le profil de M. Charpentier, les contre-forts sont obligés de suivre l'impression du contre-mur, et de se renverser avec lui.

Le profil de M. Charpentier équivaut au système de murs à contre-forts, ayant un talus de $\frac{1}{6}$ de la hauteur.

N°. 147. Les profils de MM. Duvivier et Charpentier sont les idées mères des galeries voûtées d'escarpe ou contrescarpes engagées sous les terres, et l'idée particulière de M. Charpentier devait présenter des

Digitized by Google

résultats aussi satisfaisans sous le point de vue de l'économie que de la fortification, en arcboutant les arcs contre les contre-forts faisant fonctions de piles renversées; ainsi qu'on l'a exécuté à Alexandrie dans les galeries d'escarpe et de contrescarpe, mais dont les contre-forts n'ont point assez de longueur pour procurer des économies.

Calculons dans ce sens, un profil dans lequel on devrait supposer les contre-forts espacés de six en six mètres de milieu en milieu, et que nous ne supposerons espacés que de cinq mètres en cinq mètres, pour pouvoir en comparer les résultats avec les précédens.

Profil que je propose dans le système de M. Charpentier.

Fig. 26 et 27.

Ainsi, soit (fig. 26) le profil $cabdlmb$, dont le plan est représenté par la (fig. 27) soit $df = dy = vg = 4^m,00^c$; soit $gh = hp = 1^m,00 = tf$; alors $c'g = 1^m,50^c$; $c'h = 2^m,50^c$; $on = 5^m,00$; et l'angle $yc'i = 106°,15'$; $ab = x$; $bd = h = 20^m,00$, et $cu = \frac{h}{6}$.

Nous continuerons de supposer que le remblai est formé en sable, c'est-à-dire $f = 0,4$, alors l'expression de la force qui agit contre le parement ml, sera, comme dans l'application précédente, exprimée par δh^2 (0,2291) et son moment sur une étendue de cinq mètres, par $\frac{5\delta h^3}{3}$ (0,2291).

L'inertie du mur curviligne sera exprimée par $(yhi \times hp) \times h' \times \pi = [(4,52) \times 1,00]\, h'\pi = \pi h'$ $(4^m,62)$; en faisant $h' = ml = 14^m,00$; à laquelle il faut ajouter celle des deux triangles mixtilignes qui donnent $2\left(\frac{pq}{3} \times rq\right)\pi h' = (1^m,33^c \times 0,80)\,\pi h'$; d'où l'on aura pour l'inertie totale sur la base $ylqi$, l'expression $\pi h'$ $(5^m,67^c)$.

Le centre de gravité de la surface mixte $ylqi$ est à $0^m,33^c$ du point h; par conséquent son bras de levier sera

$$(0,33 + hv + du + uc) = 8^m,66^c + x,$$

et son moment $(8^m,66^c + x)(5^m,67^c)\pi h' = \pi h'$ $(49^m,10^c) + x\pi h'$ $(5^m,67^c)$.

Le développement de la base du cul de four a été trouvé de $(4^m,62^c)$.

Digitized by Google

Son développement bxn dans le sens de la hauteur, est de $8^m,64^c$. Son épaisseur est de $1^m,00$; de manière que son inertie est exprimée par $\pi(39^m,92^c)$.

Le bras de levier d'une calotte sphérique se trouvant au milieu de la flèche, $yG = 0^m,73^c$, et G est le centre de gravité du cul de four : de manière que son bras de levier est exprimé par

$$kd + ud + uc = 3^m,0^c + x + \frac{h}{6},$$

et son moment par

$$\pi(39,92)\left(3^m,01^c + x + \frac{h}{6}\right) = \pi(253^m,09^c) + \pi x(39^m,92^c).$$

L'inertie des contre-forts $fqst$, leur longueur étant de $6^m,00$, leur épaisseur de $1^m,00$, et leur hauteur $Bl = h$; est exprimée par $\pi h(6^m,00)$.

Leur bras de levier égale $\frac{fq}{2} + du + cu = 3^m,00 + x + 3^m,33^c = 6^m,33^c + x$;

et leur moment est exprimé par $\pi h(37^m,98^c) + \pi hx(6^m,00)$.

L'inertie du mur $audb$ sur cinq mètres de longueur est exprimée par $(5x\pi h)$, et son bras de levier est $\frac{x}{2} + \frac{h}{6} = \frac{x}{2} + 3^m,33^c$.

Son moment sera donc $\frac{5x^2\pi h}{2} + (16^m,65^c)\, x\pi h$.

Enfin l'inertie du parement en talus sera exprimée, sur cinq mètres de longueur, par $\frac{5h^2\pi}{12}$; et son levier étant égal à $\frac{2h}{18}$,

son moment sera $\frac{10h^3\pi}{216}$.

D'où il résulte que l'équation d'équilibre sera exprimée par

$$\frac{5\delta h^3}{3}(0,2291) = \pi h'(49^m,10^c) + x\pi h'(5^m,67^c) + \pi(233^m,09^c) + \ldots$$

$$\ldots + \pi x(39^m,92^c) + \pi h(37^m,98^c) + \pi hx(6^m,00^c) + \frac{5x^2\pi h}{2} + x\pi h(16^m,65^c) + \frac{10h^3\pi}{216}$$

et substituant à $\delta = 44^m,23^c$, $\pi = 62^m,50^c$, $h = 20^m,00^c$ et $h' = 14^m$, leur valeur, l'on a $x^2 + x(11^m,44^c) = 1^m,82^c$; d'où, $x = 0^m,15^c$.

Digitized by Google

N°. 148. Le cube du mur curviligne, y compris celui des triangles d'arasement, ayant été trouvé de h' ($6^m,22^c$), sera de. . $87^m,08^c$

Celui du cul de four a été trouvé de. 39 92

Celui des contre-forts a été trouvé égal à h ($6^m,00$) = . 120 00

Celui du mur, son épaisseur étant au couronnement de $0^m,15^c$, sera sur cinq mètres de longueur 15 00

Enfin, celui du parement en talus, sur cinq mètres de longueur, sera de 166 65

CUBE TOTAL . . . . $428^m,65^c$

Mais l'on a vu (N°. 147) que le système des arceaux en décharge sans voûte au couronnement, n'équivalait pas à ceux à talus extérieur et contre-forts, sous le rapport de l'économie et de la stabilité, et que néanmoins le cube de ceux-ci était de. . . . . $532^m,58^c$

Différence des cubes. . . $103^m,93^c$

Profil proposé avec contre-forts, préférable à ce système, et aux profils d'arceaux en décharge, qui ne sont point recouverts d'une voûte au couronnement, et préférable encore à ceux recouverts en voûte.

D'où il résulte que le dernier profil proposé est encore préférable à celui des arceaux en décharge qui, au couronnement ne sont point recouverts d'une voûte, et à celui ayant un talus de $\frac{1}{6}$ de la hauteur au parement extérieur et des contre-forts, puisque ceux-ci n'ont donné qu'un cube de $439^m,64^c$. Si l'on eût espacé les contre-forts de six mètres de l'un à l'autre, et qu'on les eût alongés; alors l'économie eût été bien plus considérable; et sous le rapport de la fortification, ce profil oblige de faire deux brêches, dont la seconde offrirait de grandes difficultés, à cause des casemates qui trouveraient des défenses contre le mineur.

CHAPITRE

Digitized by Google

CHAPITRE XII.

ANALYSE DE LA CONSTRUCTION

D'UN BASTION INCLINÉ, TROUVÉ DANS LA DÉMOLITION DE SÉDAN.

N°. 150. PAR un décret du 21 thermidor an XI, la démolition de la fortification de l'enceinte de la ville de Sedan, entre la Meuse et le château, a été ordonnée, et n'a commencé qu'en l'an XIII, par le bastion de Sillery, qui a pris son nom de celui qui gouvernait la ville, lors de sa construction. Ce bastion fut bâti sous Henri de Latour, vicomte de Turenne, prince souverain de Sedan, et son ancienneté date d'environ 214 ans. Fig. 28 et 29.

M. Lalustière, colonel-directeur des fortifications, lors de la démolition, fut frappé de sa construction. Il trouva un mur d'escarpe ac talutant de $\frac{1}{7}$ de la hauteur $cm = 10^m,00$, ayant depuis la retraite c du fossé jusqu'à son sommet $1^m,66^c = ab$ d'épaisseur, c'est-à-dire que le parement intérieur bd se trouvait parallèle au revêtement extérieur ac.

Pour rassurer sur l'espèce de crainte qu'un pareil genre de construction fait naître au premier abord, ce mur était soutenu par de longs contre-forts $iefk$ espacés de $4^m,50^c$ de milieu en milieu, qui semblaient faire l'office d'étais. Malgré cette précaution, et ne voulant laisser rien à désirer, le constructeur imagina de raccorder les contre-forts l'un à l'autre par des demi-circonférences de cercle (hdi), de manière à représenter le parement intérieur par des demi-cylindres

Digitized by Google

creux séparés par lesdits contre-forts. Par ce moyen, le mur ne pouvait s'ébouler dans l'intervalle des contre-forts.

La longueur des contre-forts au niveau du fond du fossé, mesurée depuis la racine d jusqu'en l, était de $6^m,33^c = dl$, et au couronnement depuis (b) jusqu'en (n) de $3^m,00 = bn$. Leur épaisseur était de $1^m,00 = ik$; et par conséquent le diamètre des demi-cylindres $hi = 3^m,50^c$.

Cela posé, nous avons vu (N°. 74) que l'expression du moment de la force d'un remblai formé en terres végétales, jetées à la pelle contre un obstacle incliné vers elles, était δh^3 ($0^m,0508$.)

Cherchons actuellement celle du moment du mur, en faisant $cd = ab = x$. L'inertie du contre-fort sera exprimée par

$\pi\left(\frac{bn+dl}{2}\right) ik \times nl = \pi h\,(4^m,67^c)$, et son levier par rapport à un plan passant par le point d, sera $\frac{bn^2 + 2bn \times am + \frac{2am^2}{3}}{2bn + am} = 2^m,96^c$,

et par rapport au point c, l'on aura $2^m,96^c + x$; de sorte que le moment du contre-fort sera $(13^m,82^c)\,\pi h + (4^m,67^c)\,\pi hx$.

L'inertie de la partie cylindrique est exprimée par $\pi h\,(dl \times li)\frac{1}{2} = \pi h\,(2^m,04^c)$, et elle agit à l'extrémité d'un bras de levier égal à $ad + \frac{ma}{2} + 0^m,60^c$, distance du centre de gravité mixtiligne dli au plan qui passerait par le point d. Par conséquent son moment sera $\pi hx\,(2^m,04^c) + \pi h\,(3^m,26^c)$.

Enfin, l'inertie du mur sera exprimée par πhx, et sur une longueur de $4^m,50^c$, qui est celle des contre-forts espacés de milieu à milieu, elle sera égale à $(4^m,50^c)\,\pi hx$, et comme elle agit à l'extrémité d'un bras de levier égal à $\left(\frac{x}{2} + \frac{h}{10}\right)$, son moment sera $(2^m,25^c)\,\pi hx^2 + \pi h^2 x\,(0^m,45^c)$.

D'où il résulte que l'équation d'équilibre sur une longueur de $(4^m,50^c)$

Digitized by Google

sera $(4^m,50^c)\,\delta h^3\,(0^m,0508) = \pi h\,(13^m,82^c) + \pi hx\,(4^m,67^c) +$
$+ \pi hx\,(2^m,04^c) + \pi h\,(3^m,26^c) + \pi h^2 x\,(0^m,45^c) + \pi hx^2\,(2^m,25^c) =$
$= \pi h\,(17^m,08^c) + \pi hx\,(11^m,21^c) + \pi hx^2\,(2^m,25^c)$,
de laquelle, en substituant les valeurs suivantes,
$\delta = 38^k$; $\pi = 62^m,50^c$; $h = 10^m,00^c$; on tire pour x une valeur imaginaire, qui signifie qu'en supposant la force des terres réunies sur une distance de $4^m,50^c$ contre un contre-fort et ses arrondissemens, elle ne pourrait les renverser autour du point c, dans la supposition que le contre-fort ne pût se séparer de l'arrondissement, quand même le mur $abdc$ n'existerait pas.

Cette supposition est plus qu'hasardée, et certainement il se ferait une séparation dans le sens de ik, fig. 28, qui marque la naissance des arceaux renversés. Ainsi ne considérons que la portion $likm$ qui puisse résister d'une manière efficace.

Cela posé, il s'agit de chercher le moment de ce contre-fort dans lequel bn est diminué de $1^m,25^c$, et dl de $4^m,58^c$; par conséquent l'inertie $\pi\left(\frac{bn+dl}{2}\right) ik \times nl$ se réduira à $\pi h\,(1^m,75^c)$,

et le bras de levier $\frac{bn^2 + 2bn \times am + \frac{2am^2}{3}}{2bn + am}$ se réduira à $2^m,32^c$,

et par rapport au point c le levier sera $2^m,32^c + x$, d'où l'on tirera pour le moment du contre-fort $(4^m,06^c)\,\pi h + \pi hx\,(1^m,75^c)$.

Les autres parties du mur restant les mêmes, les momens seront comme pour le cas précédent, et l'on aura par conséquent pour équation d'équilibre $(4^m,50^c)\,\delta h^3\,(0^m,0508) = \delta h\,(4^m,06^c) +$
$+ \pi hx\,(1^m,75^c) + \pi hx\,(2^m,04^c) + + \pi h\,(3^m,26^c) + \pi h^2 x\,(0^m,45^c) +$
$+ \pi hx^2\,(2^m,25^c) = \pi h\,(7^m,32^c) + \pi hx\,(8^m,29^c) + \pi hx^2\,(2^m,25^c)$,
de laquelle on tire $x^2 + x\,(3^m,70^c) = 6^m,58^c$ et $x = 1^m,31^c$.

D'où l'on voit que le constructeur en donnant à (x) l'épaisseur $1^m,66^c$ s'est bien mis au-dessus de l'équilibre, puisque l'épaisseur $1^m,31^c$ était plus que suffisante, et qu'il existe en faveur de la résistance l'effort nécessaire pour rompre le contre-fort dans le sens de ik, fig. 28.

Digitized by Google

CHAPITRE XIII.

APPLICATION A LA CONSTRUCTION

DES ARRONDISSEMENS DES SAILLANS DES CONTRESCARPES, PROPOSÉE PAR M. SÉNERMONT.

N°. 151. M. Sénermont, colonel, directeur des fortifications, présenta au comité des fortifications, en 1796, un mémoire dans lequel il propose de construire les arrondissemens des saillans des contrescarpes en forme de voûte dont l'axe serait vertical; et de diminuer l'épaisseur qu'on est dans l'usage de leur donner; c'est-à-dire que la
Fig. 30. partie courbe *ecf* dont la convexité est opposée aux terres, eût une moindre épaisseur que les parties droites *eb*, *fd*: attendu 1°: qu'en supposant les parties droites immobiles, il ne pouvait y avoir de mouvement de translation, puisqu'elles font fonction de culées; et que la force capable de procurer ce mouvement, doit être plus considérable que celle qui tend à renverser la contrescarpe autour de *ef*. 2°. Que pour que cette dernière pût prévaloir, il faudrait que la compression exercée par elle, fût telle que par le resserrement des joints il se formât une ouverture dans ces joints extrêmes *fl*, *le*. 3°. Dans ce cas, la voûte ne peut changer sa forme, puisque l'effort des terres a lieu sur une même hauteur, et est normal sur tous les points de l'extrados de la voûte renversée, de manière que quoique par la compression exercée par le frottement qui aurait lieu sur les joints *fl*, *le*, l'arc *ecf* se rétrécît, il n'en resterait pas moins un arc dont le centre aurait varié. 4°. Que la courbure allongeant le bras de levier, la résistance doit

Digitized by Google

être plus considérable. 5°. Que le resserrement des joints n'ayant lieu qu'en vertu du frottement qui s'exerce sur les surfaces décrites par les rayons el, fl, l'épaisseur de la voûte ne peut être déterminée que par les considérations suivantes ; savoir :

N°. 152. Ces voûtes peuvent être construites en briques de champ, et pour avoir la facilité de comprimer les joints, après avoir contenu par un tas de briques de plat posées en autant d'intervalles qu'il y a de maçons à construire, chaque lit de l'arrondissement ; chaque maçon, après avoir relevé l'intervalle de briques de plat qui lui servait de point d'appui, le garnira en briques de champ ; et tous ensemble mettront à la fin les clefs dans les portions qu'ils viendront de terminer. Si quelqu'un se trouvait en retard, il serait attendu par les autres. Par ce moyen, la compression des joints peut être portée à son *maximum ;* et si elle ne l'était pas, l'on proposerait de reculer en arrière l'arrondissement d'une partie de la diminution de l'épaisseur, afin qu'il ne perdît point une partie de son frottement sur les joints en coupe (le) et (fl) contre lesquels il augmenterait sa forme de coin. Ainsi l'arrondissement serait représenté par $qrqll$.

On pense que cette construction peut faire envisager la compression complète ; et sous ce point de vue, la pression exercée sur la partie du profil de contrescarpe par le premier lit de la voûte renversée, sera égale à la moitié de son développement, multipliée par l'action avec laquelle les terres agissent contre le parement intérieur de la contrescarpe ; car, à cause de la courbure qui ne peut prendre une autre forme, l'action des terres peut être regardée comme normale à la surface de frottement, en supposant la cohésion des briques supérieure à cette force, ce qui doit être.

N°. 153. Si ces arrondissemens sont construits en briques de plat, alors il n'est pas aussi facile dans la construction d'opérer dans chaque tas une compression dans les joints verticaux ; parce qu'en mettant

Digitized by Google

la clef elle n'a point une hauteur de coin aussi considérable que les briques de champ; et que la brique de plat exige un plus grand déplacement dans les lits.

Ainsi, dans cette construction, la compression n'étant point portée à un degré de résistance suffisante, le renversement pourrait avoir lieu sans que les joints (fl) et (el) éprouvassent un grand frottement. Si elle perd cet avantage, elle en acquiert un autre d'un autre côté; car il est possible de lier cette construction avec les parties de la contrescarpe (eb), (fd) en lignes droites; de manière que pour que le renversement puisse avoir lieu, il faut qu'à chaque assise paire ou impaire, il casse une brique. Ainsi, dans l'inertie du mur, il faut faire entrer la résistance ou l'adhésion des matériaux que l'on emploie sur toute la hauteur du mur et sur leur épaisseur, à cause que cette rupture a lieu des deux côtés. D'où il suit que le problème offre deux cas à résoudre, dont nous allons nous occuper.

N°. 154. Commençons par celui où l'arrondissement est construit en voûte renversée. Soit supposé (fig. 30) la contrescarpe proposée de $6^m,00$ de hauteur $= h$; qu'on ait calculé les parties en ligne droite (eb), (fd) de manière que leur résistance soit supérieure à l'action des terres; que le remblai soit formé en sablé, et que $f = 0^m,31^c$; dans ce cas (N°. 125) son action est exprimée par $Q = \delta h^2$ $(0^m,2715)$, et son moment par δh^3 $(0^m,0905)$.

Fig. 30 et 31.

Cela posé, soit supposé l'angle $(eaf) = 60^o$, son rayon $ac' = 13^m,00$; et que la désunion aux points (ll) se fasse parallèlement à ce rayon, comme la plus désavantageuse. Le centre de gravité de la surface $lqrqlc'l$ sera le même que celui de l'arc de cercle $(lc'l)$, en ajoutant à sa distance du centre $\frac{c'r}{2}$, et le développement de cette surface sera le même que celui de l'arc $lc'l = 13^m,61^c$. Rigoureusement on devrait regarder la désunion comme ayant lieu au joint lq. Mais cette considération entraînerait à chercher le centre de gravité de l'arc passant

Digitized by Google

par $\frac{c'r}{2}$, et jetterait dans une equation du troisième degré sans donner un résultat sensiblement différent.

Par conséquent, l'inertie sur cette surface sera $\pi hx\,(13^m,61^c)$, en faisant $c'r = x$, et appelant la densité de la maçonnerie π.

Comme l'angle $eaf = 60°$, il suit que la corde $ll = ac' = 13^m,0$ et que la distance du centre de gravité $(lc'l)$ à son centre sera arc ou $13^m,61^c$: ll ou $13^m,00$ :: ac' ou $13^m,00$: $y = 12^m,41^c$. Mais la distance de ce centre de gravité devant être déterminée par rapport à l'axe de rotation, c'est-à-dire, par rapport à la corde $(lo'l')$; il suit que la distance du centre de gravité par rapport au point $o' = y - ao'$; et que $ao' = 11^m,26^c$. Donc cette distance est exprimée par $(1^m,15^c)$, à laquelle ajoutant $\frac{c'r}{2} = \frac{x}{2}$, on aura pour bras de levier de $\pi hx\,(13^m,61^c)$; l'expression $\frac{x}{2} + 1^m,15^c$, et pour le moment de l'inertie du mur

$$\pi hx\,(13^m,61^c) \times \left(\frac{x}{2} + 1^m,15^c\right) = \pi hx^2\,(6^m,80^c) + \pi hx\,(15^m,65^c).$$

Le mur devant encore résister en vertu du frottement qui aura lieu de chaque côté sur une surface égale à (hx), et pour les deux côtés égale à $(2hx)$, il ne s'agit plus que de déterminer la pression, dont le résultat doit être égal à la force Q, moins la résistance du mur. Mais l'inertie du mur étant égale à $(\pi hx) \times (13^m,61^c)$, et la force $Q = \delta h^2\,(0^m,2715)$, la pression sera exprimée par

$$\delta h^2\,(0^m,2715) - \pi hx\,(13^m,61^c).$$

Ainsi, si l'on observe, que d'après l'expérience, le frottement dans les briques est les $\frac{3}{4}$ de la pression; le frottement sera représenté par $\frac{3\delta h^2}{4}(0^m,2715) - \frac{3\pi hx}{4}(13^m,61^c)$, dont le levier étant $\frac{x}{2}$, donnera pour son moment $\frac{3\delta xh^2}{8}(0^m,2715) - \frac{3\pi hx^2}{8}(13^m,61^c)$,

Digitized by Google

d'où l'on déduira pour l'équation d'équilibre

$$\delta h^3\,(0^m,0905) = \pi h x^2\,(6^m,80^c) + \pi h x\,(15^m,65^c) + \frac{3\delta h^2 x}{8}(0^m,2715) - \ldots$$

$$\ldots - \frac{3\pi h x^2}{8}\,(13^m,61^c),$$

dans laquelle substituant les valeurs de h, de $\pi = 62^m,50^c$ et de $\delta = 44^m,23^c$, l'on tire $x = -28^m,38^c + \sqrt{806^m,7806} = 0^m,09^c$.

A présent, si l'on suppose que dans le mur de contrescarpe en ligne droite, les contre-forts soient espacés de six mètres de milieu en milieu; que leur longueur soit de $1^m,60^c$, leur largeur de $1^m,30^c$ à la racine, réduite à $1^m,00$ à la queue; et que le mur ait ses paremens verticaux, si l'on appelle x son épaisseur. On a pour l'inertie du mur $6\pi hx$ sur six mètres de distance, et pour son moment $\frac{6\pi hx^2}{2} = 3\pi hx^2$.

L'inertie d'un contre-fort sera exprimée par $\pi h\,(1^m,84^c)$, et son moment par $\pi h\,(1^m,84^c) \times (0^m,80^c)\,x = \pi hx\,(1^m,47^c)$.

L'action des sables agissant contre cette escarpe, en supposant qu'elle ne puisse agir qu'entre les deux contre-forts, sera exprimée par $(4^m,85^c)\,Q = (4^m,85^c)\,\delta h^2\,(0^m,2715)$, et son moment par $(4^m,85^c)\,\frac{\delta h^3}{3}\,(0^m,2715)$. D'où l'on tire l'équation d'équilibre

$$\delta h^3\,(0^m,439) = 3\pi hx^2 + \pi hx\,(1^m,47^c), \text{ et } x = 1^m,50^c,$$

en substituant les valeurs de δ, π et h.

Démonstration de l'économie considérable qu'il y a de construire les arrondissemens des saillans de contrescarpe en voûte renversée.

D'où l'on voit qu'il y a une économie considérable à former les arrondissemens en voûte renversée; puisque, dans ce cas, la voûte sans contre-forts n'a besoin que de $0^m,10^c$ d'épaisseur, et que le mur de contrescarpe avec contre-forts, exige une épaisseur de $1^m,50^c$.

N°. 155. Supposons actuellement que l'arrondissement soit construit en briques de plat taillées ou moulées en forme de coins.

L'inertie du mur et son bras de levier sera le même que dans le N°. précédent; c'est-à-dire que le moment du mur sera

$$\pi hx^2\,(6^m,80^c) + \pi hx\,(15^m,65^c)$$

Mais

Digitized by Google

Mais il faudra lui ajouter, comme nous en avons fait l'observation (N°. 153), le moment de l'effort qu'il faudrait pour rompre de chaque côté les briques qui le lient au mur de contrescarpe.

M. Gallon, ancien lieutenant-colonel du génie, a éprouvé que des bonnes briques posées sur un tranchant, ne rompaient que sous un poids de 220 liv. chargé à chaque bout, c'est-à-dire sous un poids total de 440 liv.; que des briques d'une moyenne qualité se rompaient sous un poids total de 130 liv., et que des mauvaises n'avaient pu supporter qu'un poids total de 70 liv.

Nous prendrons ici, pour l'effort nécessaire pour casser celles qui seraient liées avec la partie de la contrescarpe en ligne droite, celui de 440 liv. $= 220^{kil}$; attendu que, lors même que les briques ne seraient pas de la meilleure qualité, elles ne seraient pas sujettes à reposer sur un tranchant, circonstance qui peut bien balancer la bonté que devrait avoir la brique pour être comparée à celle d'une préparation particulière et soignée, que malheureusement aujourd'hui on ne peut pas obtenir, à cause de la célérité que l'on porte à l'exécution des travaux.

Observons encore que la rupture doit se faire de chaque côté; que la hauteur de la contrescarpe est supposée de six mètres; que la brique a (0^m,055) d'épaisseur; et que le joint étant en général $\frac{1}{8}$ de l'épaisseur de la brique, il entrera 96 briques en liaison sur la hauteur (h). Ainsi (x) étant l'épaisseur de l'arrondissement, et évaluant la résistance en raison de 24^k les 7 centimètres en carré de rupture; $x \times 96 \times 13^k$ sera l'effort qui agira à l'extrémité d'un levier égal à $\frac{x}{2}$; par conséquent le moment de cet effort sera $x^2 \times 48 \times 24^k$; et comme l'on sait que le moment de l'action des sables est exprimé par δh^3 (0^m,0905), l'on aura l'équation d'équilibre

δh^3 (0^m,0905) $= 3\pi hx^2 + \pi hx$ (1^m,47°) $+ x^2 \times 48 \times 24^k$;

de laquelle, en substituant à δ, π et h leur valeur, l'on tire

$x^2 + x(0^m,0718) = 0^m,1126$, et $x = -0^m,0359 + \sqrt{0^m,1126} = 0^m,30$.

Digitized by Google

Autre démonstration de la grande économie de matériaux que l'on peut faire dans la construction des arrondissemens des saillans des contrescarpes.

D'où l'on peut conclure, avec toute sûreté, que les arrondissemens peuvent faire une résistance égale à celle de la partie de la contrescarpe en ligne droite, en ne leur donnant pour épaisseur que le $\frac{1}{3}$ de celle-ci.

Car on n'a évalué l'effort de la rupture d'une brique qu'à 220 kilog., et d'après des expériences faites par M. Coulomb, chaque 7 centimètres carré de rupture ont exigé une force de 140 à 150 kilogr., la force étant dirigée perpendiculairement au plan de rupture; et si les briques suivent la même loi que les pierres de taille dans leur cohésion, cette force étant dirigée dans le sens du plan de rupture eût dû être $\frac{1}{44}$ plus considérable. Ainsi, si l'on avait fait l'application de M. Coulomb, on eût obtenu une résistance bien plus considérable.

Si l'on avait supposé que cet arrondissement fût construit en pierres de taille, on se serait servi de la cohésion trouvée par M. Coulomb qui est de 440 liv. par pouce carré ou de 440 kil. les 7 centimètres carré; et le moment de cette cohésion se trouverait exprimée par $\frac{hx^2}{2}$ (440 kil.)

RÉSUMÉ.

D'après les expériences, les applications qu'on en a faites à la théorie, et les applications particulières à toutes les espèces de construction de murs connues, ou que l'on a pu prévoir, il ne doit plus exister aucune difficulté sur la solution d'une application particulière du problême de la poussée des terres. La formule générale répond à tous les cas, avec le secours de l'expérience.

Comme, en général, on forme les remblais à fur et mesure de l'exécution des murs de revêtement, on ne doit point tenir compte de la ténacité des mortiers; et si, pour des cas particuliers, on était obligé d'y avoir égard, on en a donné les moyens N°. 133.

Digitized by Google

D'après l'expérience sur les terres végétales damées et non damées, on n'a pas besoin de tenir compte de la cohésion, puisqu'on a vu que l'effet des terres damées n'était que le $\frac{1}{6}$ des mêmes terres roulantes. Ainsi, toute espèce de terre susceptible de prendre une cohésion, offrira des résultats analogues aux terres végétales. Il faut prendre garde de ne pas confondre la cohésion avec le tassement : car, les sables portés en remblai n'ont point de cohésion, exercent une grande action pendant le tassement, et puis perdent de leur énergie dès que l'engrenage de leurs parties est formé d'une manière stable; ce que l'on a dû juger par les expériences rapportées.

Ainsi, la seule difficulté que présente le problême de la poussée des terres dans sa solution, est de savoir déterminer la valeur de (f) dans la formule générale, c'est-à-dire le rapport des frottemens à la pression du prisme de terres de plus grande poussée, suivant la nature du remblai. Or, l'on a vu que, pour les terres végétales, ce rapport était exprimé par $f = 0{,}5$; que, pour les sables, il l'était par $f = 0{,}4$. On peut donc regarder ces deux rapports comme les limites des terres comprises entre les végétales et les sables. Si c'était, par exemple, des terres mêlées de petit gravier, il n'y aurait aucun inconvénient à faire $f = 0{,}45$.

On peut objecter que l'on peut rencontrer des terres foireuses; mais celles-ci ne le sont que lorsqu'elles sont continuellement abreuvées par les eaux; et ce cas ne peut guère se rencontrer que lorsque l'on a à soutenir le terrain de quelque colline ou tertre élevé qui renferme des sources; car les eaux pluviales, dans les hivers les plus humides, pénètrent rarement à $1^m{,}80^c$ de profondeur. Au surplus, si l'on avait un pareil cas à traiter, il faudrait le résoudre d'après la théorie de M. Bossut sur la construction la plus avantageuse des digues, en introduisant la pesanteur spécifique d'après les résultats de l'expérience sur cette sorte de terres délayées.

Néanmoins, la formule générale résoudrait encore ce cas; car le frottement et la cohésion seraient nuls, et l'on aurait $f = 0$, et $\gamma = 0$:

Digitized by Google

de manière que, dans la formule générale du (N°. 30), *tang.* $\varsigma = 1$; et substituant dans la valeur de Q, dans laquelle *sin.* $e = 0$, et *cos.* $e = 1$, en supposant l'obstacle vertical, l'on aura $Q = \frac{\delta h^2}{2}$. Pour connaître cette force agissant sur une hauteur quelconque, il faudra différencier par rapport à (h) et à (Q), et l'on aura $dQ = \delta h dh$, pour l'expression des différentes pressions horizontales. Appelant la hauteur totale $h' = BA$ (fig. 14), cette pression élémentaire agit à l'extrémité d'un bras de levier $XA = AB - BX = h' - h$.

Par conséquent, son moment sera $\delta h dh (h' - h) = \delta h h' dh - \delta h^2 dh$; et intégrant, l'on aura pour le moment total $\frac{\delta h^2 h'}{2} - \frac{\delta h^3}{3}$;

et lorsque $h = h'$, ce moment est $\frac{\delta h^3}{2} - \frac{\delta h^3}{3} = \frac{\delta h^3}{6}$ qui doit faire équilibre à la résistance du mur. L'expression de cette force est, comme on le voit, absolument la même que celle des fluides donnés par M. Bossut dans ses recherches sur les digues.

On croit devoir proposer de ne pas tenir compte de la cohésion dans les terres qui sont susceptibles d'en prendre, lorsque les murs de revêtement doivent être destinés à résister au canon; et, dans ce cas-là, on trouvera des résultats conformes à ceux de M. de Vauban, si on les applique au profil de ce célèbre ingénieur.

Lorsque les murs de revêtement ne devront être considérés que comme de simples murs de soutenement, l'on n'aura aucun égard à la cohésion dans la détermination de l'action du remblai; mais ensuite on réduira cette action au tiers, pour comparer son moment à celui de l'inertie de l'obstacle.

Digitized by Google

LIVRE QUATRIÈME.

TRAITÉ PRATIQUE
SUR
LA POUSSÉE DES TERRES
CONTRE LES MURS DE REVÊTEMENT.

CHAPITRE PREMIER.

RÉCAPITULATION ET COMPARAISON DU RÉSULTAT DES APPLICATIONS AVEC CELUI DES EXPÉRIENCES, D'APRÈS LEQUEL ON DÉTERMINE FACILEMENT LES ÉPAISSEURS DES MURS DE REVÊTEMENT.

I.

On a démontré dans les observations sur les expériences de Juliers par la comparaison des sixième, septième et vingt-unième expériences, que la direction de la résultante d'un remblai exécuté derrière un mur vertical passait au tiers en contre-haut du sol naturel.

On a encore vu, qu'en faisant des applications analogues aux

Digitized by Google

circonstances de ces expériences dans la théorie, elle donnait le même résultat, c'est-à-dire, que la résultante passait au $\frac{1}{3}$ en contre-haut de la base du remblai.

La vingt-sixième expérience a fait connaître que le rapport du frottement à la pression pour les terres végétales était égal à $\frac{1}{2} = 0^{m},50^{c}$; que celui pour les sables l'était à $0^{m},31^{c}$, mais devait être évalué à $0^{m},40^{c}$ d'après les observations faites sur cette expérience. Par conséquent ces deux rapports doivent servir de limite aux autres espèces de terre.

La comparaison de la sixième expérience avec la seizième a démontré que la cohésion dans les terres végétales damées avec soin, faisait perdre à ces terres les $\frac{1}{6}$ de leur effet; que pour plus de solidité l'on a réduit aux $\frac{2}{3}$ de perte.

Enfin, les vingt-unième, vingt-deuxième, trentième, trente-unième, trente-deuxième expériences sur les murs, comparées avec les épaisseurs des murs données par la théorie, ayant confirmé d'une manière évidente la conformité de ses résultats avec ceux de la nature, on peut poser en principe des résultats généraux pour la détermination des dimensions à donner à divers murs de revêtemens en maçonnerie.

Il est bon de se rappeler, que l'on entend par ligne de rupture la lézarde qui se forme dans le remblai, lorsque le mur n'étant pas assez fort pour le maintenir est prêt à se renverser. La distance de cette ligne de rupture au mur, est ce qui constitue la base du prisme d'éboulement.

De la détermination de la ligne de rupture.

Cela posé, comme il a été démontré que les murs à talus intérieur
Fig. 6. ne valaient point les murs à parement intérieur verticaux, nous supposerons les premiers rejetés en bonne construction, et nous poserons en principe, qu'un mur de terrasse quelconque soutenant un remblai, en terres végétales, a sa ligne de rupture à une distance de l'arête intérieure du mur égale à h ($0^{m},618$), la lettre h désignant la hauteur

Digitized by Google

du mur. Ainsi, si FE représentant la hauteur du mur était de six mètres, la distance de la ligne de rupture serait exprimée par DG = 6,^{m} (0^{m},618) = 3^{m},708^{c}.

II.

Si le remblai était formé en sable, d'après l'observation que $f = 0^{m},40^{c}$, la ligne de rupture sera à une distance du mur exprimée par DG = h (0,677), et si, comme ci-dessus FE = h = 6^{m},00, l'on aura la distance de la ligne de rupture au mur DG = 4^{m},062. Fig. 6.

III.

Si le remblai était formé en terres végétales mêlées de petit gravier, on supposerait f = $0^{m},45^{c}$, d'après l'observation que le rapport du frottement des terres végétales émiétées avec le rapport de celui des sables devait servir de limites pour les terres, dont le talus ordinaire n'était point de 45°; la ligne de rupture DG serait à une distance du mur égale à h (0^{m},646), et si FE = h = 6, l'on aura la distance de la ligne de rupture au mur DG = 3^{m},876.

IV.

Si le remblai était formé en décombres, on regarderait le frottement comme égal à la pression, c'est-à-dire f = 1, à cause que les surfaces engrenantes étant très-profondes respectivement à l'espèce de terres précédentes, le frottement est beaucoup plus considérable; et la ligne de rupture DG serait à une distance du mur égale à h (0^{m},414). Si FE = h = 6^{m}, cette distance serait exprimée par DG = 2^{m},484.

V.

On a trouvé à Juliers que les terres végétales mêlées avec du gros gravier, prenaient un talus égal à celui des terres végétales émiétées; par conséquent la distance de la ligne de rupture au mur lors de la

Digitized by Google

détermination du prisme de plus grande poussée d'un remblai de terres végétales, mêlées de gros gravier, sera la même qu'à l'art. I, c'est-à-dire DG $= h$ (0^m,618).

OBSERVATIONS POUR CES ARTICLES.

On a vu que la surcharge influait peu sur la ligne de rupture; par conséquent pour la pratique, l'on considérera la distance de la ligne de rupture au couronnement du mur comme la même dans chaque article, qu'il y ait une surcharge ou non; qu'elle soit homogène, ou hétérogène.

CHAPITRE II.

DÉTERMINATION DE L'EFFET

DE L'ACTION DES REMBLAIS.

VI.

Le profil d'un triangle, dont la hauteur FE $= h$, et la base DG $= h$ (0^m,618), représente celui du prisme de plus grande poussée d'un remblai formé en terres végétales, argileuses, et mêlées de gros gravier, non damées. Si l'on appelle δ la densité du remblai, sa pesanteur sera exprimée par $\frac{\delta h^2}{2}$ (0^m,618), et la force avec laquelle il agit, le sera par

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}(0^m,618) - \frac{\delta h^2}{2} f(0^m,382)}{f + 0^m,618} = \delta h^2 (0^m,191).$$

On

Digitized by Google

On a vu que lorsque les terres n'étaient point damées, cette force agissait au tiers de la hauteur du remblai mesurée en contre-haut du sol naturel. Donc son énergie ou l'effet de l'action qu'elle exercera sera exprimé par $\frac{\delta h^3}{3}$ ($0^m,191$).

Ainsi, par exemple, un prisme de terres végétales non damées qui tend à s'ébouler, aura pour l'expression de l'effet de son action contre un mur vertical quelle que soit sa hauteur h^3 ($2^m,419$), en supposant comme le donne en général l'expérience, que le pied cube de terres franches végétales pèse 38 kil. $= \delta$. Mais comme il est à présumer que le constructeur aura l'attention de faire damer les terres par couches de six pouces convenablement arrosées, l'effet de leur action doit être réduit au tiers, ainsi qu'on l'a démontré, à cause de la cohésion dont elles sont susceptibles.

VII.

Détermination de l'effet de l'action d'un remblai en terres végétales damées, contre un mur de revêtement à parement intérieur vertical.

D'où il suit pour règle générale que l'effet de l'action d'un remblai de terres végétales damées derrière un mur de revêtement à parement intérieur vertical, dont le pied cube pèse 38^{kil} *avant d'être damées, est exprimé par* h^3 ($0^m,806$), *la quantité* (h) *exprimant la hauteur du remblai.*

Si le pied cube au lieu de peser 38^{kil} eût pesé $42^{kil},5$ comme les argiles sèches, on aurait multiplié la fraction décimale ($0^m,191$) par $42^m,50^c$, et cet effet eût été exprimé par h^3 ($0^m,902$), application que le moindre piqueur est en état de faire après avoir pesé un ou plusieurs pieds cubes du remblai.

Digitized by Google

VIII.

Détermination de l'effet d'un remblai en terres végétales mêlées de gros gravier, contre un mur de revêtement à parement intérieur vertical.

Les terres végétales mêlées de gros gravier non damées pèsent en général 53^{kil} le pied cube. L'effet de l'action qu'exerce le prisme d'éboulement de ces terres contre un mur à parement vertical est exprimé par h^3 (3^m,374). Mais comme ces terres sont susceptibles d'une forte cohésion étant damées, cette expression doit être réduite au $\frac{1}{3}$.

D'où il suit pour règle générale que l'effet de l'action d'un remblai de terres végétales mêlées de gros gravier contre un mur de revêtement à parement intérieur vertical est exprimée par h^3 (1^m,125); *le pied cube du remblai pesant* 53^{kil}, *et la lettre* (h) *exprimant la hauteur du remblai.* (Par gros gravier l'on entend du gravier ayant pour limites de grosseur le volume des noix et des œufs de pigeon.)

IX.

Détermination de l'effet des terres rapportées entre un mur de revêtement, et un talus roide existant par la cohésion.

Il peut arriver que l'on eût à construire un mur de revêtement au-devant des terres conservant un talus très-roide. Alors, on laisserait tomber le fil à plomb au pied de ce talus, et on mesurerait au niveau de la partie supérieure du terrain, la distance vide qui se trouverait entre le fil aplomb et ce terrain. Cette distance serait celle DG que

Fig. 6.

Digitized by Google

nous avons appelée ligne de rupture, et pour pouvoir déterminer l'action du remblai formé dans ce vide, il faudrait substituer dans l'équation $Q = \frac{\delta h^2 DG - \delta f h \overline{DG}^2}{2DG - 2fh}$ la valeur de DG.

Ainsi, supposant que la distance de l'arête formée par le talus et le niveau supérieur du terrain, au fil aplomb fût de $3^m,00$, alors $DG = 3^m,00$; et si le remblai est formé en terres végétales, argileuses, ou végétales mêlées de gros gravier, alors, comme nous l'avons vu, $f = 0^m,50^c$, et $Q = \frac{3\delta h^2 - (0^m,50^c) \times (9^m,00^c)\delta h}{2 \times 3 + 2h\,(0^m,50^c)} = \frac{3\delta h^2 - (4^m,50^c)\delta h}{h+6}$

si ce sont des terres végétales alors $\delta = 38^{kil}$, l'action des terres sera exprimée par $\frac{114h^2 - 171h}{h+6}$, et l'effet de cette action contre le mur par $\frac{114h^3 - 171h^2}{3h+18}$.

Il n'y aurait pas plus de difficulté à déterminer l'effet de l'action de toute autre nature de remblai dans ce cas particulier, puisque son expression générale est exprimée par $\frac{\delta h^3 DG - \delta f h^2 \overline{DG}^2}{6DG - 6fh}$. De manière qu'il ne s'agit de substituer à (f) et à (δ) que les valeurs qui conviennent à la nature des terres rapportées; et à DG la distance mesurée au droit de l'escarpement du terrain vers le fil aplomb.

Comme l'on connaîtrait également la hauteur de la fondation du mur, ou du pied du talus au niveau du terrain, on déterminerait la valeur de h qui représente cette élévation; et par sa substitution, et les quatre premières règles de l'arithmétique, l'on réduirait l'effet de l'action du remblai en une seule expression numérique.

Digitized by Google

X.

Détermination de l'effet d'un remblai formé en sable contre un mur à parement intérieur vertical.

Le profil d'un triangle dont la hauteur FE = h, et la base DG = h (0^m,677) représente d'après l'art. II celui du prisme de plus grande poussée d'un remblai formé en sable. Son action contre le mur de revêtement sera exprimée par

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}(0^m,677) - \frac{\delta h^2}{2} f (0^m,677)^2}{f + 0^m,677}$$; mais comme l'on a vu que pour les sables $f = 0^m,40^e$, il suit que cette force est exprimée par $Q = \delta h^2 (0^m,229)$, et l'effet de cette force contre un mur de revêtement par $\delta h^3 (0^m,076)$.

Comme les sables pèsent en général 46^{kil} le pied cube, il suit pour règle générale, *que l'effet de l'action d'un remblai en sable contre un mur de revêtement à parement intérieur vertical, est exprimé par* h^3 ($3^{kil},496$) *le pied cube du remblai pesant* 46^{kil}, *et la lettre* (h) *exprimant la hauteur du remblai.*

Si le pied cube, ou l'unité de mesure avait un autre poids que 46^{kil}, on multiplierait la fraction décimale ($0^m,076$) par le poids que l'on obtiendrait par l'expérience.

XI.

Détermination de l'effet de l'action d'un remblai en terres végétales mêlées de petit gravier, contre un mur de revêtement à parement intérieur vertical.

Le profil d'un triangle, dont la hauteur FE = h, et la base DG = h ($0^m,646$) représente, d'après l'art. III, celui du prisme de

Digitized by Google

plus grande poussée d'un remblai formé en terres végétales mêlées de petit gravier. (On entend par petit gravier, celui qui aurait pour limites de grosseur le volume d'un œuf de pigeon et une noisette.) Son action contre un mur de revêtement sera exprimée par

$$Q = \frac{\frac{\delta h^2}{2}(0^m,646) - \frac{\delta h^2}{2} f\,(0^m,646)^2}{f + 0^m,646.};$$

mais comme l'on a vu que pour cette sorte de terres $f = 0^m,45^c$, il suit que cette force est exprimée par $Q = \delta h^2\ (0^m,209)$, et son effet contre un mur de revêtement par $\delta h^3\ (0^m,063.)$

Comme, en général, les terres pèsent 50^{kil} le pied cube, il suit pour règle générale, *que l'effet de l'action d'un remblai en terres végétales mêlées de petit gravier, contre un mur de revêtement à parement intérieur vertical, est exprimé par* $h^3\ (3^m,15^c)$. *Le pied cube du remblai pesant* 50^{kil}, *et la lettre* (h) *exprimant la hauteur du remblai. Mais cette nature de terres étant susceptible d'une forte cohésion, leur effet se réduit à* $h^3\ (1^m,05^c.)$

Si le pied cube, ou l'unité de mesure avait un autre poids que celui de 50^{kil}, on multiplierait la fraction $(0^m,063)$ par celui que donnerait l'expérience, et son produit par h^3.

XII.

Détermination de l'effet de l'action d'un remblai, en décombres, vieux matériaux, ou débris de roches contre un mur de revêtement à parement intérieur vertical.

Le profil d'un triangle, dont la hauteur $FE = h$, et la base $DG = h\,(0^m,414)$ représente, d'après l'art. IV, celui du prisme de plus grande poussée d'un remblai formé en vieux matériaux, décom-

Digitized by Google

bres, ou débris de roche ou de moëlon. Son action contre un mur de revêtement sera exprimé par $Q = \frac{\delta h^2}{2}(0^m,414) - \frac{\delta h^2}{2} f (0^m,414)^2 \over f + 0^m,414.$;

mais comme l'on a vu que pour cette espèce de remblai $f = 1$, il suit que cette force est exprimée par $Q = \delta h^2 (0^m,086)$, et son effet contre un mur de revêtement le sera par $\delta h^3 (0^m,029)$.

Comme, en général, les décombres ou débris de roche, etc., pèsent 60^{kil} le pied cube, il suit pour règle générale, que *l'effet de l'action d'un remblai et décombres, débris de roches ou vieux matériaux de démolitions contre un mur de revêtement à parement intérieur vertical, est exprimé par* h^3 $(1^m,74^c)$, *le pied cube de ce remblai pesant* 60^{kil}, *et la lettre* (h) *exprimant la hauteur du remblai.*

Si le pied cube, ou l'unité de mesure avait un autre poids que celui de 60^{kil}, on multiplierait la fraction décimale $(0^m,029)$ par celui que donnerait l'expérience, ensuite le produit par h^3.

Il faut observer pour cet article, que si l'on ne pouvait exécuter le remblai qu'avec cette espèce de matériaux, sans pouvoir le former par couches alternatives de ces matériaux et de terres végétales; alors, il faudrait pratiquer dans le mur de revêtement des barbacanes en quinconces pour l'écoulement des eaux, depuis la fondation jusqu'à deux mètres environ, en contre-bas de son couronnement.

XIII.

Détermination de l'effet de l'action d'un remblai en terres savonneuses contre un mur de revêtement à parement intérieur vertical, lorsqu'elles prennent un talus de 18°.

S'il arrivait que l'on eût à remblayer derrière un mur de revêtement avec des terres savonneuses qui, lorsqu'elles sont saturées par les eaux, peuvent à peine conserver un talus, dont l'inclinaison forme avec

Digitized by Google

l'horizon, un angle de 18°. Il ne faut point hésiter, dans ce cas, de traiter le remblai comme un fluide ; quoique cette nature de terres se tienne presqu'à pic, lorsqu'elles sont sèches. Un hiver pluvieux peut leur faire prendre un état voisin de celui de fluidité, soit par des sources qui les pénètrent, soit par la transpiration des eaux pluviales. Dans de pareilles circonstances, elles n'exercent point de frottement sur elles-mêmes, et toute cohésion est détruite. Alors, comme on l'a observé dans le résumé du Traité, l'action d'un pareil remblai contre un mur de revêtement serait exprimée par $Q = \frac{\delta h^2}{2}$ et l'effet de cette force contre le mur par $\frac{\delta h^3}{6} = \delta h^3$ (0^m,166). Comme il est cependant impossible qu'elles prennent une fluidité parfaite, on ne calculera point leur pesanteur spécifique dans cet état ; mais dans leur état moyen. Lorsqu'elles sont sèches, elles pèsent 35^{kil} le pied cube ; lorsqu'elles sont en état de fluidité 73^{kil}, ainsi leur pesanteur spécifique dans leur état moyen sera 54^{kil} le pied cube.

D'où il suit pour règle générale, que *l'effet de l'action d'un remblai de terres savonneuses humectées (de manière que le poids d'un pied cube soit de* 54^{kil}*), contre un mur de revêtement à parement intérieur vertical est exprimé par* h^3 (8^m,964), *la lettre* (h) *exprimant la hauteur du remblai.*

On peut regarder l'expression ci-dessus, comme générale, parce que d'un côté, dans la masse d'un remblai, les eaux ne pénètrent jamais en assez grande quantité pour les réduire, comme on le suppose presqu'à l'état de fluidité, et que d'un autre coté, l'on n'aura point égard à la ténacité des mortiers, pour déterminer l'épaisseur du mur de revêtement qui doit s'opposer à cet effet. Si l'on considérait les terres dans un état de fluidité parfaite, cette considération obligerait de donner aux murs de revêtement des dimensions d'épaisseur trop fortes.

Quant aux argiles et terres franches végétales, on sait qu'elles sont

Digitized by Google

très-propres à former des batardeaux. Néanmoins, l'humidité qui les pénètre, leur fait acquérir un ressort et une pesanteur plus considérable. Mais cette augmentation se trouve plus que balancée par l'augmentation de l'action des terres, que l'on a supposé $\frac{1}{6}$ plus considérable, et par la cristallisation des mortiers, dont l'opération doit être commencée par la nature; attendu que ces sortes de travaux s'exécutent dans le beau tems, et qu'il s'écoule au moins deux ou trois mois après leur construction, avant le tems d'une pluie continuelle.

Il faut cependant observer, à l'égard des terres savonneuses et argileuses, que si quelque circonstance physique, telle que quelque réservoir d'eau, ou quelque source séjournait dans le corps du remblai, il faudrait absolument mélanger les terres, et les dénaturer; car dans ce cas, il serait difficile de déterminer la force à leur opposer dans cette circonstance.

J'avais fait former un batardeau en terre glaise, pour la construction d'un radier sous le pont du Tanaro à Alexandrie; la glaise humectée dans tous les sens, (parce que le fond était un sable bouillant; et que les chapelets et autres machines, ainsi que leurs augets, laissaient échapper de l'eau sur la partie supérieure du batardeau,) cassa net, au niveau du fond du lit, vers la partie épuisée, quinze pals planches de cinq pouces d'épaisseur et quatre pilots de bois de chêne de trente pieds de longueur et dix-huit pouces de diamètre dans la partie cassée. Les pilots étaient espacés de trois pieds de milieu à milieu, et coiffés chacun avec leur correspondant en aval, par un gros corps d'arbre de chêne entaillé à mi-bois, et fortement broché. Les entailles éclatèrent et les broches plièrent. La détonation fut si forte au moment de l'action, qu'environ cinq cents hommes qui étaient employés aux travaux, prirent la fuite.

Vingt-cinq autres pals planches et cinq pilots n'avaient qu'une partie de leurs fibres cassées au niveau du fond du lit, et étaient entiérement couchés.

Nous ferons de même une observation sur les remblais en sable.

On

Digitized by Google

On a calculé leur action sans avoir égard à aucune espèce de cohésion, L'expérience a démontré que les calculs donnés par la théorie, déterminaient des épaisseurs de revêtement propres à leur faire équilibre, au moment du remblai, moment le plus défavorable; mais que dès que la force centripète avait complété, par son attraction, l'arrangement parfait des parties du remblai, elles étaient propres à résister à un poids beaucoup plus considérable, de manière que les expériences prouvent que, si l'on diminuait convenablement les épaisseurs des revêtemens données par le calcul comme propres à faire équilibre au premier instant, et que l'on substituât par un moyen factice, un effet d'inertie équivalent, distribué dans le même rapport, vers la surface pressée; dès que l'attraction aurait effectué en partie l'arrangement de toutes les particules du sable, on pourrait enlever l'obstacle factice, et le mur se maintiendrait en équilibre sans son secours.

Ainsi, les épaisseurs des murs de revêtement étant calculées pour résister à l'attraction instantanée; si l'on suppose que l'effet de la pesanteur n'ait pu produire l'engrénage parfait de toutes les parties du remblai; alors les eaux pluviales ne pourront l'opérer que graduellement, et l'effet de leur action, combiné avec celui des sables, ne pourra être comparé à celui de l'action instantanée du remblai. Une fois leur arrangement opéré, ce remblai sera incompressible, et n'exercera presque point de poussée: car ce qui constitue l'incompressibilité, c'est le contact parfait de toutes les parties qui ne peuvent se mouvoir, parce qu'elles ne sont point environnées de vide.

Nous ajouterons encore, comme nous l'avons fait dans les observations précédentes, que les mortiers auront acquis une certaine ténacité avant la saison des pluies.

D'après ces raisonnemens, je pense que l'on peut regarder l'effet de l'action des divers remblais ci-dessus exposés, comme démontré; et qu'ils peuvent également servir à déterminer les effets des remblais avec une surcharge, dont nous allons nous occuper.

Digitized by Google

CHAPITRE III.

DE LA DÉTERMINATION DE L'EFFET DE L'ACTION DES REMBLAIS QUI SUPPORTERAIENT UNE SURCHARGE.

XIV.

Détermination de l'effet de l'action des terres végétales en remblai, avec une surcharge de terres de même nature s'élevant au-dessus du couronnement du mur de revêtement.

Si sur les remblais formés jusques au couronnement des murs de revêtement, on mettait une surcharge quelconque, c'est-à-dire, un pavé, un réservoir, un surhaussement de terres, qui pour pouvoir s'y maintenir, prendraient leur talus naturel; alors la quantité qui exprimerait l'action des remblais, serait plus compliquée, mais ne serait pas cependant difficile à évaluer; voici comment :

Fig. 15. On a vu que la surcharge influait peu sur la ligne de rupture et tendait à la rapprocher du mur. Ainsi, en la supposant la même, on établit une hypothèse en faveur de la résistance. Cela posé, si cette surcharge était par exemple un surhaussement de terres végétales homogènes avec le remblai; dans ce cas, d'après l'article I, on sait que la distance de la ligne de rupture EC $= h'$ (0^m,618). Ainsi, par le point F et le point E, on tire une ligne qui rencontre la partie supérieure du surhaussement ELOC en un point quelconque L qui donne le moyen de toiser la surface du profil ELOC; et comme je suppose que tout au moins le lecteur connaît la manière de toiser une

Digitized by Google

surface, je la représente par une quantité connue a^2, de sorte que la pesanteur du prisme de plus grande poussée serait $\frac{\delta h^2}{2}(0^m,618)+\delta a^2$, d'où l'on tire par substitutions dans l'équation d'équilibre la force

$$Q = \frac{\delta h^2\,(213^m,50^c) + \delta a^2\,(691^m)}{1118},$$

la lettre grecque δ exprimant la pesanteur spécifique des terres; h, la hauteur du mur et (a^2) la surface de la surcharge reposant sur la base du prisme de plus grande poussée, ce qui donne pour l'effet de l'action du prisme de plus grande poussée et de la surcharge

$$\frac{\delta h^3\,(213^m,50^c) + \delta h a^2\,(691^m)}{3354}.$$

Si l'on eût voulu déterminer cette force d'une manière plus rigoureuse, il eût fallu faire les substitutions dans les formules du N°. 56.

XV.

APPLICATIONS PARTICULIÈRES.

Comme nous avons réservé ce dernier chapitre à des applications pratiques, nous allons prendre un exemple pour être à la portée d'un lecteur quelconque.

Soit supposé que le remblai et la surcharge eussent été formés avec de la terre du poids de 38^{kil}, c'est-à-dire, $38^{kil} = \delta$, que la surface de la surcharge a^2 fût égale à $8^m,00$ qui serait à peu près celle d'un parapet de fortification; que la hauteur du mur h fût de $6^m,00$, l'effet de l'action de la surcharge contre le mur de revêtement serait exprimé dans ce cas, par

$$\frac{(38^{kil}) \times (6^m,00)^3 \times (213^m,50^c) + (38^{kil},00) \times (6^m,00) \times (8^m,00) \times (691^m)}{3354}$$

$$\ldots\ldots = \frac{3012792}{3354} = 898^{kil},33^c.$$

Digitized by Google

Si la surcharge du remblai eût été d'une nature différente, comme par exemple, les trottoirs des murs de quai, un pavé, etc. Alors, la valeur de (δ) ne serait pas la même pour le remblai et la surcharge. Ainsi, en supposant que la pesanteur spécifique de la surcharge fût appelée d, l'effet du remblai et de sa surcharge contre le mur de revêtement serait exprimée par $\frac{\delta h^3 (213^m,50^c) + \delta h a^2 (691^m) h}{3354}$.

Ainsi, si l'on suppose toujours que $\delta = 38^{kil}$ et $h = 6^m$, et que la surcharge (da^2) sur un pied de distance, mesuré dans le sens de la ligne de rupture, pèse $200^{kil},00$; l'effet des terres et de la surcharge sera exprimé par

$$\frac{(38^{kil},00) \times (6^m,00)^3 \times (213^m,50^c) + (200^{kil},00) \times (691^m,00) \times (6^m,00)}{3354} = 770^{kil}.$$

Si le remblai avait été formé en terres argileuses, ou terres végétales mêlées de gros graviers avec des surcharges semblables à celles que nous venons de discuter, l'expression générale de leurs effets serait la même. Il faudrait seulement, dans les applications, donner à (δ) une valeur déterminée, d'après la pesanteur spécifique du remblai et à (da^2), celle donnée par la nature de la surcharge.

D'après ces applications, il sera facile de faire celles dont on pourrait avoir besoin pour les articles suivans.

XVI.

Détermination de l'expression générale de l'effet d'un remblai en sables avec une surcharge, contre un mur de revêtement.

Si les surcharges avaient lieu sur un remblai formé en sable, l'expression générale de l'action du remblai serait exprimée par

$$\frac{\delta h^2 (247^m) + da^2 (729^m)}{1077};$$

et son effet par $\frac{\delta h^3 (247^m) + dha^2 (729^m)}{3231}$.

Digitized by Google

XVII.

Détermination de l'expression générale de l'effet d'un remblai en terres végétales, mêlées de petit gravier, contre un mur de revêtement.

Si le remblai était formé en terres végétales mêlées de petit gravier avec une surcharge de même terre, ou de corps hétérogènes, l'expression générale de l'action du remblai est exprimé par

$$\delta h^2\ (0^m,209) + \delta a^2\ (0^m,647)$$

et celle de l'effet de cette action contre un mur de revêtement le serait par $\delta h^3\ (0^m,073) + \delta a^2\ (0^m,216)$.

XVIII.

Lorsque le remblai aura été formé en vieux matériaux, décombres, ou débris de roches ou de moëllons, avec une surcharge de même nature, ou d'une autre espèce; son action sera exprimée par

En décombres, débris de roches, etc.

$$\frac{\delta h^2(121^m,50^c) + \delta a^2(829^m)}{1414},$$

et son effet contre un mur de revêtement par

$$\frac{\delta h^3(121^m,50^c) + \delta h a^2(829^m)}{4242}.$$

Si la surcharge est hétérogène, cet effet sera exprimé par

$$\frac{\delta h^3(121^m,50^c) + dh a^2(829^m)}{4242}.$$

XIX.

Si le remblai était formé en terres savonneuses avec une surcharge, on pourrait regarder l'effet de l'action de ces terres et de leur surcharge, comme celui exprimé à l'article XIII, c'est-à-dire, égal à

Digitized by Google

h^3 (8^m,964), attendu que cet effet a été considéré comme si ces terres étaient au moment d'entrer en fluidité, et que dans ce cas la surcharge disparaîtrait, si elle était homogène au remblai; ou s'y enfoncerait, si elle était de toute autre nature.

CHAPITRE IV.

XX.

De la détermination de l'épaisseur du mur de revêtement à paremens verticaux, quelle que soit la nature de sa maçonnerie et de son remblai jusqu'au niveau de son couronnement.

Après avoir déterminé l'action des terres contre les murs de revêtement, il ne nous reste plus qu'à trouver l'épaisseur nécessaire à ces mêmes murs, pour résister suivant leur forme, aux effets des divers remblais avec et sans surcharge homogène ou hétérogène.

Fig. 6. Soit donc un mur vertical ADFE derrière lequel on a formé un remblai indéfini ABCD en terres végétales. On demande quelle est l'épaisseur DF qu'il doit avoir pour résister à l'effet du remblai. Si l'on fait $DA = h$; $DF = x$ et que l'on considère le mur comme devant être renversé par cet effet, en tournant autour du point E, il est clair qu'il résistera à l'action des terres, en vertu de son inertie qui est en raison de sa masse. Si l'on appelle π la pesanteur spécifique d'un pied cube de maçonnerie; cette masse sera représentée par (πhx), et comme elle doit tourner autour du point E, la longueur du levier à l'extrémité de laquelle sa résistance agira sera exprimée par $\frac{AE}{2} = \frac{x}{2}$;

Digitized by Google

de manière que l'effet de son inertie sera $\frac{\pi h x^2}{2}$. Ainsi, pour que le mur ne bouge point, il faut que l'effet de son inertie soit égal à celui de l'action des terres. Mais l'on a vu, article VII, que l'effet de l'action des terres damées était exprimé par h^3 ($0^m,806$). Il faut donc que $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3$ ($0^m,806$) et par conséquent $x = h\sqrt{\frac{1}{\pi}}$ ($1^m,612$).

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie de brique, dont les deux paremens sont verticaux, pour résister à un remblai en terres végétales franches du poids de 38^{kil} *le pied cube.*

Si le mur est construit en maçonnerie de brique ordinaire, alors le pied cube pèse $60^{kil} = \pi$ et l'on a $x = h$ ($0^m,16^c$). C'est-à-dire, *qu'un mur remblayé derrière, en terres végétales du poids de* 38^{kil} *le pied cube, bien damées lit par lit, jusqu'au niveau du couronnement, doit avoir pour épaisseur les seize centièmes de sa hauteur.*

Ainsi, si un mur avait six mètres de hauteur, son épaisseur devrait être de 96 centimètres, pour résister à un remblai en terres végétales damées avec soin.

Si le mur est en même maçonnerie, et le remblai formé avec de l'argile alors l'équation d'équilibre est exprimée par $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3$ ($0^m,90^c$) d'où $x = h\sqrt{\frac{1^m,80^c}{\pi}}$.

Digitized by Google

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie de brique, dont les deux paremens sont verticaux, pour résister à un remblai formé en terres argileuses.

Si la maçonnerie est en brique $x = h$ ($0^m,17^c$) par conséquent *lorsqu'un mur de revêtement est remblayé en terres argileuses damées avec soin du poids de* $42^{kil},5$ *le pied cube, et qu'il est construit en maçonnerie de brique, ses paremens étant verticaux; son épaisseur doit être les dix-sept centièmes de sa hauteur.*

XXI.

En terres végétales et le mur en maçonnerie de moëllon.

Si le mur était construit en moëllon, et le remblai en terres végétales du poids de 38^{kil} l'équation d'équilibre sera exprimée par $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3$ ($0^m,806$) et par conséquent $x = h\sqrt{\frac{1}{\pi}}$ ($1^m,612$).

Mais le pied cube de maçonnerie de moëllon pèse en général 74^{kil}, donc $x = h$ ($0^m,15^c$), par conséquent, *lorsqu'un mur de revêtement en maçonnerie de moëllon ayant ses paremens verticaux, est remblayé en terres végétales du poids de* 38^{kil} *le pied cube, damées avec soin jusqu'au niveau de son couronnement; son épaisseur doit être les quinze centièmes de sa hauteur.*

En terres argileuses.

Si le remblai était formé en argile du poids environ de $42^{kil},50^c$ le pied cube, alors l'équation d'équilibre serait exprimée par $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3$ ($0^m,90^c$) et la nature de la maçonnerie restant la même $x = h$ ($0^m,16^c$). Par conséquent, *lorsqu'un mur de revêtement en maçonnerie de moëllon, ayant ses paremens verticaux est remblayé en terres argileuses damées avec soin jusqu'au niveau de son couronnement; son épaisseur doit être les seize centièmes de sa hauteur.*

XXII.

Digitized by Google

XXII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie de pierre de taille, dont les deux paremens sont verticaux, propre à résister à un remblai en terres végétales.

Si le mur était construit en pierre de taille, et le remblai en terres végétales, l'équation d'équilibre serait toujours exprimée par $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3$ (0^m,806) et par conséquent $x = h\sqrt{\frac{1}{\pi}}$ (1^m,612).

Mais le pied cube de maçonnerie de pierre de taille pèse en général 93^{kil} le pied cube, donc $x = h$ (0^m,13^c), c'est-à-dire, *qu'un mur en maçonnerie de pierre de taille dont les paremens sont verticaux et qui est remblayé jusqu'au niveau de son couronnement, avec des terres végétales damées avec soin, doit avoir pour épaisseur les treize centièmes de sa hauteur.*

En terres argileuses.

Si le remblai était formé en argile du poids de 42^{kil},50 le pied cube. Alors l'équation d'équilibre serait exprimée par $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3$ (0^m,90^c), d'où $x = h$ (0^m,14^c); c'est-à-dire, *qu'un mur de revêtement en maçonnerie de pierre de taille ayant ses paremens verticaux; et remblayé jusqu'au niveau de son couronnement avec des terres argileuses damées avec soin, doit avoir les quatorze centièmes de sa hauteur pour épaisseur.*

Digitized by Google

XXIII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie de cailloux roulés, propre à résister à un remblai en terres végétales.

En terres argileuses.

Si le remblai était formé en terres végétales du poids de 38^{kil} le pied cube et le mur en maçonnerie de cailloux roulés dont le pied cube pèse ordinairement 81^{kil} l'on aurait $x = h\ (0^m,14^c)$, *c'est-à-dire qu'un mur de revêtement en maçonnerie de cailloux roulés ayant ses paremens verticaux et remblayé jusqu'au niveau de son couronnement avec des terres végétales damées avec soin, doit avoir les quatorze centièmes de sa hauteur pour épaisseur.*

Si le remblai était formé en terres argileuses du poids de $42^{kil},50$ le pied cube, et le mur en maçonnerie de cailloux roulés ayant ses paremens verticaux, alors $x = h\ (0^m,15^c)$, c'est-à-dire, *qu'un mur de revêtement en maçonnerie de cailloux roulés, ayant ses paremens verticaux et remblayé jusqu'au niveau de son couronnement avec des terres argileuses damées avec soin, doit avoir pour épaisseur les quinze centièmes de sa hauteur.*

XXIV.

Détermination de l'épaisseur d'un mur en maçonnerie de briques et de moëllon, soutenant un remblai en terres végétales.

M. Fourcroy, ancien maréchal de camp, directeur des fortifications, proposa, en 1776, un profil pour mode de construction des murs de revêtement qui est très-usité dans la Flandre. C'est celui de former tout le parement extérieur du mur en briques posées en boutisses et paneresses; mais dont l'intérieur est composé de briques et de moëllons par échelons, en voici le détail :

Digitized by Google

Au lieu de le commencer par la fondation du mur, nous allons en donner l'explication, en commençant par le sommet, afin que la hauteur du mur étant connue, le constructeur fasse la distribution des tas de briques dans son profil, de manière à obtenir le même arrangement.

Ainsi, quelle que soit l'épaisseur du mur, il le couronne par un cours de briques posées de champ, sur toute l'épaisseur, et au-dessous par deux tas de briques posées de plat sur toute l'épaisseur.

Au-dessous de ceux-ci, il en pose sept autres en briques de plat, dont le premier est composé de deux briques dans le sens de l'épaisseur; le second de deux briques et demi; le troisième de trois briques; le quatrième de trois briques et demi; le cinquième, de quatre briques; le sixième, de quatre briques et demi; le septième, de cinq briques; formant, comme l'on voit, du bas vers le haut, une espèce de queue à retraites, qu'il remplit ensuite en moëllons sur toute l'épaisseur du mur.

Au-dessous de l'arrangement de ces sept tas de briques, il pose trois nouveaux tas de briques de plat sur toute l'épaisseur, et au-dessous de ceux-ci, il recommence l'arrangement de sept autres tas de briques, comme il a été dit, ainsi de suite, jusqu'aux fondations.

Si l'on formait un remblai en terres végétales derrière un mur ainsi construit, l'équation d'équilibre $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3$ ($0^m,806^c$) donnerait $x = h\sqrt{\frac{1}{\pi}(1^m,612^c)}$ et comme le pied cube de cette sorte de maçonnerie pèse 67^{kil}, il suit que $x = h\,(0^m,160)$, c'est-à-dire, qu'un *mur de revêtement dont les paremens sont verticaux, et les maçonneries de brique et de moëllon remblayé en terres végétales, dans ces occasions, jusqu'au niveau de son couronnement, devra avoir pour épaisseur les seize centièmes de sa hauteur.*

Si le même mur était remblayé avec des terres argileuses du poids de $42^{kil},50$, alors l'équation d'équilibre serait exprimée

En terres argileuses.

Digitized by Google

par $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3\,(0^m,90^c)$ et l'on aurait $x = h\sqrt{\frac{1}{\pi}(1^m,80^c)}\,h = (0^m,17^c)$.

C'est-à-dire, *qu'un mur de revêtement dont les paremens sont verticaux et la maçonnerie de brique et de moëllon, remblayé jusqu'au niveau de son couronnement en terres argileuses, damées avec soin, devra avoir pour épaisseur les dix sept centièmes de sa hauteur.*

XXV.

Détermination de l'épaisseur d'un mur en maçonnerie de briques soutenant un remblai en terres mêlées de gros gravier.

Si le remblai était formé en terres mêlées de gros gravier du poids de 53,^{kil} environ le pied cube, l'on a vu que l'effet de son action était exprimé par

$h^3\,(1^m,125) = \frac{\pi h x^2}{2}$, d'où l'on tire $x = h\sqrt{\frac{1}{\pi}(2^m,25^c)}$.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique, alors $x = h\,(0,^m19^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les dix-neuf centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux, et le remblai damé avec soin jusqu'au niveau de son couronnement.*

En maçonnerie de moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h\,(0^m,17^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être de dix-sept centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux, et le remblai damé avec soin jusqu'au niveau de son couronnement.*

En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h\,(0^m,16^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les seize centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux, et le remblai damé avec soin jusqu'au niveau de son couronnement.*

En maçonnerie de brique et de moëllon.

Si le mur était construit en maçonnerie de brique et de moëllon, alors, $x = h\,(0^m,18^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être*

Digitized by Google

les dix-huit centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux, et le remblai damé avec soin jusqu'au niveau de son couronnement.

Si le mur était construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors, $x = h$ ($0^m,17^c$) comme pour la maçonnerie de moëllon; c'est-à-dire, que *son épaisseur devrait être les dix-sept centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de cailloux roulés.

XXVI.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement, de quelque nature que soit sa maçonnerie, et le remblai formé en terres végétales mêlées de petit gravier.

Si le remblai était formé en terres mêlées de petit gravier du poids de 50^{kil} le pied cube, l'on a vu, art. XI, que l'effet de leur action était exprimé par h^3 ($1^m,05^c$); et celui de la résistance d'un mur à paremens verticaux l'étant par $\frac{\pi h x^2}{2}$, on a pour équation d'équilibre $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3$ ($1^m,05^c$), d'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{1}{\pi}}$ ($2^m,10^d$).

Si le mur était construit en maçonnerie de brique, alors $x = h$ ($0^m,187$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les dix-neuf centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux, et le remblai damé avec soin jusqu'au niveau de son couronnement.* D'un mur en maçonnerie de brique.

Si le mur était construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h$ ($0^m,17^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les dix-sept centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés, verticaux et le remblai damé avec soin jusqu'au niveau de son couronnement.* En maçonnerie de moëllon.

Si le mur était construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h$ ($0^m,15^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être* En maçonnerie de pierre de taille.

Digitized by Google

les quinze centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux, et le remblai damé avec soin jusqu'au niveau de son couronnement.

En maçonnerie de brique et de moëllon.

Si le mur était construit en maçonnerie de brique et de moëllon, alors $x = h$ ($0^m,18^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les dix-huit centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux, et le remblai damé avec soin, jusqu'au niveau de son couronnement.*

En maçonnerie de cailloux roulés.

Si le mur était construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h$ ($0^m,16^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les seize centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux, et le remblai damé avec soin jusqu'au niveau de son couronnement.*

XXVII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement, de quelque nature que soit sa maçonnerie, ses paremens étant verticaux et le remblai formé en sable.

Si les remblais étaient formés en sable du poids de 46^{kil} environ le pied cube, l'on a vu, art. X, que l'effet de leur action était exprimé par h^3 ($3^{kil},496$); et celui de la résistance d'un mur à paremens verticaux l'étant par $\frac{\pi h x^2}{2}$,

l'on a pour équation d'équilibre $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3$ ($3^m,496$).

En maçonnerie de brique.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique, $x = h$ ($0^m,33^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les trente-trois centièmes de sa hauteur, ses paremens étant verticaux*, résultat confirmé par la trente-unième expérience, dans laquelle le mur avait cette épaisseur, et n'a fait aucun mouvement sensible, tandis que ceux d'une épaisseur moindre se sont déversés.

Digitized by Google

Si le mur était construit en maçonnerie de moëllon, $x = h\,(0^m,30^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devrait être les trois dixièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.* En maçonnerie de moëllon.

Si le mur était construit en maçonnerie de pierre de taille $x = h\,(0^m,26^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devrait être les vingt-six centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.* En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur était construit en maçonnerie de briques mêlées de moëllons, $x = h\,(0^m,32^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devrait être les trente-deux centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.* En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur était construit en maçonnerie de cailloux roulés $x = h\,(0^m,30^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devrait être les trois dixièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.* En maçonnerie de cailloux roulés.

XXVIII.

De la détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement, quelle que soit la nature de sa maçonnerie, le remblai étant formé en décombres, débris de roche, etc.

Si les remblais étaient formés en décombres, débris de roches, etc., du poids de 60^{kil} environ le pied cube. L'on a vu, art. XII, que l'effet de leur action était exprimé par $h^3\,(1^m,74^c)$ et l'effet de la résistance du mur ayant ses paremens verticaux, l'étant par $\frac{\pi h x^2}{2}$, l'on a pour équation d'équilibre $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3\,(1^m,74^c)$.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique, $x = h\,(0^m,24^c)$, c'est-à-dire que *son épaisseur devra être les vingt-quatre centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.* En maçonnerie de brique.

Digitized by Google

En maçonnerie de moëllon.

Si le mur était construit en maçonnerie de moëllon, $x = h$ ($0^m,22^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devrait être les vingt-deux centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.*

En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille $x = h(0^m,17^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les dix-sept centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.*

En maçonnerie de briques et moëllons.

Si le mur était construit en maçonnerie de brique et de moëllon, $x = h$ ($0^m,23^c$), c'est-à-dire que *son épaisseur devrait être les vingt-trois centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.*

En maçonnerie de cailloux roulés.

Si le mur était construit en maçonnerie de cailloux roulés, $x\,h = (0^m,21^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devrait être les vingt-un centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.*

XXIX.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement, quelle que soit la nature de sa maçonnerie, le remblai étant formé en terres savonneuses.

Si le remblai était formé en terres savonneuses du poids de 54^{kil} environ, l'on a vu, article XIII, que l'effet de leur action était exprimé par h^3 ($8^m,964$) et l'effet de la résistance du mur de revêtement ayant ses paremens verticaux, l'étant par $\frac{\pi h x^2}{2}$, l'on a pour équation d'équilibre $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3$ ($8^m,96^c$).

En maçonnerie de brique.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique, $x = h$ ($0^m,54^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les cinquante-quatre centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.*

En maçonnerie de moëllon.

Si le mur était construit en maçonnerie de moëllon, $x = h$ ($0^m,49^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devrait être les quarante-neuf centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.*

Si

Digitized by Google

Si le mur était construit en maçonnerie de pierre de taille, $x = h$ ($0^m,44^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devrait être les quarante-quatre centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.* En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur était construit en maçonnerie de brique et de moëllon, $x = h$ ($0^m,51^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devrait être les quarante-un centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.* En maçonnerie de briques et de moëllons.

Si le mur était construit en maçonnerie de cailloux roulés, $x = h$ ($0^m,47^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devrait être les quarante-sept centièmes de sa hauteur, ses paremens étant supposés verticaux.* En maçonnerie de cailloux roulés.

OBSERVATIONS GÉNÉRALES SUR CET ARTICLE.

Si ces terres n'étaient point sujettes à être presqu'entiérement saturées par les eaux, les dimensions ci-dessus seraient infiniment trop fortes; ainsi, dans le cas où elles ne seraient pas exposées à prendre l'état de fluidité, il suffirait de donner aux épaisseurs des murs deux dixièmes de la hauteur de moins, c'est-à-dire, que l'épaisseur du mur en brique serait. . . . . h ($0^m,34^c$)

Celle du mur en moëllon. . . . . h ($0^m,29^c$)

Celle du mur en pierre de taille. . . . . h ($0^m,24^c$)

Celle du mur en brique et moëllon. . . . . h ($0^m,31^c$)

Celle du mur en cailloux roulés. . . . . h ($0^m,27^c$)

Digitized by Google

CHAPITRE V.

XXX.

De la détermination générale de l'épaisseur des murs de revêtement à talus extérieur, quelle que soit la nature de la maçonnerie et du remblai, sans avoir égard à la cohésion.

Il a été reconnu, que les talus que l'on donnait aux murs, nuisaient à leur solidité, à cause des eaux qui séjournaient sur leurs paremens; il a été également démontré dans le corps de l'ouvrage, que les murs à talus intérieur ayant cet inconvénient, avaient encore celui d'être plus nuisibles qu'utiles, sous le rapport de la stabilité. Il n'en est pas de même des talus extérieurs; la théorie exposée, et la trente-deuxième expérience, ont démontré qu'ils étaient très-avantageux sous le rapport de leur inertie. Cet avantage avait été senti par les constructeurs, lors de l'invention de cette espèce de mur, en observant que sous une moindre masse, son inertie pouvait être regardée comme agissant à l'extrémité d'un bras de levier plus long que celui des murs à paremens verticaux. Aujourd'hui on balance l'inconvénient et le résultat, en construisant généralement les murs de revêtement avec un parement extérieur talutant de $\frac{1}{20}$ de la hauteur : par cette dimension, la ligne d'inclinaison s'écartant peu de la verticale, les eaux ne peuvent guères séjourner sur le parement.

Digitized by Google

Nous allons d'abord donner l'équation générale qui servira à déterminer l'épaisseur des revêtemens, puis nous en ferons les applications aux différentes espèces de terres, et aux différentes espèces de maçonnerie.

L'expression de l'effet de l'action d'un remblai quelconque, d'après la théorie exposée est exprimée par

$$\frac{\frac{\delta h^3}{2} tang.\ \varsigma - \frac{\delta h^3}{2} f(tang.^2\ \varsigma)}{3(f + tang.\ \varsigma)} = \frac{hQ}{3},$$

dans laquelle $DG = h\ tang.\ \varsigma$, c'est-à-dire, $DAG = \varsigma$ le rapport du frottement à la pression $= f$. La pesanteur spécifique du remblai $= \delta$, et la hauteur dudit remblai $= h$. Fig. 6.

L'expression générale de l'effet de l'inertie d'un mur avec un parement extérieur incliné, est exprimé par $\frac{\pi h x^2}{2} + \frac{\pi h^2 x}{n} + \frac{\pi h^3}{3n^2}$,

la lettre grecque π exprimant la pesanteur spécifique de la maçonnerie, h la hauteur du mur et du remblai; et n, le nombre par lequel il faut diviser la hauteur pour avoir la longueur de la base du talus que l'on veut donner au parement extérieur.

Par conséquent, l'équation générale d'équilibre sera

$$\frac{\pi h x^2}{2} + \frac{\pi h^2 x}{n} + \frac{\pi h^3}{3n^2} = \frac{\frac{\delta h^3}{2} tang.\ \varsigma - \frac{\delta h^3 f}{2}(tang.^2\ \varsigma)}{3(f\ tang.\ \varsigma)}$$

de laquelle on tire pour l'expression de l'épaisseur d'un mur de revêtement, d'une maçonnerie quelconque, avec un talus extérieur

$$x = -\frac{h}{n} + h\sqrt{\frac{1}{3n2} + \frac{\delta(tang.\ \varsigma - f\ tang.^2\ \varsigma)}{3\pi(f + tang.\ \varsigma)}},$$

quelle que soit la nature du remblai, s'il est sans cohésion.

Digitized by Google

Si le remblai est formé en terres susceptibles de cohésion par compression.

Si le remblai est formé en terres végétales, en terres argileuses, en terres mêlées de gros gravier et terres mêlées de petit gravier, alors $x = -\frac{h}{n} + h\sqrt{\frac{1}{3n^2} + \frac{\delta(tang.\varsigma - f\,tang.^2\varsigma)}{9\pi(f + tang.\varsigma)}}$, à cause de la cohésion que prennent ces terres, lorsqu'elles sont damées.

Soutenant des terres dont le talus naturel est de 45°.

Supposons que le remblai soit formé en terres végétales, argileuses ou mêlées de gros gravier, alors l'on aura pour expression générale $x = -\frac{h}{n} + h\sqrt{\frac{1}{3n^2} + \frac{\delta}{\pi}(0^m,0424)}$.

Soutenant des terres mêlées de petit gravier.

Si les terres sont mêlées de petit gravier, cette expression deviendra $x = -\frac{h}{n} + h\sqrt{\frac{1}{3n^2} + \frac{\delta}{\pi}.(0^m,0464)}$.

Soutenant des sables.

Si le remblai était formé en sable, cette expression deviendrait $x = -\frac{h}{n} + h\sqrt{\frac{1}{3n^2} + \frac{\delta}{\pi}(0^m,1528)}$.

Soutenant des décombres, etc.

Si le remblai était formé en décombres, cette expression deviendrait $x = -\frac{h}{n} + h\sqrt{\frac{1}{3n^2} + \frac{\delta}{\pi}(0^m,0573)}$.

Soutenant des terres savonneuses.

Si le remblai était formé en terres savonneuses, $x = -\frac{h}{n} + h\sqrt{\frac{1}{3n^2} + \frac{\delta}{\pi}(0^m,166)}$.

XXXI.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement à talus extérieur, en maçonnerie quelconque, soutenant un remblai de terres végétales.

Nous avons observé que l'usage actuel est de ne donner que le vingtième de la hauteur à la base du talus extérieur. Si on voulait

Digitized by Google

lui en donner davantage, on mettrait pour n une valeur relative. Adoptons en principe, que les murs à talus extérieur ne doivent avoir que $\frac{1}{20}$ de la hauteur pour talus. Cela posé $n = 20$ et l'expression de x pour les terres végétales du poids de 38^{kil} environ le pied cube, sera $x = -\frac{h}{20} + h\sqrt{\frac{1}{1200} + \frac{1}{\pi}(1^{kil},6112)}$.

En maçonnerie de brique.

Si le mur qui doit résister à ce remblai est en brique, alors $\pi = 60^{kil}$ et l'on a $x = h\ (0^m,12^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les douze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de moëllon.

Si le mur qui doit résister à ce remblai est en maçonnerie de moëllon, alors $\pi = 74$, et $x = h\ (0^m,10^c)$; c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être un dixième de sa hauteur ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $\pi = 93^{kil}$ et $x = h\ (0^m,08^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur, au couronnement, devra être les huit centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de brique et de moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique et de moëllon, alors $\pi = 67^{kil}$ et $x = h\ (0^m,11^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les onze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de cailloux roulés.

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $\pi = 81^{kil}$ et $x = h\ (0^m,09^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les neuf centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

Digitized by Google

XXXII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement à talus extérieur, en maçonnerie quelconque, soutenant un remblai en terres argileuses.

Si l'on supposait le remblai en terres argileuses du poids de $42^{kil},50$ environ le pied cube, l'expression de x, pour une espèce quelconque de maçonnerie serait $x = -\frac{h}{20} + h\sqrt{\frac{1}{1200} + \frac{1}{\pi}}$ ($1^m,80^c$).

En maçonnerie de brique. Si le mur qui doit résister à ce remblai était construit en maçonnerie de brique, alors $x = h$ ($0^m,13^c$), c'est-à-dire, que *son épaisseur au couronnement devra être les treize centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h$ ($0^m,11^c$), c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les onze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de pierre de taille. Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h$ ($0^m,09^c$), c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les neuf centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de briques et moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de briques mêlées de moëllons, alors $x = h$ ($0^m,12^c$), c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les douze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de cailloux roulés. Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h$ ($0^m,10^c$), c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être le dixième de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

Digitized by Google

XXXIII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement à talus extérieur, en maçonnerie quelconque, et le remblai en terres mêlées de gros gravier.

Si l'on supposait le remblai en terres mêlées de gros gravier du poids de 53^{kil} environ le pied cube, l'expression de x pour une espèce quelconque de maçonnerie serait $x = -\frac{h}{20} + h\sqrt{\frac{1}{1200} + \frac{1}{\pi}}$ $(2^m,247)$.

Si le mur qui doit résister à ce remblai est construit en maçonnerie de brique, alors $x = h$ $(0^m,15^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur au couronnement devra être les quinze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.* En maçonnerie de brique.

Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h$ $(0^m,14^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur au couronnement devra être les quatorze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.* En maçonnerie de moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h$ $(0^m,11^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur au couronnement devra être les onze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.* En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique mêlée de moëllon, alors $x = h$ $(0^m,14^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les quatorze centièmes de sa hauteur, ayant un un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.* En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h$ $(0^m,12^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être, au couronnement, les douze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.* En maçonnerie de cailloux roulés.

Digitized by Google

XXXIV.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement à talus extérieur, en maçonnerie quelconque, et le remblai en terres mêlées de petit gravier.

Si l'on supposait le remblai formé en terres mêlées de petit gravier du poids de 50^{kil} environ le pied cube, l'expression de x, pour une espèce quelconque de maçonnerie serait

$$x = -\frac{h}{20} + h\sqrt{\frac{1}{1200} + \frac{1}{\pi}}\ (2^{kil},32^{c}).$$

En maçonnerie de brique. Si le mur qui doit résister à ce remblai est construit en maçonnerie de brique, alors $x = h\ (0^{m},15^{c})$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les quinze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h\ (0^{m},13^{c})$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les treize centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de pierre de taille. Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h\ (0^{m},11^{c})$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les onze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de brique et moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de brique et de moëllon, alors $x = h\ (0^{m},14^{c})$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les quatorze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de cailloux roulés. Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h\ (0^{m},12^{c})$, c'est-à-dire, que *son épaisseur au couronnement devra être les douze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de sa hauteur.*

Digitized by Google

XXXV.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement à talus extérieur, en maçonnerie quelconque, et le remblai en sable.

Si l'on supposait le remblai formé en sable du poids de 46^{kil} environ le pied cube, l'expression de (x), pour une espèce quelconque de maçonnerie serait $x = -\frac{h}{20} + \sqrt{\frac{1}{1200} + \frac{1}{\pi}(7^{kil},0288)}$.

En maçonnerie de brique.

Si le mur qui devrait résister à ce remblai, était construit en maçonnerie de brique, alors $x = h\,(0^m,29^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur au couronnement devrait être les vingt-neuf centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de moëllon.

Si le mur était construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h\,(0,26)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement, devra être les vingt-six centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h\,(0^m,23^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les vingt-trois centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur est en maçonnerie de brique et de moëllon, alors $x = h\,(0^m,28^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les vingt-huitième centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de cailloux roulés.

Si le mur est en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h\,(0^m,25^c)$, c'est-à-dire, *l'épaisseur au couronnement devra être le quart de sa hauteur, ayant un talus extérieur ds $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

Digitized by Google

XXXVI.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie quelconque, et le remblai en vieux matériaux, décombres, débris de roches, etc.

Si l'on supposait le remblai formé avec des décombres, vieux matériaux ou débris de roches du poids de 60^{kil} environ le pied cube, l'expression de (x^9) pour une espèce quelconque de maçonnerie serait

$$x = -\frac{h}{20} + h\sqrt{\frac{1}{1200} + \frac{1}{\pi}(3^m,438)}.$$

En maçonnerie de brique. Si le mur qui doit résister à ce remblai est construit en maçonnerie de brique, alors $x = h\ (0^m,19^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur au couronnement, devra être les dix-neuf centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de moëllon. Si le mur est en maçonnerie de moëllon, alors $x = h\ (0^m,17^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur au couronnement devra être les dix-sept centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de pierre de taille. Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h\ (0^m,14^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur au couronnement devra être les quatorze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de brique et moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de brique et de moëllon, alors $x = h\ (0^m,18^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les dix-huit centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de cailloux roulés. Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h\ (0^m,15^c)$, c'est-à-dire, que *son épaisseur au couronnement devra être les quinze centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

Digitized by Google

XXXVII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement quelconque, et le remblai formé en terres savonneuses.

Si l'on supposait que le remblai fût formé avec des terres savonneuses du poids de 54^{kil} environ le pied cube, l'on a vu art. XIII, que l'effet de l'action de ce remblai était exprimé par h^3 $(8^m,96^c)$, et par conséquent l'équation d'équilibre le serait par

$$\frac{\pi h x^2}{2} + \frac{\pi h^2 x}{n} + \frac{\pi h^3}{3n^2} = h^3\,(8^m,96^c),$$

de laquelle on tire $x = -\frac{h}{n} + h\sqrt{\frac{1}{\pi}(17^m,92^c) + \frac{1}{3n^2}}$, et comme l'on a décidé de ne donner que $\frac{1}{20}$ de la hauteur au talus du parement extérieur, l'on aura pour l'épaisseur du mur au couronnement quelle que soit la nature de la maçonnerie

$$x = -h\,(0^m,05^c) + h\sqrt{\frac{1}{\pi}(17^{kil},92^c) + (0^m,0008)}.$$

En maçonnerie de brique.

Ainsi, si le mur qui doit résister à cette nature de remblai est en maçonnerie de brique, alors $x = h$ $(0^m,50^c)$, c'est-à-dire, que *son son épaisseur au couronnement devra être la moitié de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h\,(0^m,44^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les quarante-quatre centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h$ $(0^m,39^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les trente-neuf centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de ladite hauteur.*

Digitized by Google

En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique et moëllon, alors $x = h$ ($0^m,47^c$), c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les quarante-sept centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

En maçonnerie de cailloux roulés.

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h$ ($0^m,42^c$), c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les quarante-deux centièmes de sa hauteur, ayant un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de ladite hauteur.*

OBSERVATION.

L'on voit, d'après les fortes dimensions que les murs de revêtement doivent avoir pour soutenir des terres savonneuses sujettes à prendre un état voisin de la fluidité, combien il faut éviter ce genre de remblai, à cause de l'énorme dépense qu'il entraîne dans les constructions des murs qui doivent les retenir.

En outre, elles obligent à construire des barbacanes dans les murs, pour laisser écouler les eaux, et peu à peu les terres s'enfuient avec elles.

CHAPITRE VI.

XXXVIII.

De la détermination de l'épaisseur des murs de revêtement à talus extérieurs et contre-forts intérieurs, quelle que soit la nature de la maçonnerie et du remblai.

On a fait connaître au N°. 132 de cet ouvrage, le grand avantage des murs de revêtement, avec contre-fort intérieur, non-seu-

Digitized by Google

lement sous le point de vue de l'économie et de la stabilité, mais encore en ce qu'ils divisent la masse du remblai, et empêchent la ligne de rupture de décrire une courbe qui augmenterait le prisme de plus grande poussée, vers certains points du revêtement, lorsque les remblais ont une hauteur considérable. Aussi, généralement, est-il avantageux de construire les murs de revêtement avec des contre-forts intérieurs, à moins que la hauteur du remblai soit peu considérable.

Nous allons rapporter de nouveau la manière de construire les contre-forts, d'après le système de M. de Vauban qui est généralement adopté, en invitant le lecteur à relire ce que nous avons dit, N°. 131, sur le motif qui a déterminé leurs dimensions.

Les contre-forts seront espacés de cinq mètres de milieu à milieu, et il n'en sera exécuté qu'autant que le remblai et le mur auraient au moins $3^m,25^c$ de hauteur. Dans ce cas, leur longueur sera de $1^m,30^c$, l'épaisseur $1^m,00$ à la racine, et $0^m,65^c$ à la queue, de manière qu'à chaque $1^m,60^c$ de hauteur, au-dessus des $3^m,25^c$, on augmentera la longueur du contre-fort de $0^m,325$; tandis que la racine n'augmente que de $0^m,162$, la queue se trouvant toujours les $\frac{2}{3}$ de la racine.

Si l'on appliquait ces dimensions à la formule générale du N°. 129, on obtiendrait des dimensions trop faibles, attendu qu'elle suppose que les murs de revêtement, et les contre-forts ne font qu'une masse indivisible. Cependant, comme nous l'avons observé, les mortiers étant frais, et n'ayant point opéré leur dessiccation, n'ont presque point d'adhérence. Par conséquent, les contre-forts ne se trouveraient liés aux murs de revêtement, que par la liaison des matériaux, qui seraient en porte-à-faux pour le mouvement de rotation, ne pouvant soulever les sur-épaisseurs à la racine, sur toute la longueur du contre-fort ; et en outre pour les matériaux de faibles dimensions pouvant les rompre, les détacher à chaque joint, dans lequel le mortier ne se trouvant point cristallisé serait susceptible de compression. Ainsi, le problême consisterait à calculer l'effet de la résistance d'un mur de revêtement du milieu d'un contre-fort à l'autre, aidé par l'effet de la

Digitized by Google

force capable de casser les matériaux qui se trouvent en liaison avec les contre-forts ou d'en comprimer les mortiers, bien entendu que l'épaisseur du contre-fort à sa racine donnerait au moins une surface double, de celle de l'épaisseur du mur à sa hauteur. Car, dans le cas contraire, le mur de revêtement se romprait au droit des contre-forts dans le sens de son épaisseur.

Mais nous verrons qu'il faut une plus grande action pour rompre ces liaisons, dans le cas d'un mouvement de rotation, que celle nécessaire pour transporter le mur en avant. D'après cela, il faut observer que, si l'on a fait voir dans le corps de l'ouvrage, la grande économie qu'opérait la jonction des contre-forts à un mur de revêtement, elle ne se présentera point d'une manière aussi avantageuse, lorsque l'on considérera le glissement qui peut s'opérer sur les joints de la maçonnerie; et sous ce point de vue, il y aurait de l'avantage à ne point élever les murs par assises réglées, mais continuellement en chaînes de bas en haut, c'est-à-dire, en liaison verticale.

Ainsi, si en vertu de la liaison, de faibles dimensions d'épaisseur dans les murs de revêtement armés de contre-forts, étaient suffisantes pour s'opposer à l'effet de l'action d'un remblai quelconque qui tendrait à le renverser, elles peuvent ne pas l'être pour s'opposer à l'action d'un remblai qui tendrait à le faire glisser, et ne le seraient pas, si le mur de revêtement n'était point lié avec le derrière des contre-forts.

XXXIX.

Cela posé, soient appliquées les conditions d'équilibre citées (N°. 48), pour déterminer l'épaisseur de divers murs de revêtement à talus extérieur, et armés de contre-forts, en observant que la force propre à faire glisser le mur de revêtement sur sa base, aura une influence vaine contre les contre-forts. Leur enfoncement dans le remblai, par conséquent la longueur de la surface de leur base sera toujours plus grande que l'épaisseur du mur de revêtement; ainsi celui-ci serait

Digitized by Google

séparé du contre-fort, à cause que le peu de force qu'exigerait la compression des mortiers, ne pourrait équivaloir au frottement sur la base de l'excédent du contre-fort sur l'épaisseur du mur de revêtement.

D'après ces observations, les conditions de l'équilibre citées (N°. 48) se réduiront à cette expression $x = h\left(\frac{\delta s}{q\pi} - \frac{1}{2n}\right)$; mais l'on peut très-bien supposer que le rapport du frottement à la pression, pour le frottement qui a lieu entre des maçonneries quelconques, est le même que celui des maçonneries de brique, c'est-à-dire :: 3 : 4, et alors $q = \frac{3}{4}$; il a été également convenu que le talus du parement extérieur serait $\frac{1}{20}$ de la hauteur. Donc $n = 20$, de manière qu'il ne s'agit plus que d'observer que la lettre (s) représente la fraction décimale qui multiplie (δh^2) dans l'expression de la force (Q), suivant la nature du remblai.

Si l'on compare les terres éboulées de la sixième expérience sans surcharge, dans lesquelles les terres étaient végétales et émiettées et point damées, avec celles de la seizième expérience qui étaient de même nature sans surcharge, mais damées par couches; l'on trouvera que les poids des prismes de plus grande poussée éboulés étaient dans le rapport de 10 : 13.

On trouvera que ce rapport est à peu près le même, les terres surchargées de terres de même espèce damées dans la quinzième expérience, et point damées dans la septième, en comparant également les poids des prismes des terres éboulées dans ces deux expériences.

Mais l'action des terres n'ayant lieu qu'en vertu des poids de cet éboulement, on doit en conclure que le rapport de l'action des terres damées à celle des terres non damées, doit être le même que celui des poids de leur éboulement.

Digitized by Google

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie quelconque avec un talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de la hauteur, armé à l'intérieur de contre-forts, et soutenant un remblai de terres végétales.

Cela posé, on a vu, art. VI, que l'action d'un remblai de terres végétales était exprimé par $Q = \delta h^2$ ($0^m,191$), celle des terres damées le sera donc par δh^2 ($0^m,191$) $\frac{10}{13} = \delta h^2$ ($0^m,147$), c'est-à-dire que $s = 0^m,147$; de manière que l'expression générale de l'épaisseur d'un mur de revêtement à talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de la hauteur, armé de contre-forts, remblayé en terres végétales, argileuses, ou mêlées de gros gravier, sera $x = h\left(\frac{4\delta}{3\pi}(0^m,147) - \frac{1}{40}\right)$.

Si le remblai est formé en terres végétales du poids de 38^{kil} le pied cube environ, cette expression quelle que soit la maçonnerie du mur de revêtement, sera $x = h\left(\frac{1}{\pi}(7^m,448) - \frac{1}{40}\right)$.

En maçonnerie de brique. Si le mur qui doit résister à ce remblai est construit en maçonnerie de brique, alors $x = h$ ($0^m,099$), c'est-à-dire que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être le dixième de la hauteur.*

En maçonnerie de moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h$ ($0^m,075$), c'est-à-dire *que l'épaisseur du mur au couronnement devra être les huit centièmes de sa hauteur.*

En maçonnerie de pierre de taille. Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h$ ($0^m,055^c$), c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement, devra être les six centièmes de sa hauteur.*

En maçonnerie de brique et moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de brique et moëllon, alors $x = h$ ($0^m,086$), c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement, devra être les neuf centièmes de sa hauteur.*

Si

Digitized by Google

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h\,(0{,}^{m}067)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les sept centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de cailloux roulés.

XL.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie quelconque, soutenant un remblai en terres argileuses.

Si l'on supposait le remblai formé en terres argileuses du poids de $42^{kil},50^{c}$ le pied cube environ, l'expression générale de l'épaisseur d'un mur de revêtement, construit ainsi qu'il est désigné ci-dessus, quelle que soit sa maçonnerie sera $x = h\left(\frac{1}{\pi}(8^{m},33^{c}) - \frac{1}{40}\right)$.

Si le mur qui doit résister à ce remblai, est construit en maçonnerie de brique, alors $x = h\,(0^{m},114)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les onze centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de brique.

Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h\,(0^{m},088)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les neuf centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h\,(0^{m},065)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les sept centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique et moëllon, alors $x = h\,(0^{m},099)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être un dixième de la hauteur.* En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h\,(0^{m},078)$ c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les huit centièmes de la hauteur.* En maçonnerie de cailloux roulés.

Digitized by Google

XLI.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie quelconque, soutenant un remblai de terres végétales, mêlées de gros gravier.

Si l'on supposait que le remblai fût formé en terres végétales mêlées de gros gravier du poids de 53^{kil} environ le pied cube, l'expression générale d'un mur de revêtement construit ainsi qu'il est énoncé dans le chapitre, quelle que soit sa maçonnerie, serait exprimée par $x = h\left(\frac{1}{\pi}(10^m,388) - \frac{1}{40}\right)$.

En maçonnerie de brique. Si le mur qui doit résister à ce remblai est construit en maçonnerie de brique, alors $x = h\,(0^m,148)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les quinze centièmes de sa hauteur.*

En maçonnerie de moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h\,(0^m,116)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les douze centièmes de la hauteur.*

En maçonnerie de pierre de taille. Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h\,(0^m,087)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement, devra être les neuf centièmes de sa hauteur.*

En maçonnerie de brique et moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de brique et de moëllon, alors $x = h\,(0^m,13^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les treize centièmes de la hauteur.*

En maçonnerie de cailloux roulés. Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h\,(0^m,103)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être le dixième de la hauteur.*

Digitized by Google

XLII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie quelconque, soutenant un remblai de terres végétales, mêlées de petit gravier.

Si l'on suppose que le remblai soit formé en terres végétales mêlées de gros gravier du poids de 53^{kil} environ le pied cube, l'expression générale d'un mur de revêtement construit ainsi qu'il est énoncé dans le chapitre, quelle que soit sa maçonnerie, sera exprimée par $x = h\left(\frac{1}{\pi}(10^m,388) - \frac{1}{40}\right)$.

Si le mur qui doit résister à ce remblai est construit en maçonnerie de brique, alors $x = h\,(0^m,148)$ c'est-à-dire, que *l'épaisseur au couronnement devra être les quinze centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de brique.

Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h\,(0^m,116)$, c'est-à-dire que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les douze centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h\,(0^m,087)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les neuf centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique et moëllon, alors $x = h\,(0^m,13^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les treize centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h\,(0^m,103)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être le dixième de sa hauteur.* En maçonnerie de cailloux roulés.

Digitized by Google

XLIII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie quelconque, soutenant un remblai de terres végétales, mêlées de petit gravier.

Si l'on supposait que le remblai fût formé en terres végétales mêlées de petit gravier du poids de 50^{kil} environ le pied cube, l'on a vu, article XI, que l'action d'un pareil remblai était exprimée par $Q = \delta h^2\,(0^m,209)$; et comme cette espèce de terre est susceptible d'acquérir une forte cohésion étant damée, il suit que pour le cas présent, son action sera exprimée par $\delta h^2\,(0^m,209)\,\frac{10}{15}$, c'est-à-dire, que cette force sera exprimée par $\delta h^3\,(0^m,161)$, et l'expression générale d'un mur de revêtement à talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de la hauteur, armé de contre-forts à l'intérieur, quelle que soit la nature de sa maçonnerie, sera $x = h\left(\frac{1}{\pi}\,(8^m,05^c) - \frac{1}{40}\right)$.

En maçonnerie de brique.

Si le mur qui doit résister à ce remblai, est construit en maçonnerie de brique, alors $x = h\,(0^m,109)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les onze centièmes de la hauteur.*

En maçonnerie de moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h(0^m,084)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les huit centièmes de sa hauteur.*

En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h\,(0^m,062)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement, devra être les six centièmes de sa hauteur.*

En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique et moëllon, alors $x = h\,(0^m,095)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être le dixième de sa hauteur.*

Digitized by Google

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h$ (0^m,969), c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les quatre-vingt-dix-sept centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de cailloux roulés.

XLIV.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie quelconque, soutenant un remblai de sables.

Si l'on suppose le remblai formé en sables du poids de 46^{kil} environ le pied cube, son action sera exprimée, comme on l'a trouvé article X, par δh^2 (0^m,229) $= h^2$ (10^m,534), à cause qu'ils ne sont point susceptibles d'une cohésion instantanée, et qu'il faut une suite d'années pour l'opérer. Il faut dans ce cas substituer dans la formule de l'art. XXXIX $S = 0^m$,229, et l'on aura pour l'expression de l'épaisseur d'un mur de revêtement à talus extérieur de $\frac{1}{20}$ de la hauteur armé de contre-forts au parement intérieur,

$$x = h\left(\frac{1}{\pi}(14^m,045) - \frac{1}{40}\right),$$

quelle que soit la nature de sa maçonnerie.

Ainsi, si le mur qui doit résister à ce remblai, est construit en maçonnerie de brique, alors $x = h$ (0^m,209), c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les vingt-un centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de brique.

Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h$ (0^m,165), c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les dix-sept centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h$ (0^m,126), c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les treize centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de pierre de taille.

Digitized by Google

En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique et de moëllon, alors $x = h$ (0^m,184), c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les dix-huit centièmes de sa hauteur.*

En maçonnerie de cailloux roulés.

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h$ (0^m,148), c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les quinze centièmes de sa hauteur.*

XLV.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie quelconque, soutenant un remblai en décombres, vieux matériaux, débris de roches, etc.

Si l'on supposait que le remblai fût formé en décombres, vieux matériaux, débris de roches, etc., du poids de 60^{kil} environ le pied cube, son action contre un mur de revêtement serait, comme on l'a vu art. XII, exprimée par δh^2 (0^m,086) ce qui dans la formule de l'art. XXXIX, donne $\varsigma = 0^m$,086, et l'expression générale de l'épaisseur d'un mur de revêtement à talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de sa hauteur, armé de contre-forts au parement intérieur, quelle que soit la nature de sa maçonnerie, sera exprimée par $x = h\left(\frac{1}{\pi}(6^m,881) - \frac{1}{40}\right)$.

En maçonnerie de brique.

Ainsi, si le mur qui doit résister à ce remblai, est construit en maçonnerie de brique, alors, $x = h$ (0^m,09^c), c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les neuf centièmes de sa hauteur.*

En maçonnerie de moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors $x = h$ (0^m,068), c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les sept centièmes de sa hauteur.*

En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors $x = h$ (0^m,049), c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les cinq centièmes de sa hauteur.*

Digitized by Google

Si le mur est construit en maçonnerie de brique et moëllon, alors $x = h\,(0^m,078)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les huit centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors $x = h\,(0^m,06^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être les six centièmes de sa hauteur.* En maçonnerie de cailloux roulés.

OBSERVATION.

On ne fait point d'application des murs de revêtement aux terres savonneuses, parce que la tendance de ces terres à la fluidité, fait disparaître l'avantage de ces contre-forts, et qu'il convient de construire dans ce cas le mur de revêtement conformément à l'art. XXXVII.

XLVI.

Il a été observé que l'inertie des contre-forts est extrêmement considérable, en les considérant comme une masse indivisible, examinons actuellement le cas où le mur se séparerait de leur amorcement à la racine, en rompant les matériaux que le lient avec lui; et comme parmi les matériaux dont on les construit, les briques sont celles qui ont le moins d'adhérence, supposons qu'ils soient construits ainsi que le mur en maçonnerie de brique.

Cela posé, pour que la séparation ait lieu, il faudra que le mur dans son mouvement de rotation, casse la moitié des tas de brique qui composent sa hauteur; et comme en général les joints ont pour hauteur $\frac{1}{8}$ de celle de la brique, et celle-ci $\frac{1}{6}$ du pied, c'est-à-dire, deux pouces de hauteur, il suit que si l'on appelle (n) le nombre des briques qui sont entrées dans la hauteur du mur; la hauteur totale du mur sera égale à la somme de celles des briques, plus à celle des hau-

Digitized by Google

teurs des joints, c'est-à-dire, que l'on aura $\frac{n}{6} + \frac{n}{48} = h$ d'où l'on tire $n = \frac{48h}{9}$. Par conséquent, la hauteur de la section des briques qui casseront, sera exprimée par $\frac{8h}{3}$.

Si l'on observe, actuellement, que l'on a posé en principe qu'il ne serait construit de contre-forts qu'autant que la hauteur du mur serait au moins de $3^m,25^c$, l'on aura pour l'épaisseur des contre-forts à la racine, d'après les dimensions énoncées article XXXVIII, $\frac{2h - 6^m,50^c}{3^m,25^c}$, de manière que la surface de la section sera exprimée par $\left(\frac{2h - 6^m,50^c}{3^m,25^c}\right)\frac{8h}{3}$.

M. Coulomb a trouvé que l'adhérence des briques était de 140^{kil} à 150^{kil} pour chaque 7 centimètres carré. Supposons que cette adhérence ne soit que de 140^{kil}, alors l'énergie de cette adhérence pour cette surface, sera exprimée par $140^{kil}\ h\left(\frac{16h - 52}{9^m,75^c}\right)$. L'on a vu que l'effet de l'inertie du mur sans contre-fort pour le mouvement de rotation, était exprimé par $\frac{\pi h x^2}{2} + \frac{\pi h^2 x}{n} + \frac{\pi h^3}{3n^2}$.

Par conséquent, l'effet de la résistance du mur à talus dans le cas de sa disjonction des contre-forts, pour s'opposer au renversement, sera exprimé, sur une distance de cinq mètres, par

$$\frac{5\pi h x^2}{2} + \frac{5\pi h^2 x}{n} + \frac{5\pi h^3}{3n^2} + h\left(\frac{2240h - 7280}{9^m,75^c}\right).$$

Si l'on suppose le mur construit en maçonnerie de brique, avec un talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de la hauteur, cette hauteur étant de 10^m, et le remblai en terres végétales, du poids de 38^{kil}, alors $\pi = 60^{kil}$ $n = 20^m$, $h = 10^m$, et l'effet de l'action des terres contre

le

Digitized by Google

le mur, étant exprimé par h^3 ($0^m,806$), le sera sur une distance de $5^m,00$ par h^3 ($4^m,03^c$) et l'on aura l'équation

$$x^2\,(1500) + x\,(1500) + 1575^m,30^c = 4030^c,$$

en substituant aux quantités algébriques les valeurs ci-dessus.

Si l'on résout cette équation, l'on obtiendra des racines imaginaires, ce qui fait connaître que dans ce cas, l'effet de l'action des terres n'est pas assez considérable pour rompre les briques en liaison avec le mur de revêtement et le contre-fort.

Ainsi, il faut conclure que lorsqu'on projette de bien lier un mur de revêtement à des contre-forts amorcés dans son parement intérieur depuis sa fondation jusqu'à son couronnement, il ne faut considérer, comme nous l'avons fait, que l'effet du remblai capable de le faire glisser sur sa base.

CHAPITRE VII.

XLVII.

De la détermination de l'épaisseur des murs de revêtement à talus extérieur et contre-forts, quelle que soit la nature de la maçonnerie et du remblai, chargé avec des terres de la même nature, ou de matières hétérogènes.

Si l'on est dans le cas de construire un mur de revêtement à talus extérieur qui doive soutenir la déclivité du terrain d'un côteau, un exhaussement d'un remblai au-dessus de son couronnement, un pavé, etc., il faut construire le mur avec des contre-forts, ainsi qu'il

Digitized by Google

est désigné, et calculer son épaisseur d'après la force capable de le faire glisser sur sa base.

D'après ce qui a été dit art. XIV, il serait facile de déterminer la distance de la ligne de rupture EC, ainsi que celle formée au-dessus du surhaussement, ou à la rencontre de la déclivité d'un terrain quelconque; dans ce cas-là nous avons exprimé par a^2 la surface de cette surcharge, et si c'était un pavé posé sur le remblai, a^2 exprimerait alors la distance du mur à la ligne de rupture EC multipliée par la hauteur du pavé: il en serait de même pour toute autre nature de surcharge.

Supposons que le remblai fût formé en terres végétales, en argiles, ou terres mêlées de gros gravier. Nous avons vu que la force Q était exprimée par $\frac{\delta h^2\,(213^m,50^c) + \delta a^2\,(691^m)}{1118^m}$; et comme ces terres sont susceptibles de prendre une forte cohésion, lorsqu'elles sont damées, il faudra, d'après ce qui a été dit art. XXXIX, multiplier cette expression par $\frac{10}{13}$, pour avoir l'expression de cette force, les terres étant damées. Ainsi, son expression générale pour les terres susceptibles d'une cohésion instantanée, dont le rapport du frottement à la pression est exprimé par $\frac{1}{4}$, sera $\delta h^2\,(0^m,147) + \delta a^2\,(0^m,475)$ et l'on aura pour l'équation d'équilibre

$$q\pi hx + \frac{\pi h^2 q}{2n} = \delta h^2\,(0^m,147) + \delta a^2\,(0^m,475),$$

la lettre q exprimant le rapport du frottement à la pression exercée par le mur sur sa base, de laquelle on tire

$$x = \frac{\delta h}{q\pi}\,(0^m,147) + \frac{\delta a^2}{q\pi h}\,(0^m,475) - \frac{h}{2n};$$

mais comme nous avons vu que $q = \frac{1}{4}$, et convenu que $n = 20$, par conséquent $x = \frac{\delta h}{\pi}\,(0^m,196) + \frac{\delta a^2}{\pi h}\,(0^m,633) - h\,(0^m,025)$.

Digitized by Google

Détermination générale de l'épaisseur d'un mur de revêtement, quelle que soit la nature de la maçonnerie, soutenant un remblai en terres végétales, chargé de terres de même nature.

Si le remblai est formé en terres végétales du poids de 38^{kil}, alors

$$x = \frac{h}{\pi}(7^m,448) + \frac{a^2}{\pi h}(24^m,054) - h(0^m,025),$$

et la distance de la ligne de rupture $EC = h(0^m,618)$, au moyen de laquelle on déterminerait a^2.

Si le mur qui doit résister à ce remblai était construit en maçonnerie de brique, alors $x = h(0^m,099) + \frac{a^2}{h}(0^m,401)$, dans laquelle en substituant le profil a^2 de la surcharge, qui repose sur la distance de la ligne de rupture au mur, et la hauteur du mur au lieu de h, on obtiendrait l'expression numérique de l'épaisseur du mur. Cette observation reste la même pour les cas suivans : En maçonnerie de brique.

Si le mur était construit en maçonnerie de moëllon, alors son épaisseur serait exprimée par $x = h(0^m,076) + \frac{a^2}{h}(0^m,325)$. En maçonnerie de moëllon.

Si le mur était construit en maçonnerie de pierre de taille, alors son épaisseur serait exprimée par $x = h(0^m,055) + \frac{a^2}{h}(0^m,234)$. En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur était construit en maçonnerie de brique et de moëllon, alors son épaisseur serait exprimée par $x = h(0^m,086) + \frac{a^2}{h}(0^m,358)$. En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur était construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors son épaisseur serait exprimée par $x = h(0^m,067) + \frac{a^2}{h}(0^m,297)$. En maçonnerie de cailloux roulés.

Digitized by Google

XLVIII.

Détermination générale de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie d'une nature quelconque, soutenant un remblai en terres argileuses, avec une surcharge de terres de même nature.

Si le remblai est formé en terres argileuses du poids de $42^{kil},50^{e}$ environ le pied cube, alors l'épaisseur générale d'un mur de revêtement, quelle que soit la nature de sa maçonnerie, sera exprimée par

$$x = \frac{h}{\pi}(8^{m},33^{e}) + \frac{d^2}{\pi h}(26^{m},903) - h(0^{m},025), \text{ et } EC = h(0^{m},618).$$

En maçonnerie de brique. Mais si le mur qui devrait résister à ce remblai, était construit en maçonnerie de brique, alors son épaisseur serait exprimée par

$$x = h(0^{m},114) + \frac{d^2}{h}(0^{m},449), \text{ et } EC = h(0^{m},618).$$

En maçonnerie de moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h(0^{m},088) + \frac{a^2}{h}(0^{m},338)$.

En maçonnerie de pierre de taille. Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h(0^{m},065) + \frac{a^2}{h}(0^{m},289)$.

En maçonnerie de brique et moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de brique et moëllon, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h(0^{m},099) + \frac{a^2}{h}(0^{m},377)$.

En maçonnerie de cailloux roulés. Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h(0^{m},078) + \frac{a^2}{h}(0^{m},336)$.

Digitized by Google

XLIX.

Détermination générale de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie quelconque, soutenant un remblai et sa surcharge en terres végétales, mêlées de gros gravier.

Si le remblai est formé en terres végétales mêlées de gros gravier du poids de 53^{kil} environ le pied cube, alors l'épaisseur générale d'un mur de revêtement, quelle que soit sa maçonnerie, et le remblai surchargé de terres de même espèce, sera exprimée par

$$x = \frac{h}{\pi}(10^m,388) + \frac{a^2}{\pi h}(33^m,549) + h(0^m,025), \text{ et } EC = h(0^m,618).$$

Si le mur qui doit résister à ce remblai est construit en maçonnerie de brique, alors son épaisseur sera exprimée par — En maçonnerie de brique.

$$x = h(0^m,148) + \frac{a^2}{h}(0^m,559).$$

Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h(0^m,115) + \frac{a^2}{h}(0^m,453)$. — En maçonnerie de moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h(0^m,087) + \frac{a^2}{h}(0^m,361)$. — En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h(0^m,103) + \frac{a^2}{h}(0^m,414)$. — En maçonnerie de cailloux roulés.

Digitized by Google

L.

Détermination générale de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie de brique, soutenant un remblai de terres végétales, mêlées de petit gravier.

Si le remblai est formé en terres végétales mêlées de petit gravier du poids de 50^{tti} environ le pied cube, on se rappellera que l'action de ce remblai, avec la surcharge de même nature, a été trouvée, art. XVII, exprimée par $Q = \delta h^2\,(0^m,209) + \delta a^2\,(0^m,647)$, et dans le cas présent, elle le sera par $\left(\delta h^2\,(0^m,209) + \delta a^2\,(0^m,647)\right)\frac{10}{13}$, à cause que les terres sont susceptibles de prendre une forte cohésion, lorsqu'on les comprime avec la dame. Ainsi, l'épaisseur d'un mur de revêtement destiné à soutenir le remblai dont il est question, quelle que soit la nature de sa maçonnerie, et la surcharge des terres de même espèce, sera exprimée par

$$x = \frac{h}{\pi}\,(10^m,733) + \frac{a^2}{\pi h}\,(33^m,20^c) - h\,(0^m,025) \text{ et } EC = (0^m,646)\,h.$$

En maçonnerie de brique. Si le mur qui doit résister à ce remblai est construit en maçonnerie de brique, alors cette épaisseur sera exprimée par

$$x = h\,(0^m,154) + \frac{a^2}{h}\,(0^m,553).$$

En maçonnerie de moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h\,(0^m,12^c) + \frac{a^2}{h}\,(0^m,449)$.

En maçonnerie de pierre de taille. Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h\,(0^m,09^c) + \frac{a^2}{h}\,(0^m,357)$.

Digitized by Google

Si le mur est construit en maçonnerie de brique et moëllon, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h\,(0^m,135) + \frac{a^2}{h}\,(0^m,495)$. En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors cette épaisseur sera exprimée par $x = h\,(0^m,107) + \frac{a^2}{h}\,(0^m,41^e)$. En maçonnerie de cailloux roulés.

LI.

Détermination générale de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie quelconque, soutenant un remblai en sable et sa surcharge.

Si le remblai est formé en sables du poids de 46^{kil} environ le pied cube, son action est exprimée par $\frac{\delta h^2\,(247) + \delta a^2\,(729)}{1077}$, comme on l'a vu art. XVI, en le supposant surchargé de sables de même nature; et l'énergie du mur l'étant par $q\pi hx + \frac{\pi h^2 q}{2n}$, l'on a pour équation d'équilibre

$$q\pi hx + \frac{\pi h^2 q}{2n} = \frac{\delta h^2\,(247) + \delta a^2\,(729)}{1077},$$

de laquelle on tire $x = \frac{\delta h}{q\pi}\,(0^m,2293) + \frac{\delta a^2}{q\pi h}\,(0^m,677) - \frac{h}{2n}$. Les quantités h et q restant les mêmes que dans les articles précédens. Cette nature de sable et sa surcharge donne pour l'expression générale de l'épaisseur du mur de revêtement qui doit le soutenir, quelle que soit la nature de sa maçonnerie,

$x = \frac{h}{\pi}\,(14^m,064) + \frac{a^2}{\pi h}(41^m,523) - h(0^m,025)$, et $EC = h(0^m,677)$.

Si le mur qui doit résister à ce remblai est construit en maçonnerie de brique, alors cette épaisseur sera exprimée par En maçonnerie de brique.

$$x = h\,(0^m,209) + \frac{a^2}{h}\,(0^m,692).$$

Digitized by Google

En maçonnerie de moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h\,(0^m,165) + \frac{a^2}{h}\,(0^m,561)$.

En maçonnerie de pierre de taille. Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h\,(0^m,126) + \frac{a^2}{h}\,(0^m,446)$.

En maçonnerie de brique et moëllon. Si le mur est construit en maçonnerie de brique et moëllon, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h\,(0^m,185) + \frac{a^2}{h}\,(0^m,620)$.

En maçonnerie de cailloux roulés. Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h\,(0^m,149) + \frac{a^2}{h}\,(0^m,513)$.

LII.

Détermination générale de l'épaisseur d'un mur de revêtement en maçonnerie quelconque, soutenant un remblai de vieux matériaux, décombres, débris de roches, avec une surcharge de même nature.

Si le remblai est formé en décombres, vieux matériaux, ou débris de roches de 60^{kil} environ le pied cube, son action est exprimée par

$$\frac{\delta h^2\,(121^m,50^c) + \delta a^2\,(829)}{1414},$$

lorsqu'il supporte une surcharge de même nature, comme on l'a vu art. XVIII, et l'énergie du mur l'étant par $q\pi hx + \frac{\pi q h^2}{2n}$, l'on a pour équation d'équilibre

$$q\pi hx + \frac{\pi h^2 q}{2n} = \delta h^2\,(121^m,50^c) + \delta a^2\,(829^m),$$

de laquelle on tire $x = \frac{\delta h}{q\pi}\,(0^m,086) + \frac{\delta a^2}{q\pi h}\,(0^m,586) - \frac{h}{2n}$. Les quantités

Digitized by Google

quantités n et q conservant les mêmes valeurs, si l'on substitue à δ la pesanteur spécifique des décombres, l'on aura pour l'expression générale de l'épaisseur d'un mur de revêtement de la forme dont il est question, quelle que soit la nature de sa maçonnerie,

$$x = \frac{h}{\pi}(6^m,88^c) + \frac{a^2}{h}(46^m,88^c) - h(0^m,025).$$

En maçonnerie de brique.

Si le mur qui doit résister à ce remblai est construit en maçonnerie de brique, alors cette épaisseur sera exprimée par

$$x = h(0^m,09^c) + \frac{a^2}{h}(0^m,781).$$

En maçonnerie de moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de moëllon, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h(0^m,068) + \frac{a^2}{h}(0^m,632)$.

En maçonnerie de pierre de taille.

Si le mur est construit en maçonnerie de pierre de taille, son épaisseur sera alors exprimée par $x = h(0^m,049) + \frac{a^2}{h}(0^m,504)$.

En maçonnerie de brique et moëllon.

Si le mur est construit en maçonnerie de brique et moëllon, son épaisseur sera alors exprimée par $x = h(0^m,78^c) + \frac{a^2}{h}(0^m,70^c)$.

En maçonnerie de cailloux roulés.

Si le mur est construit en maçonnerie de cailloux roulés, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h(0^m,06^c) + \frac{a^2}{h}(0^m,585)$.

Pour ce qui concerne les terres savonneuses, l'on renvoie à l'observation qui a été faite à l'art. XLV, et l'on ajoute qu'étant dans le cas de devenir fluides, alors la surcharge disparaîtrait de quelque nature qu'elle fût; par conséquent ce remblai ne peut convenir à l'état de la question de ce chapitre.

Digitized by Google

LIII.

Exemple d'une escarpe à talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de sa hauteur, soutenant un remblai et son parapet en terres végétales.

Soit supposée une escarpe de $11^m,37^c$ de hauteur, avec un talus de $\frac{1}{10}$ de cette hauteur à son parement extérieur, ayant son parement intérieur armé de contre-forts, ainsi qu'il a été dit au commencement de ce chapitre, soutenant un remblai en terres végétales du poids de 38^{kil}, environ le pied cube, surchargé d'un parapet de fortification de même nature, dont la surface du profil, pour les terres qui prennent un talus de 45°, est en général exprimée par $(12^m,30^c)$. Si, art. XLVII, on substitue dans l'équation

$$x = \frac{h}{\pi}(7^m,448) + \frac{a^2}{\pi h}(24^m,054) - h\,(0^m,025),$$

les valeurs suivantes $h = 11^m,37^c$; $a^2 = 12^m,30^c$,

l'on aura $x = \frac{1}{\pi}(84^m,68^c) + \frac{1}{\pi}(26^m,00) - 0^m,28^c$.

Si le mur de revêtement est construit en maçonnerie de brique, alors $\pi = 60^{kil}$ et $x = 1^m,56^c$.

C'est-à-dire qu'un mur *de revêtement de* $11^m,37^c$ *de hauteur, ayant un talus extérieur de* $\frac{1}{10}$ *de cette hauteur, et le parement extérieur amorcé à des contre-forts espacés de cinq mètres en cinq mètres de milieu à milieu, et construits suivant le système de M. de Vauban, devra avoir* $1^m,56^c$ *d'épaisseur à son couronnement; dimension que M. de Vauban donnait aux murs de revêtement sur une même hauteur, en leur donnant un talus ou parement extérieur de* $\frac{1}{5}$ *de cette hauteur.*

Digitized by Google

LIV.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement à talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de la hauteur armé de contre-forts au parement intérieur, soutenant un remblai en terres végétales chargé d'un pavé de grès.

Si les surcharges ne sont pas de même nature que les remblais, et que ceux-ci soient, par exemple, recouverts d'un pavé de grès, dont la pesanteur spécifique est exprimée par rapport à l'eau distillée par (2^m,4158), l'on aurait $84^{kil},50^c = \delta$.

Il ne s'agirait plus que de déterminer la surface du profil de ce pavé, qui serait exprimée par le produit de la distance de la ligne de rupture par 0^m,216, qui est en général la longueur de la queue du pavé de grès.

Ainsi, si le remblai est en terres végétales du poids de 38^{kil}, environ le pied cube, l'on a vu que

$$x = \frac{h}{\pi}(7^m,448) + \frac{a^2}{\pi h}(24^m,054) - h(0^m,025);$$

et comme, dans ce cas-là, la distance de la ligne de rupture est exprimée par h (0^m,618), il suit que

$$a^2 = h(0^m,618) \times (0^m,216) = h\ (0^m,133)$$

de sorte que l'expression générale de l'épaisseur au couronnement du mur de revêtement à talus extérieur de $\frac{1}{10}$ de la hauteur amorcé à son parement intérieur, à des contre-forts espacés de cinq mètres de milieu à milieu, quelle que soit la nature de sa maçonnerie, sera exprimée par $x = \frac{h}{\pi}(7^m,448) + \frac{1}{\pi}(0^m,133) - h(0^m,025)$.

De manière que si le mur de revêtement qui devrait résister à ce remblai, et la surcharge d'un pavé de grès était construit en

Digitized by Google

maçonnerie de brique, alors $x = h\,(0^m,099) + 0^m,002$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur au couronnement devra être le dixième de sa hauteur.*

Comme cette dimension, et celles que l'on obtiendrait pour les autres espèces de maçonnerie, seraient les mêmes que celles de l'art. XXXIX, il suit que lorsque le remblai n'aura pour surcharge qu'un pavé, il faudra donner aux murs de revêtement les épaisseurs déterminées dans le *Chapitre sixième*, pour chaque nature de remblai et des maçonneries.

CHAPITRE VIII.

LV.

De la détermination de l'épaisseur à donner à des murs de revêtement construits avec des matériaux quelconques sans mortier, quelle que soit la nature du remblai.

Il peut arriver des circonstances où l'on soit obligé de construire des murs en matériaux sans mortier; soit par économie, soit faute de chaux, soit enfin faute de tems. Il est donc important de faire des recherches sur les épaisseurs à donner aux murs de revêtement construits en matériaux secs; c'est-à-dire, sans interposition d'un mortier quelconque.

On construit en général cette espèce de murs dans les campagnes, pour retenir les terrains, principalement ceux qui longent les chemins vicinaux, et en général, on élève leurs paremens d'aplomb.

Nous allons déterminer les épaisseurs de ces murs, d'après ces

Digitized by Google

conditions, qui ne pourront donner qu'une plus grande résistance; et lorsque l'on voudra leur donner un talus, l'on considérera les épaisseurs que l'on obtiendra d'après ces suppositions, comme celles qu'ils devront avoir au sommet.

Ainsi, supposons que l'on ait un remblai à faire en terres végétales. Nous avons trouvé que lorsqu'elles n'étaient point damées, la force avec laquelle elles agissaient était exprimée par $\frac{\delta h^3}{3}$ ($0^m,191$) et que lorsqu'elles étaient damées, cette force l'était par $\frac{\delta h^3}{9}$ ($0^m,191$).

Détermination de l'épaisseur d'un mur en matériaux secs quelconques, soutenant un remblai en terres végétales.

Sur quoi, il faut observer, que ces murs de soutenement peuvent être destinés à soutenir des terres labourables, ou mouvées à la bèche. Dans ce cas, le cultivateur détruit la cohésion des terres; mais il ne peut la détruire qu'à une profondeur de $0^m,45^c$ quel que soit le genre de culture. Ainsi, pour plus de solidité, et à cause de la facilité qu'ont les eaux à pénétrer des terres sans cesse cultivées, nous considérerons l'effet de l'action des terres végétales susceptibles de cohésion, comme réduit à la moitié; c'est-à-dire, que cet effet sera exprimé d'une manière générale par $\frac{\delta h^3}{6}$ ($0^m,191$).

Cela posé, si les terres étaient du poids de 38^{kil} le pied cube environ; alors cette force serait exprimée par h^3 ($1^m,209$) et l'expression générale de l'effet de la résistance du mur, l'étant par $\frac{\pi h x^2}{2}$, l'on aurait pour équation d'équilibre $\frac{\pi h x^2}{2} = h^3$ ($1^m,209$) de laquelle on tire $x = h\sqrt{\frac{1}{\pi}}$ ($2^m,418$).

Digitized by Google

En matériaux de brique. Si le mur propre à soutenir le remblai était construit en matériaux de brique, l'on aurait $\pi = 41^{kil}$ qui est l'expression du poids d'un pied cube de brique arrangé à la main, alors $x = h\ (0^m,25^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur devra être le quart de sa hauteur.*

En matériaux de moëllon. Si le mur est construit en matériaux de moëllon, l'on aura $\pi = 50^{kil}$, et alors $x = h\ (0^m,22^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur devra être les vingt-deux centièmes de sa hauteur.*

En matériaux de pierre de taille. Si le mur est construit en matériaux de pierre de taille, l'on aura $\pi = 64^c$, et alors $x = h\ (0^m,19^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur devra être les dix-neuf centièmes de sa hauteur.*

En matériaux de cailloux roulés. Si le mur est construit en matériaux de cailloux roulés, l'on aura $\pi = 55^{kil}$, et alors $x = h\ (0^m,20^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur devra être le cinquième de sa hauteur.*

LVI.

Détermination de l'épaisseur d'un mur en matériaux secs quelconques, soutenant un remblai en terres argileuses.

Si le remblai était formé en terres argileuses du poids de $42^{kil},50^c$ environ le pied cube, alors l'expression de l'effet du remblai $\frac{\delta h^3}{6}\ (0^m,191)$ deviendrait $h^3\ (1^m,353)$ et l'expression générale de x, serait $x = h\sqrt{\frac{1}{\pi}\ (2^m,706)}$.

En matériaux de brique. Si le mur propre à soutenir ce remblai était construit en matériaux de briques, l'on aurait $x = h\ (0^m,26^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur devra être les vingt-six centièmes de sa hauteur.*

En matériaux de moëllon. Si le mur était construit en matériaux de moëllon, alors $x = h\ (0^m,24^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur devra être les vingt-quatre centièmes de sa hauteur.*

Digitized by Google

Si le mur était construit en matériaux de pierre de taille, alors $x = h\,(0^m,20^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur devra être le cinquième de sa hauteur.* En matériaux de pierre de taille.

Si le mur est construit en matériaux de cailloux roulés, alors $x = h\,(0^m,22^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur devrait être les vingt-deux centièmes de sa hauteur.* En matériaux de cailloux roulés.

LVII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur en matériaux secs quelconques, soutenant un remblai de terres végétales, mêlées de gros gravier.

Si le remblai était formé en terres végétales mêlées de gros gravier du poids de 53^{kil} environ le pied cube, alors l'expression de l'effet du remblai $\frac{\delta h^3}{6}$ ($0^m,191$) deviendrait h^3 ($1^m,687$), et l'expression générale de x serait $x = h\sqrt{\frac{1}{\pi}(3^m,374)}$.

Si le mur propre à soutenir le remblai était construit en matériaux de brique, alors $x = h\,(0^m,29^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur, devra être les vingt-neuf centièmes de sa hauteur.* En matériaux de brique.

Si le mur est construit en matériaux de moëllon, l'on aura $x = h\,(0^m,26^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur devrait être les vingt-six centièmes de sa hauteur.* En matériaux de moëllon.

Si le mur est construit en matériaux de pierre de taille, alors $x = h\,(0^m,23^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur devra être les vingt-trois centièmes de sa hauteur.* En matériaux de pierre de taille.

Si le mur est construit en matériaux de cailloux roulés, alors $x = h\,(0^m,25^c)$, c'est-à-dire, que *l'épaisseur du mur devra être le quart de sa hauteur.* En matériaux de cailloux roulés.

Digitized by Google

LVIII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur en matériaux secs quelconques, soutenant un remblai de terres mêlées de petit gravier.

Si le remblai était formé en terres végétales mêlées de petit gravier, l'on a vu que l'effet de ce remblai était exprimé par $\frac{\delta h^3}{3}$ ($0^m,209$), et comme en général ces terres pèsent 50^{kil}, il suit que l'effet de cette force l'est par h^3 ($3^m,483$); mais comme ces terres sont susceptibles de cohésion, il se réduira, d'après l'observation faite au commencement de ce chapitre, à h^3 ($1^m,741$), et l'expression générale de (x) sera $x = h\sqrt{\frac{1}{\pi}}$ ($3^m,482$).

Si le mur propre à résister à cette espèce de remblai, est construit en matériaux de brique, alors $x = h$ ($0^m,29^e$), c'est-à-dire, que *le mur devra avoir pour épaisseur les vingt-neuf centièmes de sa hauteur.*

D'où l'on voit que le remblai exige que les murs aient la même épaisseur que dans l'article précédent, par conséquent, soit que les terres soient mêlées de gros ou petit gravier, on leur donnera pour épaisseur celle déterminée à l'article précédent, d'après la nature du remblai et des matériaux.

LIX.

Digitized by Google

LIX.

Détermination de l'épaisseur d'un mur en matériaux quelconques, soutenant un remblai en sables.

Si le remblai était formé en sables, son effet resterait le même que celui déterminé art. X, c'est-à-dire, qu'il serait exprimé par h^3 ($3^m,496$), et l'expression générale de x le serait par

$$x = h\sqrt{\frac{1}{\pi}(6^m,992)}.$$

En matériaux de brique.

De sorte que si le mur propre à résister à ce remblai était construit en matériaux de brique, l'on aurait $x = h$ ($0^m,41^e$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les quarante-un centièmes de sa hauteur.*

En matériaux de moëllon.

Si le mur est construit en matériaux de moëllon, alors $x = h(0^m,37^e)$, c'est-à-dire, que son *épaisseur devra être les trente-sept centièmes de sa hauteur.*

En matériaux de pierre de taille.

Si le mur est construit en matériaux de pierre de taille, alors $x = h$ ($0^m,33^e$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les trente-trois centièmes de sa hauteur.*

En matériaux de cailloux roulés.

Si le mur est construit en cailloux roulés, alors $x = h$ ($0^m,46^e$), c'est-à-dire, que *son épaisseur devra être les trente-six centièmes de sa hauteur.*

OBSERVATION.

Les dimensions d'épaisseur déterminées pour ces sortes de mur, supposent que l'on a l'intention de damer les terres susceptibles d'une cohésion instantanée, en les arrosant d'une manière convenable à fur et mesure de l'élévation desdits murs, quoique cette cohésion

Digitized by Google

doive être détruite à la surface par la culture. L'on n'a fait aucune supposition sur les terres savonneuses, attendu que des murs construits sans mortier ne sauraient retenir cette sorte de remblai.

CHAPITRE IX ET DERNIER.

LX.

De la détermination de l'épaisseur à donner aux murs de revêtement construits avec des matériaux quelconques sans mortier, quelle que soit la nature du remblai supportant une charge quelconque.

Nous allons terminer notre travail par la recherche des épaisseurs à donner aux murs de revêtement construits en matériaux secs, c'est-à-dire, sans mortier, ayant à résister à un remblai surchargé d'une manière quelconque. Nous considérerons leurs paremens comme verticaux, ce cas étant le plus défavorable; et si, comme nous l'avons observé dans le chapitre précédent, on désire leur donner un talus, l'on prendra pour épaisseur, au couronnement, celle que nous allons déterminer.

Nous avons vu, art. XLVII, qu'en supposant le remblai formé en terres végétales, et argiles ou terres mêlées de gros gravier, l'action du remblai était exprimée par $\frac{\delta h^2 (213^m,50^c) + \delta a^2 (691^m)}{1118}$; et comme les terres sont susceptibles de prendre une forte cohésion étant damées, il faudra multiplier cette action par $\frac{1}{9}$ pour avoir son effet dans le cas du renversement du mur, d'après les observations

Digitized by Google

faites dans le corps de l'ouvrage. L'effet du remblai de ces trois natures de terres sera donc exprimé par $\frac{\delta h^3 (213^{kil},50^c) + h\,\delta a^2 (691^m)}{10062}$, en supposant que la surcharge soit de même nature que le remblai; et si la surcharge n'était pas de même nature, elle serait exprimée par $\frac{\delta h^3 (213^{kil},50^c + dha^2 (691^m)}{10062}$, la lettre d exprimant la pesanteur spécifique de la nature de la surcharge.

Cette surcharge serait, comme nous l'avons observé, aisée à évaluer, Fig. 15.
car si les terres sont végétales, argileuses, ou mêlées de gros gravier, la distance $EC = h$ ($0^m,618$). Si elles sont mêlées de petit gravier $EC = h$ ($0^m,646$). Si ce sont des sables, $EC = h$ ($0^m,677$), de manière que soit que la surcharge consiste en un surhaussement de terres, soit en une autre surcharge quelconque, également étendue sur le remblai, en tirant du point F et du point E qui sont déterminés, la ligne EF prolongée jusqu'au-delà de la surcharge, elle donnera au-dessus de la ligne EC, distance qui déterminera le profil du prisme de plus grande poussée, puisque sa hauteur est une des conditions données. Ainsi comme EC est connue, la quantité (a^2) le sera toujours par de simples opérations arithmétiques.

Cela posé, dans le cas que la pesanteur spécifique de la surcharge ne fût pas la même que celle du remblai, on substituerait à δ la lettre d, dans les expressions qui vont déterminer l'épaisseur des murs de revêtement, suivant la nature du remblai, et celle de la maçonnerie.

Ainsi, l'équation générale de l'équilibre pour les remblais en terres végétales, argileuses, ou mêlées de gros gravier, supportant une surcharge, sera

$$\frac{\delta h^3 (213^{kil},50^c) + \delta h a^2 (691^m)}{10062} = \frac{\pi h x^2}{2},$$

d'où $x = \frac{\delta h^2}{\pi} (0^m,042) + \frac{\delta a^2}{\pi} (0^m,137)$.

Digitized by Google

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en matériaux quelconques sans mortier, soutenant un remblai de terres végétales, et une surcharge de même nature.

Si le remblai est formé en terres végétales du poids de 38^{kil} le pied cube, ainsi que la surcharge, alors l'expression générale de l'épaisseur du mur de revêtement, quelle que soit la nature des matériaux, sera $x = \frac{h^2}{\pi}(1^m,611) + \frac{a^2}{\pi}(5^m,206)$.

En matériaux de brique. Si le mur qui doit résister à ce remblai et à sa surcharge est construit en matériaux de brique,

alors $\pi = 41^{kil}$ et $x = h^2\,(0^m,039) + a^2\,(0^m,127)$.

En matériaux de moëllon. Si le mur est construit en matériaux de moëllon, alors $\pi = 50$ et son épaisseur est exprimée par $x = h^2\,(0^m,032) + a^2\,(0^m,104)$.

En matériaux de pierre de taille. Si le mur est construit en pierre de taille, alors $\pi = 64^{kil}$, et son épaisseur est exprimée par $x = h^2\,(0^m,025) + a^2\,(0^m,081)$.

En matériaux de cailloux roulés. Si le mur est construit en cailloux roulés, alors $\pi = 55^{kil}$ et son épaisseur est exprimée par $x = h^2\,(0^m,03^e) + a^2\,(0^m,095)$.

LXI.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en matériaux quelconques sans mortier, soutenant un remblai d'argile avec une surcharge de même nature.

Si le remblai était formé en terres argileuses du poids de $42^{kil},50$ environ le pied cube, ainsi que sa surcharge, alors l'expression générale de l'épaisseur du mur de revêtement exprimée par

$$x = \frac{\delta h^2}{\pi}(0^m,042) + \frac{\delta a^2}{\pi}(0^m,137),$$

deviendrait $x = \frac{h^2}{\pi}(1^m,802) + \frac{a^2}{\pi}(5^m,823)$.

Digitized by Google

Si le mur qui doit résister à ce remblai et à sa surcharge est construit en matériaux de brique, alors $x = h^2\,(0^m,044) + a^2\,(0^m,142)$. En matériaux de brique.

Si le mur est construit en matériaux de moëllon, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h^2\,(0^m,036) + a^2\,(0^m,116)$. En matériaux de moëllon.

Si le mur est construit en matériaux de pierre de taille, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h^2\,(0^m,029) + a^2\,(0^m,091)$. En matériaux de pierre de taille.

Si le mur est construit en matériaux de cailloux roulés, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h^2\,(0^m,033) + a^2\,(0^m,106)$. En matériaux de cailloux roulés.

LXII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en matériaux quelconque sans mortier, soutenant un remblai en terres végétales mêlées de gros gravier, ainsi que sa surcharge.

Si le remblai était formé en terres végétales mêlées de gros gravier du poids de 53^{kil} environ le pied cube; alors l'expression générale de l'épaisseur du mur de revêtement exprimée par

$$x = \frac{\delta h^2}{\pi}\,(0^m,042) + \frac{\delta a^2}{\pi}\,(0^m,137),$$

deviendrait $x = \frac{h^2}{\pi}\,(2^m,247) + \frac{a^2}{\pi}\,(7^m,261)$.

Si le mur qui doit résister à ce remblai et à sa surcharge, était construit en matériaux de brique alors $x = h^2\,(0^m,055) + a^2\,(0^m,177)$. En matériaux de brique.

Si le mur est construit en matériaux de moëllon, alors son épaisseur serait exprimé par $x = h^2\,(0^m,045) + a^2\,(0^m,145)$. En matériaux de moëllon.

Si le mur est construit en matériaux de pierre de taille, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h^2\,(0^m,035) + a^2\,(0^m,114)$. En matériaux de pierre de taille.

Si le mur est construit en cailloux roulés, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h^2\,(0^m,041) + a^2\,(0^m,132)$. En matériaux de cailloux roulés.

Digitized by Google

LXIII.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en matériaux de brique, soutenant un remblai de terres végétales, mêlées de petit gravier.

Si le remblai était formé en terres végétales mêlées de petit gravier, ainsi que sa surcharge, son effet serait exprimé par

$$\frac{\delta h^3\,(0^m,209) + \delta h a^2\,(0^m,647)}{9},$$

à cause de la cohésion que les terres peuvent prendre étant damées, et l'on aurait pour équation d'équilibre

$$\frac{\delta h^3\,(0^m,209) + \delta h a^2\,(0^m,647)}{9} = \frac{\pi h x^2}{2},$$

de laquelle on tire $x = \frac{\delta h^2}{\pi}\,(0^m,046) + \frac{\delta a^2}{\pi}\,(0^m,144)$;

et si la surcharge était de même nature que le remblai, l'on aurait pour l'expression générale de l'épaisseur d'un mur de revêtement construit sans mortier $x = \frac{h^2}{\pi}\,(2^m,30^c) + \frac{a^2}{\pi}\,(7^m,20^c)$, à cause que le pied cube de cette nature de terre pèse 50^{kil}.

En matériaux de brique. Si le mur propre à résister à ce remblai avec sa surcharge, était construit en matériaux de brique, alors l'épaisseur du mur deviendrait $x = h^2\,(0^m,056) + a^2\,(0^m,176)$.

En matériaux de moëllon. Si le mur était construit en matériaux de moëllon, son épaisseur serait exprimée par $x = h^2\,(0^m,046) + a^2\,(0^m,144)$.

En matériaux de pierre de taille. Si le mur était construit en matériaux de pierre de taille, alors son épaisseur serait exprimée par $x = h^2\,(0^m,036) + a^2\,(0^m,113)$.

En matériaux de cailloux roulés. Si le mur était construit en cailloux roulés, alors son épaisseur serait exprimée par $x = h^2\,(0^m,042) + a^2\,(0^m,131)$.

Digitized by Google

LXIV.

Détermination de l'épaisseur d'un mur de revêtement en matériaux quelconques sans mortier, soutenant des sables avec une surcharge de même nature.

Si le remblai était formé en sable, ainsi que sa surcharge, son effet serait exprimé par $\frac{\delta h^3\,(0^m,229) + \delta h a^2\,(0^m,677)}{3}$, à cause que les sables ne prennent point une cohésion instantanée, et l'on aurait pour équation d'équilibre $\frac{\delta h^3\,(0^m,229) + \delta h a^2\,(0^m,677)}{3} = \frac{\pi h x^2}{2}$, de laquelle on tire $x = \frac{\delta h^2}{\pi}\,(0^m,153) + \frac{\delta a^2}{\pi}\,(0^m,451)$, pour l'expression générale de l'épaisseur des murs de revêtement construits en matériaux secs, et propres à soutenir un remblai formé en sable, avec une surcharge de même nature.

Comme en général, le sable pèse 46^{kil} le pied cube, l'expression générale de l'épaisseur de ces murs de revêtement sera exprimée par $x = \frac{h^2}{\pi}\,(7^m,038) + \frac{a^2}{\pi}\,(20^m,746)$.

En matériaux de brique.

Si le mur propre à résister à ce remblai et à sa surcharge, est construit en matériaux de brique, l'expression de son épaisseur deviendra $x = h^2\,(0^m,172) + a^2\,(0^m,506)$.

En matériaux de moëllon.

Si le mur est construit en matériaux de moëllon, alors son épaisseur sera exprimée par $x = h^2\,(0^m,141) + a^2\,(0^m,415)$.

En matériaux de pierre de taille.

Si le mur était construit en matériaux de pierre de taille, son épaisseur serait exprimée par $x = h^2\,(0^m,11^c) + a^2\,(0^m,324)$.

En matériaux de cailloux roulés.

Si le mur est construit en cailloux roulés, son épaisseur sera exprimée par $x = h^2\,(0^m,128) + a^2\,(0^m,377)$.

Digitized by Google

OBSERVATION.

La vingt-deuxième expérience a prouvé qu'un mur construit en matériaux secs, se renversait comme celui qui était construit avec du mortier, parce qu'il faut une plus grande force, pour lui donner un mouvement horizontal, et surmonter le frottement; ainsi dans la construction de ces murs, lorsque le renversement ne peut avoir lieu, il ne s'agit que de les lier dans leur épaisseur, pour détruire le mouvement par l'engrénage et l'énergie du frottement.

Si le mur était construit en matériaux, moitié moëllon, moitié pierre de taille, etc., sans mortier ou avec mortier, l'on prendrait l'épaisseur déterminée pour chaque nature de ces matériaux, on les ajouterait suivant la nature de la construction, et on prendrait de la somme, la moitié, le tiers, etc. suivant le nombre du mêlange.

S'il n'y avait point de surcharge et que l'on voulût connaître seulement l'épaisseur nécessaire à donner à un mur propre à résister à un remblai de terres végétales damées jusqu'au niveau du couronnement, sans que cette cohésion fût détruite par la culture, l'on n'aurait qu'à regarder dans ce dernier chapitre, le dernier terme comme nul dans chaque expression de x, c'est-à-dire, faire $a = o$.

Voilà, je pense, tous les cas les plus usuels de l'architecture civile et militaire résolus, en se rappelant l'observation faite à l'art. IX, pour les murs à construire au-devant des escarpemens. Quant à ceux qui n'ont pas ce caractère de simplicité, ils se trouvent résolus, soit explicitement, soit implicitement dans le corps de l'ouvrage.

Au moyen des solutions générales données au commencement de chaque chapitre de ce dernier livre, il est très-aisé de former des tables pour déterminer l'épaisseur des murs de revêtement, quelle que soit la nature du remblai, la qualité de la maçonnerie, la forme du mur, la charge du remblai, la distance de la ligne de rupture.

APPENDICE.

Digitized by Google

APPENDICE.

Quoiqu'il soit hors du sujet de ce Mémoire de relater ici deux expériences faites à Mantoue, qui n'avaient pour but que de retenir et lâcher à volonté une hauteur d'eau considérable d'un bassin, sans employer des poutrelles horizontales, dont la manœuvre difficile et lente ne laisse évacuer que de petits volumes; nous croyons que n'ayant peut-être pas occasion de les faire connaître, du moins de quelque tems, on pourrait en attendant tirer quelque utilité de leur résultat.

J'avais pensé que lorsqu'on avait une hauteur d'eau considérable à retenir et à lâcher à volonté, il était possible de mettre l'action de l'eau tellement en prise avec elle-même, que l'on n'eût besoin que de vaincre la pesanteur de l'obstacle pour produire cet effet à volonté.

Je vais tâcher de rendre mon idée plus claire.

Soit (fig. 32) un biez (ab) dans lequel on veut maintenir et ôter l'eau à volonté.

Soit imaginé trois ou plusieurs rainures (s,c,d) dans les bajoyers; la première (s) pratiquée jusque sur le radier; la deuxième taillée jusqu'en (me) (fig. 33), et la troisième, jusqu'en (pf). La première vanne a la forme d'une contre-marche et d'une marche; la deuxième, est composée de deux marches et d'une contre-marche; la troisième et les autres ont la même forme, jusqu'à la dernière qui n'a qu'une marche et une contre-marche.

Ces vannes sont indépendantes les unes des autres; de manière que la marche (l) de la première repose sur la première marche (m) de la seconde vanne, et que la seconde marche (o) de la deuxième vanne, repose sur la première marche (p) de la troisième vanne; ainsi de suite.

Digitized by Google

Sur les tranches latérales des marches et dans leur épaisseur, on avait adapté des cylindres tournant sur des axes, afin qu'elles fussent le plus possible tangentes au parement des bajoyers, et qu'elles ne procurassent presque pas de frottement.

Ce système de vannes au nombre de trois, fut ainsi exécuté dans le mois d'août 1802, et appliqué à Mantoue, à un canal qui traversait dans l'intérieur de la place. La hauteur des bajoyers sur le radier était de $7^{pi}\ 3^{o}\ 9^{l}$; leur espacement de $3^{pi}\ 9^{o}$.

La partie verticale de la première vanne, y compris la prise dans les rainures, avait $3^{pi}\ 10^{o}\ 11^{l}$ de longueur, et la partie horizontale n'avait que $3^{pi}\ 8^{o}\ 10^{l}$. La largeur de la partie horizontale pressée par l'eau, avait $1^{pi}\ 3^{o}\ 7^{l}$. Cette partie horizontale reposait sur celle (m) de la deuxième vanne.

Expérience du 23 août 1802. Les vannes étant toutes baissées, et la première étant chargée de 43 poids 20 livres de Mantoue (1), faisant 697 liv. 7 onces de France, qu'on avait posés sur la partie horizontale, cette vanne fut soulevée, lorsqu'il y eut quatre pieds de hauteur d'eau sur le radier. (La ligne qui marquait les quatre pieds de hauteur avait été tracée d'avance.)

Expérience du 26 août 1802. Comme dans la première expérience, il y avait beaucoup de monde, l'on craignit qu'il ne se fût glissé quelque erreur; on la répéta le 26. On fit fermer la vanne du lac supérieur, bien nettoyer le radier; puis l'on baissa les vannes, et l'on chargea la partie horizontale de la première vanne avec les mêmes poids. On lâcha les eaux; et la vanne n'ayant pas été soulevée lorsque les eaux furent parvenues à la ligne marquée à 4^{pi} en contre-haut du radier, on enleva 14 livres de Mantoue; et alors la vanne eut son ascension.

Corollaire. La première vanne pesant 261 liv. de Mantoue ou 166 liv. 4 onces de France, la surface horizontale de cette vanne étant de $4^{pi}\ 10^{o}\ 2^{l}$, et la distance de son centre de gravité à la

(1) Le poids de Mantoue représente 25 liv. de ce pays. La livre de France est à celle de Mantoue :: 100 : 157.

Digitized by Google

surface de l'eau étant de 3^{pi}, le cube était de 14^{pi} 6° : le pied cube d'eau pesant 70 liv., il résulte que la pression sur cette surface horizontale ou la force d'ascension était de 1021 liv.

Ces 1021 liv. ayant prévalu sur une charge de 697 liv. 7 onces et sur la pesanteur de la vanne de 166 liv. 4 onces, c'est-à-dire, sur 863 liv. 11 onces; il résulte, pour la première expérience, que le frottement produit par la pression de l'eau sur la partie verticale était égal à un poids de 157 liv. 5 onces.

Dans la deuxième expérience, la surcharge était de 688 liv. 9 onces, le poids de la vanne de 166 liv. 4 onces, c'est-à-dire, que le poids total 854 liv. 13 onces ayant été soulevé par une force d'ascension de 1021 liv.; la différence 166 liv. 3 onces mesure le frottement produit contre les rainures par la pression de l'eau sur la partie verticale.

Observons maintenant que la surface verticale pressée par l'eau était de 3^{pi} 10° 11^{l}; la distance de son centre de gravité à la partie supérieure, de l'eau qui équivalait à la pression totale de cette surface, était de 15^{pi} 8° 2^{l}. Or, le pied cube d'eau pesant 70 liv.; la pression sur la partie verticale de la vanne équivalait à un poids de 957 liv. 10 onces.

Conclusion. Il résulte, pour la première expérience, que le frottement d'une vanne contre les rainures est à la pression de l'eau :: 1 : 6,49.

Pour la seconde expérience, le frottement d'une vanne contre les rainures est à la pression de l'eau :: 1 : 6,14. On peut par conséquent en déduire le théorême suivant.

Théorême. *Le frottement d'une vanne contre les parois de ses rainures, est le $\frac{1}{6}$ de la pression exercée par le fluide sur la vanne.*

Évaluation du frottement produit par une vanne contre les rainures.

Observation. L'ignorance où l'on était sur la résistance que produisait le frottement, a conduit à une fausse application du principe de la pression des fluides sur les surfaces, dans l'expérience de ce nouveau système des vannes.

J'avais pensé que la pression de la partie verticale de la vanne étant

Digitized by Google

de 957 liv. 12 onces, le poids de la vanne de 166 liv. 4 onces, et le total 1124 liv. équivaudrait à une force d'ascension d'un poids égal à 1021 liv.; et c'est ce qui m'avait déterminé à ne donner pour largeur à la partie de la vanne pressée par le fluide, que $1^{pi}\ 3^{o}\ 7^{l}$, dimension, comme on l'a vu, trop faible.

D'après l'expérience, cette force n'aurait dû être que de 242 l. 12 onc., en y comprenant 83 liv. 2 onces pour la moitié du poids de la vanne; ce qui aurait réduit la partie de la largeur de la vanne horizontale ou d'ascension pressée par le fluide, à n'être que de 3 pouces 10 lignes.

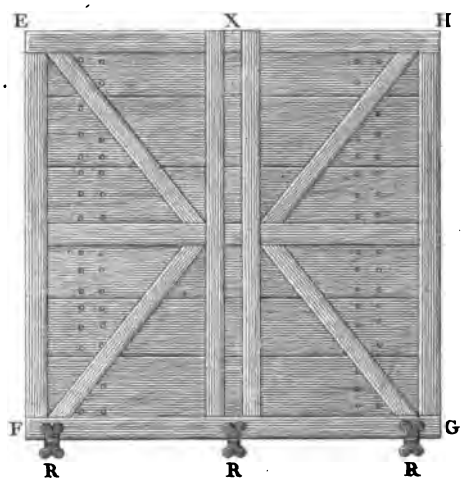
Ainsi, il résulte qu'il fallait augmenter la hauteur de la partie verticale de la vanne; et qu'en général ce système ne pourrait être applicable que pour une hauteur d'eau considérable, telle que celle que l'on avait à retenir à Mantoue, qui était de 21^{pi}; afin que les dés des maçonneries entre les rainures aient assez d'épaisseur pour résister à la pression exercée par la vanne.

Le jeu de ces vannes est facile à concevoir. Soit supposé de chaque côté sur les bajoyers un treuil auquel est fixée une corde attachée au crochet (g). La force appliquée au treuil doit vaincre au premier instant la pesanteur de la vanne; mais bientôt après, elle est secondée dans l'ascension par la veine fluide contractée qui doit mettre également en mouvement la deuxième, la troisième, la quatrième vanne, etc., qui se trouvent presque en équilibre; et dans le cas qu'elles ne prennent point d'elles-mêmes le mouvement d'ascension, elles y seront sollicitées par la première vanne dont la partie horizontale en s'élevant, accroche deux tringles en fer (h) adaptées à la seconde vanne, celle-ci accroche à son tour les tringles (i) de la troisième vanne: ainsi successivement.

FIN.

Digitized by Google

Fig. 3.



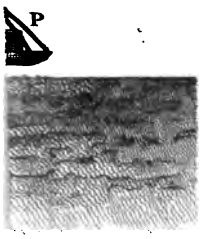
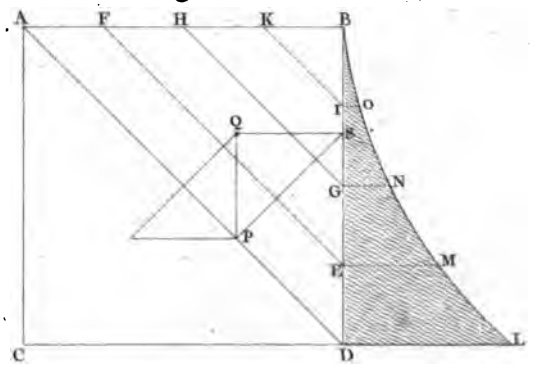


Fig. 5.



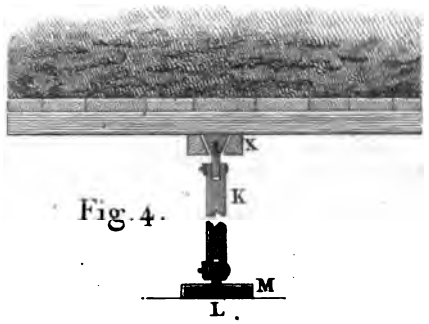


Fig. 4.

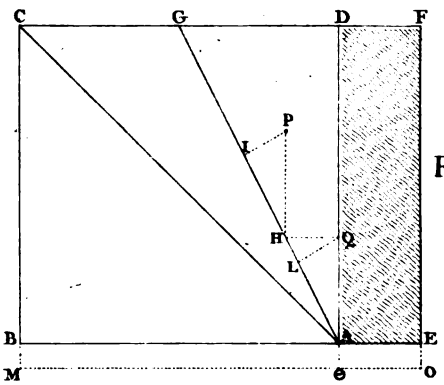
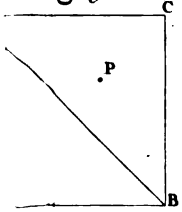


Fig. 6.

Fig. 9.



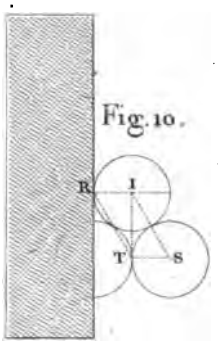


Fig. 10.

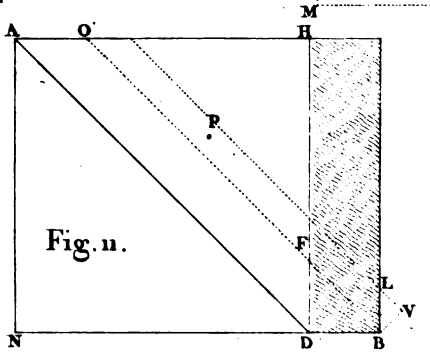


Fig. 11.

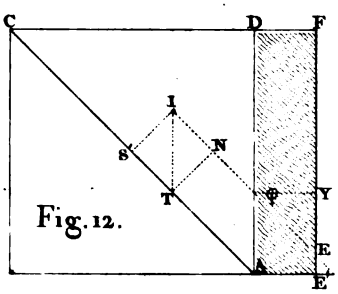


Fig. 12.

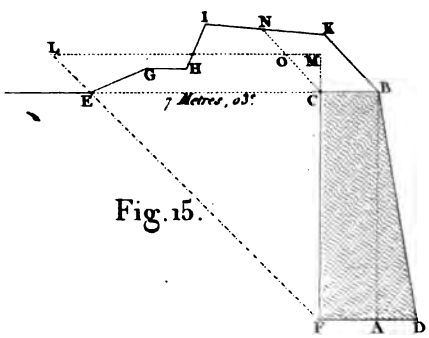


Fig. 15.

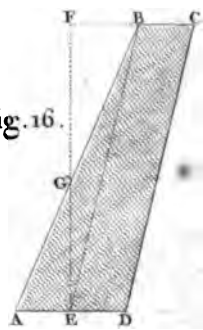


Fig. 16.

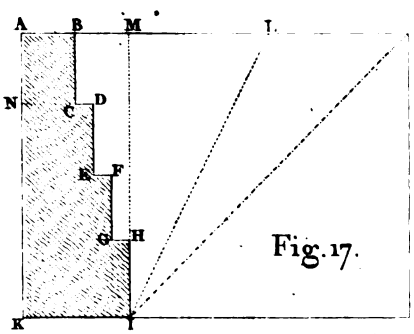


Fig. 17.

Digitized by Google

Digitized by Google

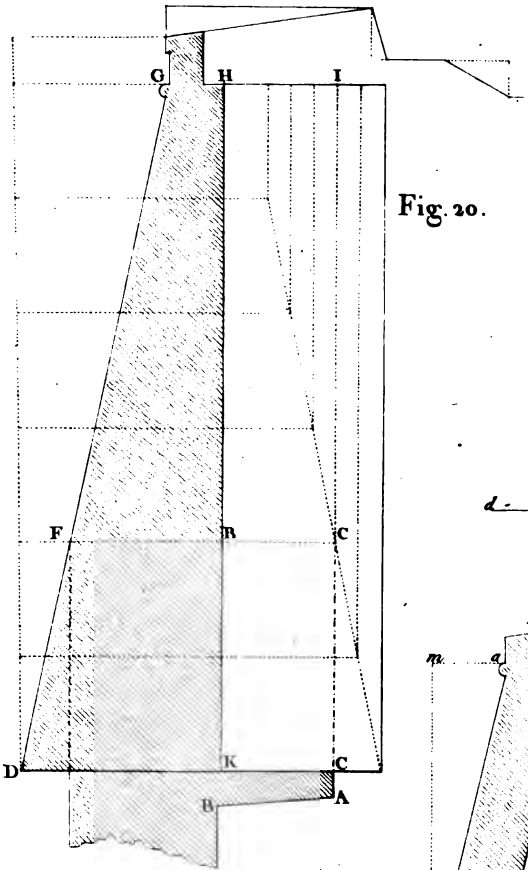
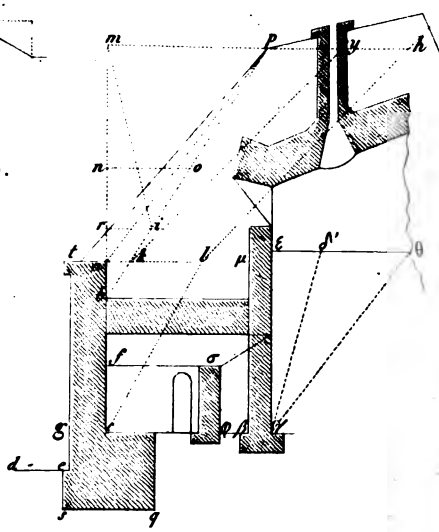


Fig. 20.

Fig. 21.



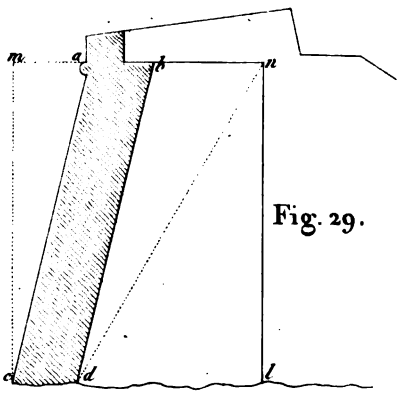


Fig. 29.

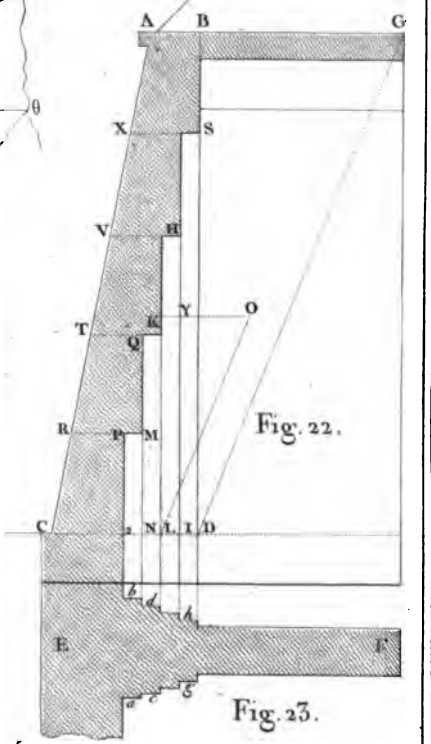


Fig. 22.

Fig. 23.

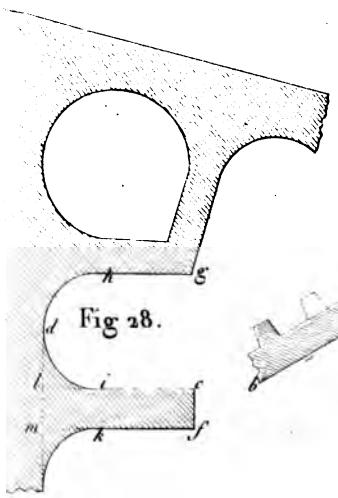


Fig 28.

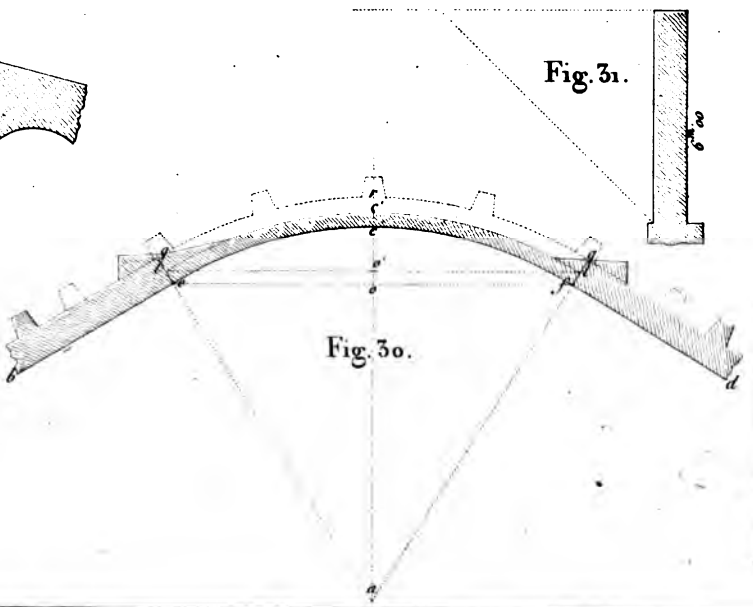


Fig. 30.

Fig. 31.

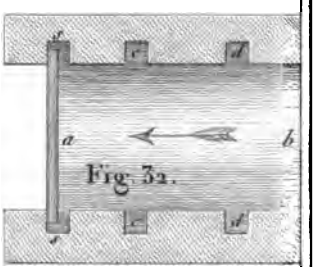
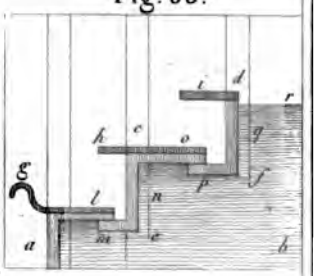


Fig. 32.

Fig. 33.



Gravé par F. Collin

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

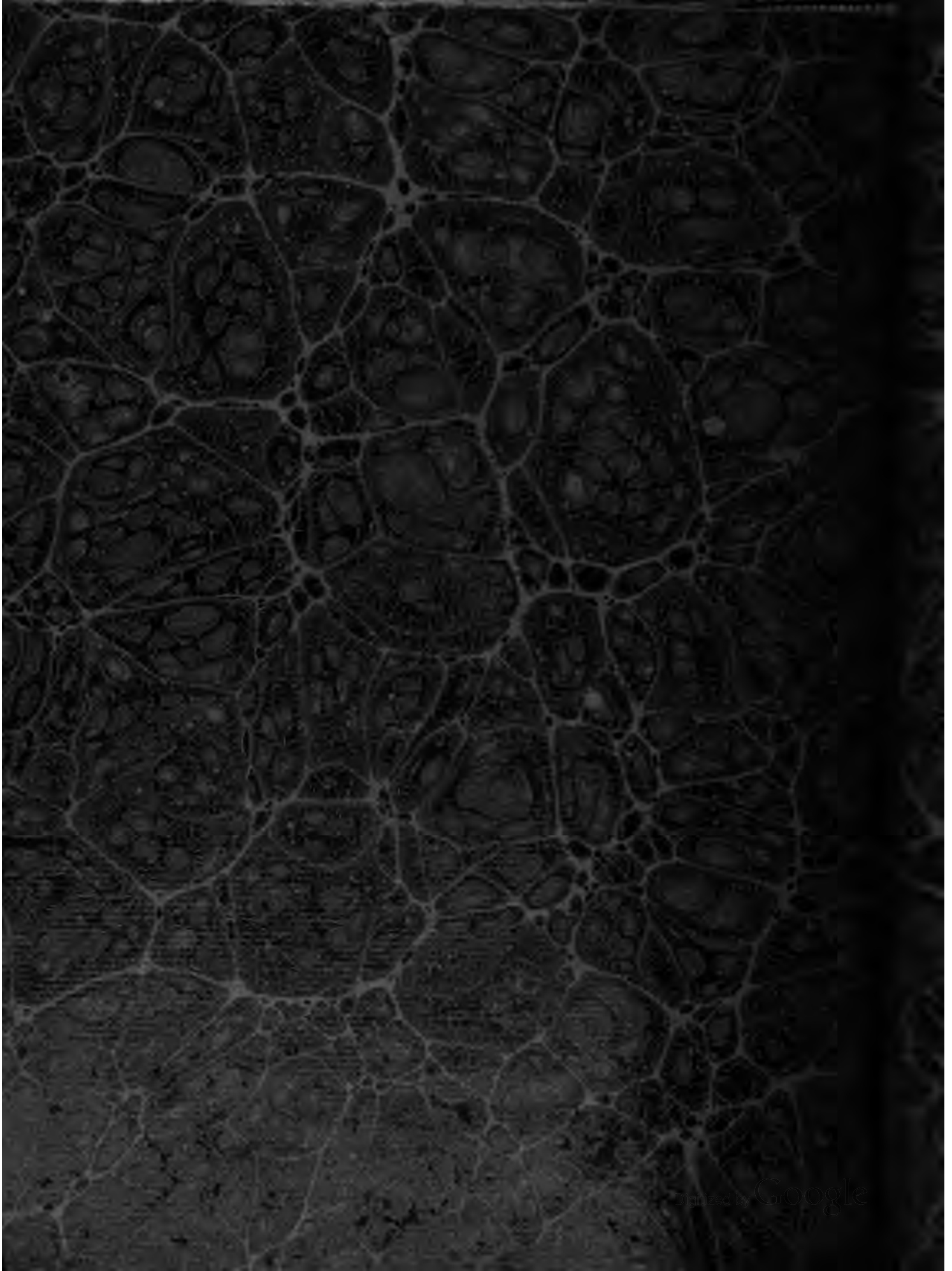
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google


Digitized by Google

This book should be returned to the Library on or before the last date stamped below.

A fine is incurred by retaining it beyond the specified time.

Please return promptly.

FEB 11 '58

Digitized by Google

Cabot Science
3 2044 092 012 319

Digitized by Google